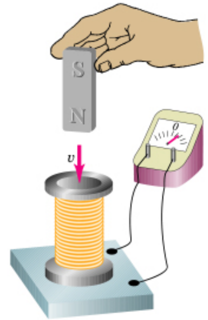
3
Machine Asynchrone (induction machine)

Rappel sur l'auto-induction

Déplacement d'un aimant devant une bobine



(a)

- La loi de Faraday (et de Lenz) explique

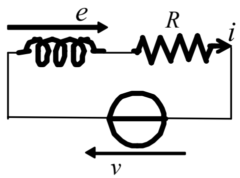
qu'en cas de **variation du flux magnétique** à l'intérieur de ce circuit,

une force contre électromotrice est induite (générée):

$$\boxed{e = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

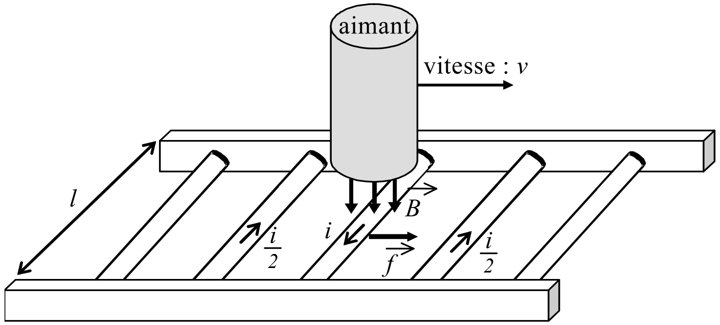
- Si la bobine a une résistance *R* et est alimentée sous une tension v:

e est générée et additionnée à *v*



Si la bobine est linéaire $\phi = Li$

Déplacement d 'un aimant devant un rail en court circuit



D'après la loi de Faraday, **une tension est induite** dans chaque conducteur coupé par le champ magnétique.

Comme chaque conducteur est court-circuité, ı
conducteur qui est momentanément en dessous du champ magnétique (ou de l'aimant).

Comme ce courant traverse le champ magnétique, d'après la loi de Laplace, une **force mécanique est appliquée** sur ce conducteur.

Déplacement d 'un aimant devant un rail en court circuit

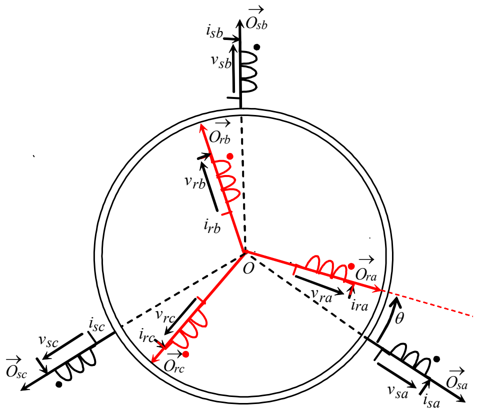
Cette force entraîne le conducteur dans le sens du déplacement du champ magnétique.

Si ces conducteurs sont mobiles ces derniers accélèrent. A mesure qu'ils atteignent de la vitesse, la vitesse à laquelle le champ magnétique est coupé par ces conducteurs ralentit. La **variation du flux diminue** et la tension induite diminue, de même que le courant *i*.

Cet effet de la loi de Lenz
conséquence de diminuer la force de Laplace.
Ainsi si les conducteurs se déplaçaient à la même vitesse que le champ magnétique, la tension induite, le courant *i* et la force s'annuleraient.

La vitesse du rotor est donc légèrement inférieure à la vitesse du champ magnétique.

Machine asynchrone :
3 bobines fixes décalées de 120°
et 3 bobines mobiles décalées de 120°



sa,sb,sc :
Enroulements **statoriques** fixes

ra,rb,rc :
Enroulements **rotoriques** mobiles
Court-circuités
Alimentation **induite** par les enroulements statoriques

Tensions statoriques (notation matricielle)

$$\begin{pmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_S & 0 & 0 \\ 0 & R_S & 0 \\ 0 & 0 & R_S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{pmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \phi_{sa} \\ \phi_{sb} \\ \phi_{sc} \end{pmatrix}$$

$$\left\{ \frac{\mathrm{d}[\phi_s]}{\mathrm{d}t} = \right.$$

Tensions rotoriques (notation matricielle)

$$\begin{pmatrix} v_{ra} \\ v_{rb} \\ v_{rc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_R & 0 & 0 \\ 0 & R_R & 0 \\ 0 & 0 & R_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{pmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \phi_{ra} \\ \phi_{rb} \\ \phi_{rc} \end{pmatrix}$$

Si rotor en CC

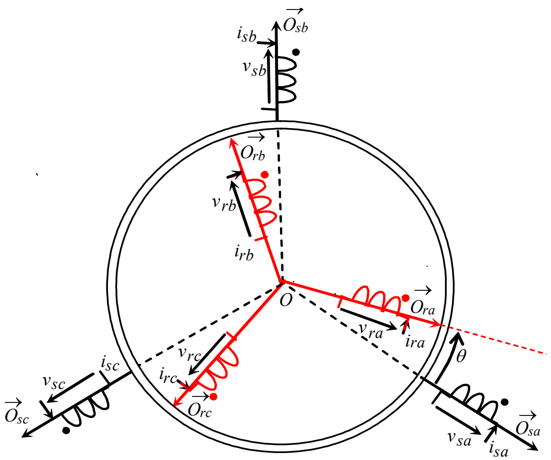
$$\begin{pmatrix} v_{ra} \\ v_{rb} \\ v_{rc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left\{ \frac{\mathrm{d}[\phi_r]}{\mathrm{d}t} = [V_r] - [R_r][I_r] \right\}_{\text{rotor}}$$

rotor $\longrightarrow$ dans le repère triphasé du rotor

Flux statorique dans un enroulement statorique

$$\phi_{sa} = l_s i_{sa} + \underbrace{M_s i_{sb} + M_s i_{sc}}_{} + \underbrace{M_{sr}\left(i_{ra}\cos(\theta) + i_{rb}\cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + i_{rc}\cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right)\right)}_{}$$



Flux statorique (notation matricielle)

$$\left\{ [\phi_s] = \begin{bmatrix} \phi_{sa} \\ \phi_{sb} \\ \phi_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + M_{sr}\,[R(\theta)] \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} \right\}_{stator}$$

$$[R(\theta)] = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{4}{3}\pi) & \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{4}{3}\pi) \\ \cos(\theta - \frac{4}{3}\pi) & \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

Remarque

$$M_{sr}\cos\left(\vec{O}_{sa}, \vec{O}_{ra}\right) = M_{sr}\cos(\theta)$$

$$M_{sr}\,.\cos\left(\vec{O}_{sa}, \vec{O}_{rb}\right) =$$

$$M_{sr}\cos\left(\vec{O}_{sa}, \vec{O}_{rc}\right) = M_{sr}\cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) = M_{sr}\cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Hypothèse :

Les courants sont équilibrés -> *isc=-isa-isb*

$\phi_{sa} =$

$$\left\{ [\phi_s] = \begin{bmatrix} \phi_{sa} \\ \phi_{sb} \\ \phi_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 \\ 0 & 0 & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + M_{sr} [R(\theta)] \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} \right\}_{stator}$$

avec $L_s = l_s - M_s = \frac{3}{2} l_{sp} + l_{s\sigma}$

Flux rotorique (notation matricielle)

$$\left\{ [\phi_r] = \begin{bmatrix} \phi_{ra} \\ \phi_{rb} \\ \phi_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_r & 0 & 0 \\ 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} + M_{sr} [R(\theta)]^T \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} \right\}_{rotor}$$

Expression générale des flux rotoriques (notation matricielle)

$$\begin{bmatrix} [\phi_s] \\ [\phi_r] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_s] & [M_{sr}(\theta)] \\ [M_{sr}(\theta)]^T & [L_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I_s] \\ [I_r] \end{bmatrix}$$

$$[L_s] = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 \\ 0 & 0 & L_s \end{bmatrix} \qquad [M_{sr}(\theta)] = M_{sr} [R(\theta)] \qquad [L_r] = \begin{bmatrix} L_r & 0 & 0 \\ 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & L_r \end{bmatrix}$$

Problème: On a deux modèles dans deux repères tripasés dufférents

Modélisation dans un repère tournant de Park

Régime transitoire :

Comme pour la machine synchrone, on cherche à simplifier le modèle de la machine.

Tout d'abord, il faut utiliser un

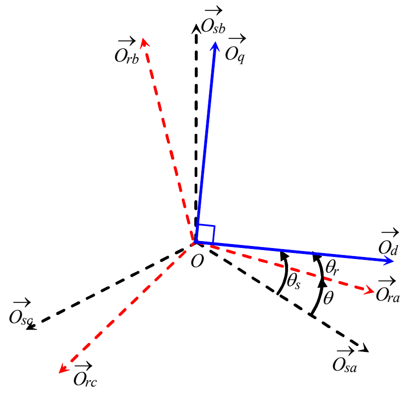
On va utiliser la transformation de Park

Grandeurs statoriques :

Comme pour la machine synchrone (le stator étant identique),
on applique aux grandeurs statoriques une transformation de Park
d'angle $\theta_S\,(t)$

Grandeurs rotoriques :

Pour se ramener dans ce repère de Park, on applique aux grandeurs
rotoriques une transformation de Park d'angle $\theta_R\,(t) = \theta_S\,(t) - \theta\,(t)$



Transformée de Park sur les grandeurs du stator

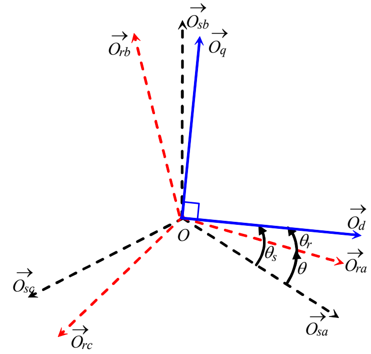
$$\left\{\frac{\mathrm{d}\left[\phi_s\right]}{\mathrm{d}t} = \left[V_s\right] - \left[R_s\right]\left[I_s\right]\right\}_{\text{stator}}$$

Rotation d'un angle θs dans le repère de Park

$$\frac{\mathrm{d}\left(\left[P(\theta_s)\right]^{-1}\left[\phi_{s\_dq0}\right]\right)}{\mathrm{d}t} =$$

Tous calculs faits, on obtient :

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\phi_{sd}}{\mathrm{d}\,t} &= v_{sd} - R_s\, i_{sd} + \omega_s \phi_{sq} \\ \frac{\mathrm{d}\phi_{sq}}{\mathrm{d}\,t} &= v_{sq} - R_s\, i_{sq} - \omega_s \phi_{sd} \\ \frac{\mathrm{d}\phi_{s0}}{\mathrm{d}\,t} &= v_{s0} - R_s\, i_{s0} \end{aligned}\right\}$$



Transformée de Park sur les grandeurs du rotor

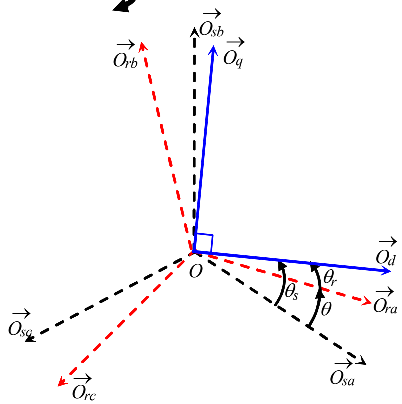
$$\left\{\frac{\mathrm{d}\left[\phi_r\right]}{\mathrm{d}t} = \left[V_r\right] - \left[R_r\right]\left[I_r\right]\right\}_{\text{rotor}}$$

Rotation d'un angle θr dans le même repère de Park

$$\frac{\mathrm{d}\left(\left[P(\theta_r)\right]^{-1}\left[\phi_{r\_dq0}\right]\right)}{\mathrm{d}t} =$$

Tous calculs faits on obtient :

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\phi_{rd}}{\mathrm{d}\,t} &= v_{rd} - R_r\, i_{rd} + \omega_r \phi_{rq} \\ \frac{\mathrm{d}\phi_{rq}}{\mathrm{d}\,t} &= v_{rq} - R_r\, i_{rq} - \omega_r \phi_{rd} \\ \frac{\mathrm{d}\phi_{r0}}{\mathrm{d}\,t} &= v_{r0} - R_r\, i_{r0} \end{aligned}\right\}$$



Transformée de Park sur les flux

$$\begin{bmatrix} [\phi_s] \\ [\phi_r] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_s] & [M_{sr}(\theta)] \\ [M_{sr}(\theta)]^{\mathrm{T}} & [L_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I_s] \\ [I_r] \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \left[P(\theta_s)\right]^{-1}\left[\phi_{s\_dq0}\right] \\ \left[P(\theta_r)\right]^{-1}\left[\phi_{r\_dq0}\right] \end{bmatrix} =$$

Tous calculs faits on obtient :

$$\begin{bmatrix} [\phi_{s\_dq0}] \\ [\phi_{r\_dq0}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{ps}] & [M_{psr}] \\ [M_{psr}]^{T} & [L_{pr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I_{s\_dq0}] \\ [I_{r\_dq0}] \end{bmatrix}$$

$$[L_{ps}] = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 \\ 0 & 0 & L_{s0} \end{bmatrix} \quad [L_{pr}] = \begin{bmatrix} L_r & 0 & 0 \\ 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & L_{r0} \end{bmatrix} \quad [M_{psr}] = \frac{3}{2} M_{sr} [R_r] \quad [R_r] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

En résumé :

$$v_{Sd} = R_S i_{Sd} + \frac{d\phi_{Sd}}{dt} - \omega_S \phi_{Sq}$$
$$v_{Sq} = R_S i_{Sq} + \omega_S \phi_{Sd} + \frac{d\phi_{Sq}}{dt}$$

$$v_{Rd} = R_R i_{Rd} + \frac{d\phi_{Rd}}{dt} - \omega_r \phi_{Rq} = 0$$
$$v_{Rq} = R_R i_{Rq} + \omega_r \phi_{Rd} + \frac{d\phi_{Rq}}{dt} = 0$$

$$\phi_{Sd} = L_s i_{Sd} + M.i_{Rd}$$
$$\phi_{Sq} = L_s i_{Sq} + M.i_{Rq}$$

$$\phi_{Rd} = L_r i_{Rd} + M.i_{Sd}$$
$$\phi_{Rq} = L_r i_{Rq} + M.i_{Sq}$$

$$M = \frac{3}{2} M_{sr}$$

Même si ces équations paraissent lourdes, elles sont bien plus simples que celles écrites au début de l'étude !!!

Machine asynchrone : calcul du couple

On peut maintenant pour un régime quelconque, calculer le couple instantané en faisant un bilan de puissance :

On obtient :

$$\boxed{c = M\left(i_{rd} i_{sq} - i_{rq} i_{sd}\right)}$$

$$c = p\frac{M}{L_r}\left(i_{sq}\phi_{rd} - i_{sd}\phi_{rq}\right)$$

$$c = p\left(i_{sq}\phi_{sd} - i_{sd}\phi_{sq}\right)$$

Machine asynchrone : commande vectorielle

Stratégies de commande par orientation du flux

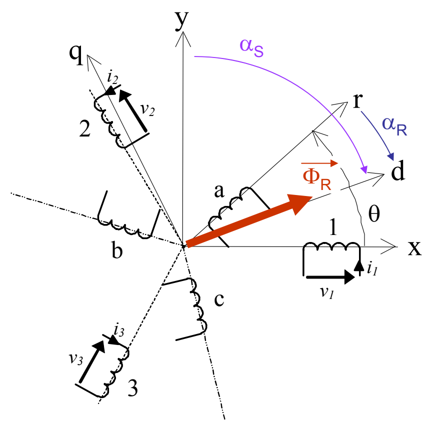
Si on aligne le repère de Park avec un des deux flux, on annule une composante

4 idées pour simplifier l'expression du couple

Expression avec les flux rotoriques	Expression avec les flux statoriques
$c = p\frac{M}{L_r}\left(i_{sq}\ \phi_{rd} - i_{sd}\ \phi_{rq}\right)$	$c = p\left(i_{sq}\ \phi_{sd} - i_{sd}\ \phi_{sq}\right)$
Commande à flux rotorique orienté	Commande à flux statorique orienté
sur l'axe direct ϕ_{rq}=0	sur l'axe direct ϕ_{sq}=0
$c = p\frac{M}{L_r}\left(i_{sq}\ \phi_{rd}\right)$	$c = p i_{sq}\phi_{sd}$
sur l'axe en quadrature ϕ_{rd}=0	sur l'axe en quadrature ϕ_{sd}=0
$c = -p\frac{M}{L_r}\left(i_{sd}\ \phi_{rq}\right)$	$c = -p i_{sd}\phi_{sq}$

Machine asynchrone : commande vectorielle

Stratégie la plus utilisée : Orientation à flux rotorique orienté sur l'axe direct



Φ_{Rq}=0, le couple devient :

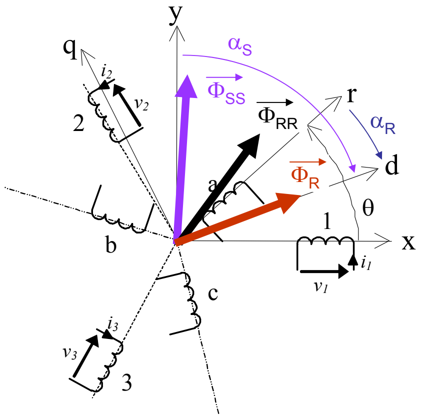
$$c = p\frac{M}{L_r}\left(i_{sq}\ \phi_{rd}\right)$$

On montre (et on voit) que :

c ne dépend que de i_{Sq} si Φ_R est maintenu constant

Machine asynchrone : commande vectorielle

En régime permanent :



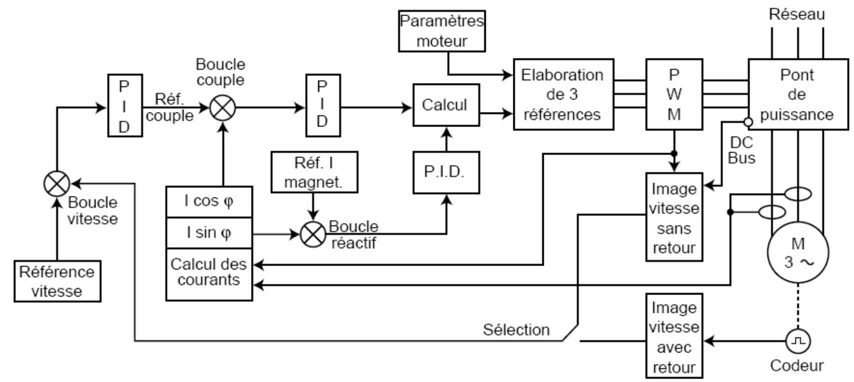
On constate que (par rapport à la machine synchrone) le flux statorique ne peut plus être perpendiculaire au flux rotorique.

En effet, il n'y a qu'une source d'alimentation pour :
- **Magnétiser la machine (comme le fait l'enroulement inducteur d'une MS) par la composante de l'axe d**
- **Produire du couple par la composante de l'axe q**

Machine asynchrone : Synoptique de commande

Schéma fonctionnel

- UMV 3301



BILAN :

Machine synchrone + variateur :

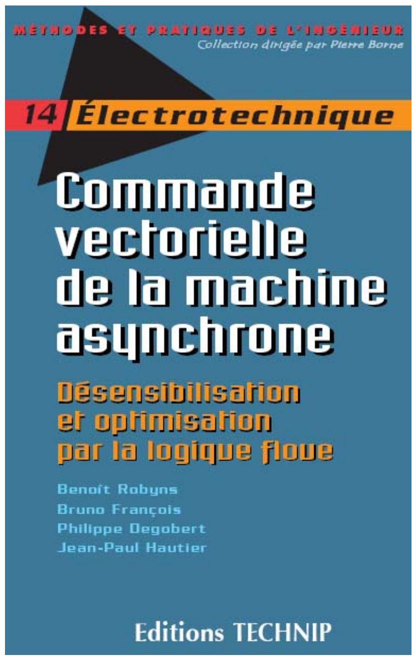
- **Commande performante plus aisée car la machine est magnétisée par le rotor. Il ne faut contrôler que le couple**
- **Rapport puissance/masse élevé**
- **Machine au prix plus élevé (aimants ou bobinage rotorique + bagues collectrices)**

Machine asynchrone + variateur :

- **Commande performante plus exigeante car il faut magnétiser et contrôler le couple en même temps et de façon indépendante**
- **Rapport puissance/masse moins élevé - ventilation plus importante**
- **Machine au prix le plus bas du marché**
- **Possibilité d 'utiliser des commandes moins performantes**

Il n 'y a pas de bon choix. Tout dépend de l 'application envisagée et des performances attendues.

BIBLIOGRAPHIE



- **Electrotechnique industrielle. G.Séguier Editions Tech et doc**
- **Introduction à la commande vectorielle des machines asynchrones. Patrick Brunet**
- **Cours machines asynchrones. * Alain Cunière. Gilles Feld.**