

# Contribution au transport de poudre par actionnement piézoélectrique ultrasonique

## THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 8 juillet 2013

pour l'obtention du titre de

**Docteur de l'Université Lille 1 – Sciences et Technologies**  
**(spécialité Génie Electrique)**

par

**Răzvan CHITIC**

### Composition du jury

<i>Rapporteurs :</i>	Jean François Rouchon	Pr. ENSEEIHT, Laplace Toulouse
	Yves Bernard	Pr. Paris XI, LGEP SUPELEC
<i>Examineurs :</i>	Bruno Dehez	Pr. UC Louvain
	Christine Prella	Pr. UT Compiègne, Roberval
<i>Directrice de thèse :</i>	Betty Lemaire-Semail	Pr. L2EP USTL
<i>Examineurs :</i>	Pascal Tierce	PDG SinapTec
	Richard Béarée	MdC FISE - Arts et Métiers ParisTech
	Frédéric Giraud	MdC L2EP USTL
<i>Invités :</i>	Monique Favre	R&D SinapTec

**École doctorale Sciences Pour l'Ingénieur**

**Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance de Lille – EA 2697**



# Résumé / Abstract

## **Contribution au transport de poudre par actionnement piézoélectrique ultrasonique**

**Résumé** : Les systèmes industriels de transport de poudre sont, en général, des systèmes mécaniques bruyants, énergivores, mais surtout coûteux en maintenance. L'objectif de cette thèse consiste à investiguer des solutions alternatives exploitant des vibrations ultrasonores, moins contraignantes pour la structure et ses jonctions. Dans une première partie, une méthode de transport, baptisée « frottement contrôlé », exploite un actionnement piézo-électrique afin de moduler le coefficient de frottement équivalent entre la poudre et son guide de transport en mouvement. La mise en œuvre expérimentale de cette méthode démontre son potentiel et vient également corroborer une proposition de modèle analytique simplifié pour ce mode de transport.

Dans une seconde partie, des solutions exploitant uniquement des vibrations ultrasonores sont étudiées. Ces solutions se basent sur la génération et le contrôle d'une onde progressive acoustique dans un élément de type poutre ou tube. Des modèles analytiques et éléments finis de ces différentes solutions de transport sont exploitées afin de mieux appréhender les phénomènes physiques influençant le transport, mais aussi afin d'optimiser le dimensionnement de la structure en minimisant le taux d'onde stationnaire. En se basant sur les considérations et préconisations précédentes, des bancs de tests spécifiques à chacune des solutions envisagées sont développés. Les différentes campagnes d'essais réalisées permettent finalement de mener une analyse comparative de la qualité des solutions de transport de poudre par onde ultrasonique.

**Mots-clés** : onde progressive, frottement contrôlé, transport de poudre, transducteur piézoélectrique, transducteur ultrasonore, analyse modale, vibrations, déformations.

---

## **Contribution to powder transportation with ultrasonic piezoelectric actuators**

**Abstract** : Industrial powder transportation systems use conveyor belts or vibratory conveyors which are often noisy mechanical systems, requiring a massive energy consumption and a costly maintenance due to their moving parts. The objective of this thesis is to investigate alternative solutions using ultrasonic vibrations, less restrictive for the structure and its junctions. In the first part, a method of transportation, called "friction control," operates a piezoelectric actuator to modulate the equivalent friction coefficient between the powder and the guide in movement. The experimental implementation of this method shows its potential. We propose also a simplified analytical model for this mode of transport.

In the second part, only solutions using ultrasonic vibrations are studied. These solutions are based on the generation and control of an acoustic wave into a beam-like member or tube. Analytical and finite element models of the different transport solutions are used to better understand the physical phenomena affecting transport, but also to optimize the design of the structure by minimizing the standing wave ratio. Based on the above considerations, multiple specific tests bench for each of the proposed solutions are developed. Finally, the various tests carried out allow to conduct a comparative analysis of the quality of the powder transport solutions by ultrasonic wave.

**Keywords** : traveling wave, friction control, powder transportation, piezoelectric actuator, ultrasonic transducer, modal analysis, vibrations, deformations.



# Table de matières

<b>Résumé/Abstract</b> .....	<b>i</b>
<b>Table de matières</b> .....	<b>iii</b>
<b>Liste de figures</b> .....	<b>vii</b>
<b>Liste de tableaux</b> .....	<b>xi</b>
<b>Symboles et notations</b> .....	<b>xiii</b>
<b>Introduction générale</b> .....	<b>1</b>
<b>Chapitre I Etat de l’art</b> .....	<b>3</b>
I.1. Transport de poudre .....	3
I.1.1. Problématique du transport de poudre.....	3
I.1.2. Etat de l’art sur les méthodes classiques de transport de poudre .....	4
I.1.3. Etat de l’art des méthodes alternatives par ultrasons .....	12
I.1.4. Méthode Hybride : transport de poudre par frottement contrôlé.....	20
I.1.5. Synthèse des différentes méthodes de transport.....	22
I.2. Propriétés de la poudre aux ultrasons .....	25
I.2.1. Eléments concernant la poudre.....	25
I.2.2. Les forces entre particules .....	25
I.3. Conclusions du chapitre .....	29
<b>Chapitre II Frottement Contrôlé</b> .....	<b>31</b>
II.1. Introduction.....	31
II.2. Analyse du principe de « Frottement contrôlé ».....	32
II.2.1. Présentation du principe .....	32
II.2.2. Conception et réalisation d’un banc de test .....	33
II.2.3. Réalisation.....	39
II.2.4. Structure de contrôle .....	40
II.3. Résultats expérimentaux .....	42
II.3.1. Essais avec inclinaison.....	42
II.3.2. Essais sans inclinaison.....	49

II.4.	Modèle mathématique de transport de la poudre .....	56
II.4.1.	Introduction .....	56
II.4.2.	Présentation du modèle .....	56
II.4.3.	Modèle analytique.....	58
II.4.4.	Résultats instantanés de la modélisation.....	60
II.4.5.	Comparaison avec les résultats expérimentaux.....	65
II.5.	Conclusions .....	69
<b>Chapitre III</b>	<b>Onde progressive – éléments théoriques.....</b>	<b>71</b>
III.1.	Introduction.....	71
III.2.	Propagation d’une onde progressive dans un milieu de dimension infini .....	72
III.2.1.	Hypothèses et notations.....	72
III.2.2.	Qualité de l’onde progressive .....	74
III.2.3.	Vitesse tangentielle idéale de transport .....	75
III.2.4.	Notion de réflexion et d’onde réfléchie .....	77
III.3.	Propagation d’une onde progressive dans un milieu de dimension finie .....	78
III.3.1.	Problématique.....	78
III.3.2.	Analyse modale - types de modes d’excitation selon la structure exploitée .....	78
III.3.3.	Génération de l’onde progressive par approche modale.....	81
III.3.4.	Préservation de l’onde progressive par l’absorption de l’onde incidente .....	83
III.4.	Modèle analytique de l’onde progressive dans une poutre excitée en flexion .....	84
III.4.1.	Calcul analytique des fréquences de résonance en flexion.....	85
III.4.2.	Modèle analytique de la déformée dans le cas d’une onde progressive	87
III.4.3.	Applications du modèle analytique.....	88
III.4.4.	Conclusions .....	98
III.5.	Modèle analytique de l’onde progressive en longitudinal pour un tube.....	99
III.5.1.	Calcul analytique des modes propres de déformation .....	99
III.5.2.	Modèle analytique .....	105
III.5.3.	Applications du modèle analytique.....	106

III.5.4. Conclusion.....	110
III.6. Conclusions .....	110
<b>Chapitre IV Onde progressive – Mise en œuvre expérimentale et analyses .....</b>	<b>111</b>
IV.1. Eléments généraux.....	111
IV.2. Onde progressive en flexion dans des poutres.....	112
IV.2.1. Dimensionnement des bancs d’essais .....	112
IV.2.2. Onde progressive en flexion .....	118
IV.2.3. Essais de transport de poudre .....	120
IV.2.4. Onde progressive en flexion sur une structure tubulaire.....	124
IV.2.5. Conclusions.....	127
IV.3. Onde progressive en longitudinal sur une structure tubulaire .	128
IV.3.1. Conception de la maquette.....	128
IV.3.2. Construction de la maquette et essais réalisés.....	132
IV.3.3. Conclusion .....	134
IV.4. Conclusions .....	135
<b>Conclusions générales .....</b>	<b>136</b>
<b>Bibliographie .....</b>	<b>139</b>
<b>Annexe A. Glossaire de termes.....</b>	<b>145</b>
<b>Annexe B. Solution frottement contrôlé .....</b>	<b>146</b>
B.1. Calcul de la longueur du pied .....	146
B.2. Analyse modale de la poutre.....	148
B.3. Caractéristiques des poudres .....	149
B.4. Modèle mathématique du transport de poudre pour le principe du frottement contrôlé .....	149
<b>Annexe C. Modèle mathématique de l’onde progressive en flexion</b>	<b>151</b>





# Liste de figures

Figure I.1 – Possibilités de transport pneumatique de poudre : a – transport par phase diluée ; b – transport par fluidisation (Aéroglossière) ; c – transport par fluidisation (Airlift) ; d – transport par effet Venturi.....	6
Figure I.2 – Systèmes de transport mécaniques : a – transporteur à vis ; b – convoyeur à bande ; c – élévateur à godets.....	8
Figure I.3 – Schéma du dispositif expérimental .....	9
Figure I.4 – Principe de fonctionnement : $x$ est le déplacement du tuyau, à chaque intervalle de temps, la poudre avance d’une distance $x_0$ .....	9
Figure I.5 – Exemple d’une installation de transport classique par couloir vibrant [“Sinex Industrie” 2013].....	10
Figure I.6 – Principe d’obtention d’un mouvement elliptique par combinaison d’un mouvement vertical et d’un mouvement horizontal.....	11
Figure I.7 – Schéma du dispositif expérimental .....	12
Figure I.8 – L’onde progressive dans un tube en acrylique amorti [Mracek and Wallaschek 2005] .....	13
Figure I.9 – Illustration du principe d’entraînement des grains de poudre sur les crêtes des ellipses créées par l’onde progressive [Mracek and Wallaschek 2005] .....	14
Figure I.10 – L’installation expérimentale de mesure du débit [Kühne and Fritsching 2005] .....	15
Figure I.11 – La poudre dans le tube capillaire [Yang and Li 2003] .....	16
Figure I.12 – Différents types d’écoulement [Lu et al. 2008].....	16
Figure I.13 – La configuration géométrique du dispositif de transport [Yamada et al. 1993] .....	17
Figure I.14 – Installation expérimentale pour la génération d’onde progressive à partir de deux excitateurs [Loh and Ro 2000] .....	18
Figure I.15 – Schéma de l’installation expérimentale pour la propagation d’une onde progressive à partir d’un excitateur et d’un absorbeur [Hashimoto et al. 1998] .....	18
Figure I.16 – Structure du double tube.....	19
Figure I.17 – Illustration des déformations du tube intérieur .....	20
Figure I.18 – Schéma du dispositif expérimental pour l’approche « frottement contrôlé » ..	21
Figure I.19 – Représentation qualitative des méthodes de transport .....	22
Figure I.20 – Représentation radar des critères de performances.....	24
Figure I.21 – Deux particules de poudre avec des diamètres différents.....	26
Figure I.22 – a) une particule et une surface b) une particule et une plaque .....	26
Figure II.1 – Synchronisation des vibrations US sur le déplacement de la barre.....	32
Figure II.2 – Allure de l’amplitude vibratoire selon la largeur de la poutre et selon deux types de section (section de la poutre représentée sous la courbe d’amplitude de déplacement) .	34
Figure II.3 – Dimension de la section transversale de la poutre définitive .....	34

Figure II.4 – Dimensions des céramiques d’excitation .....	35
Figure II.5 – Analyse modale de la poutre avec les céramiques positionnées aux ventres de l’onde de flexion ; les nœuds de vibration apparaissent en vert .....	36
Figure II.6 – Le montage de la maquette.....	36
Figure II.7 – Superposition des ondes de vibration .....	37
Figure II.8 – Dimensions génériques de la lame .....	38
Figure II.9 – Forme finale des lames .....	38
Figure II.10 – Pièce de fixation.....	39
Figure II.11 – Le collage des céramiques sur le dessous de la poutre .....	39
Figure II.12 – Les nœuds pour la fréquence de 21729Hz .....	39
Figure II.13 – Amplitude vibratoire dans la direction transversale sur la poutre. Les valeurs de déplacement données ci après, ont été obtenues pour $U=100V$ $\hat{c}\text{-}\hat{c}$ ; $I=80mA$ $\hat{c}\text{-}\hat{c}$ ; $P_m=68mW$ et $f=21729Hz$ .....	40
Figure II.14 – Banc d’essais.....	41
Figure II.15 – L’inclinaison du bâti .....	43
Figure II.16 – Débit expérimental en fonction de l’amplitude vibratoire haute fréquence pour $\alpha=10^\circ$ et linéarisation .....	43
Figure II.17 – Débit en fonction de l’amplitude vibratoire pour $\alpha=15^\circ$ , surface inox .....	44
Figure II.18 – Débit en fonction de l’amplitude vibratoire pour $\alpha=15^\circ$ , surface « scotch »..	45
Figure II.19 – Débit en fonction de l’amplitude vibratoire pour le corindon et différentes surfaces .....	46
Figure II.20 – Inclinaison du système complet .....	47
Figure II.21 – Débit en fonction du déplacement basse fréquence pour $\alpha=15^\circ$ .....	48
Figure II.22 – Le montage complet de la maquette sans inclinaison .....	50
Figure II.23 – Débit en fonction de l’amplitude de déplacement basse fréquence .....	51
Figure II.24 – Vitesse moyenne en fonction de l’amplitude de déplacement basse fréquence .....	52
Figure II.25 – Débit en fonction du déplacement basse fréquence pour le corindon selon deux inclinaisons du guide de poudre.....	53
Figure II.26 – Débit en fonction de l’amplitude haute fréquence pour une amplitude de déplacement basse fréquence de $630\mu m$ $\hat{c}\text{-}\hat{c}$ .....	54
Figure II.27 – Débit en fonction du déphasage .....	55
Figure II.28 – Définition des repères.....	57
Figure II.29 – Modèle du transport représenté par le réseau de Petri .....	57
Figure II.30 – Bilan des efforts pour le corps granulaire pendant l’adhérence .....	58
Figure II.31 – Bilan des efforts pour la phase de glissement.....	59
Figure II.32 – Simulation d’un cycle de fonctionnement pour le corindon – alimentation des céramiques quand l’accélération de la barre est négative (déphasage $90^\circ$ ) .....	62
Figure II.33 – Simulation d’un cycle de fonctionnement pour le corindon – alimentation des céramiques quand la vitesse de la barre est négative (déphasage $0^\circ$ ) .....	63
Figure II.34 – Simulation d’un cycle de fonctionnement pour l’alumine $\Phi 30\mu m$ – alimentation des céramiques quand l’accélération de la barre est négative (déphasage $90^\circ$ ) .....	64
Figure II.35 – Vitesses moyennes mesurée et calculée pour le corindon .....	67
Figure II.36 – Vitesses moyennes mesurée et calculée pour l’alumine $30\mu m$ .....	68
Figure II.37 – Vitesses moyennes mesurée et calculée pour le ciment.....	68
Figure II.38 – Vitesse moyennes mesurée et calculée pour l’alumine $10\mu m$ .....	69

Figure III.1 – Propagation de l’onde progressive.....	72
Figure III.2 – Onde stationnaire .....	73
Figure III.3 – Illustration d’une onde progressive imparfaite (TOS différent de 1) .....	74
Figure III.4 – Principe d’entraînement des objets par des ellipses locales créées par l’onde progressive.....	75
Figure III.5 – La flexion d’une poutre pour un instant donné .....	76
Figure III.6 – Modes de déformation d’une poutre .....	79
Figure III.7 – Les modes du tube : les modes de dilatation-compression, les modes radiaux et les modes de flexions .....	80
Figure III.8 – Excitation transversale et longitudinale.....	80
Figure III.9 – Excitation d’une poutre par deux générateurs de force déphasés .....	81
Figure III.10 – Evolution de la participation de chaque mode propre en fonction de la fréquence d’excitation [Vloebergh 2010] .....	82
Figure III.11 – Adaptation de l’impédance .....	83
Figure III.12 – Les premiers modes de déformation de la poutre .....	86
Figure III.13 – Spectre fréquentiel de la poutre en acier 12×4×485mm : en bleu, résultats du modèle analytique ; en rouge, fréquences de résonance obtenues par analyse modale .	90
Figure III.14 – Déformée de la poutre sur la partie centrale, pour deux forces déphasées de 90° et pour la fréquence médiane entre deux modes .....	91
Figure III.15 – Déformée de la poutre en fonction du temps t et de la position x, pour un amortissement nul.....	92
Figure III.16 – Déformée de la poutre dans sa partie centrale, en utilisant un taux d’amortissement $\zeta=0.003$ .....	93
Figure III.17 – Déformée de la poutre sur toute la longueur de la barre avec un taux d’amortissement de 0.003 .....	94
Figure III.18 – Détermination du TOS sans amortissement pour $f=20900\text{Hz}$ .....	96
Figure III.19 – Détermination du TOS avec amortissement pour $f=20900\text{Hz}$ .....	96
Figure III.20 – Fréquence optimisée avec amortissement $\zeta=0.003$ .....	97
Figure III.21 – Vérification de fréquence optimisée avec amortissement.....	98
Figure III.22 – Représentations des déformations circonférentielles d’un tube .....	100
Figure III.23 – Exemple de la déformation du mode $n=2$ et $m=4$ .....	101
Figure III.24 – Les modes de déformation $n=(0,1,\dots,6)$ pour le tube en acier inoxydable	102
Figure III.25 – Distribution de modes propres de déformation pour une structure tubulaire en acier inoxydable. Représentation des modes axisymétriques uniquement ( $n=0$ ) pour différentes valeurs du ratio rayon/longueur et du ratio épaisseur/rayon .....	104
Figure III.26 – Spectre fréquentiel d’un barreau 30×30×1000mm.....	108
Figure III.27 – Déformée de la poutre en fonction du temps t et de la position x .....	109
Figure IV.1 – Déformations de la poutre 14×4.9×476mm pour les modes m19 et m20 ...	115
Figure IV.2 – Déformations de la poutre pour les modes m19 et m20 (résultats par éléments finis).....	116
Figure IV.3 – Fixation de la poutre sur le transducteur avec la vis.....	117
Figure IV.4 – Montage complet : poutre avec les deux transducteurs. ....	117
Figure IV.5 – Spectre fréquentiel pour la maquette présentée dans la Figure IV.4 ; mesure obtenue par l’analyseur d’impédance .....	118
Figure IV.6 – Vitesses moyennes de la poudre mesurée et approchée linéairement en fonction de la vitesse tangentielle théorique de crête d’onde.....	122

## Liste de figures

---

Figure IV.7 – Transport uniforme de la poudre sur la poutre 14×5mm .....	123
Figure IV.8 – Transport discontinu de la poudre sur la poutre 15×2mm : des paquets de poudre se forment .....	124
Figure IV.9 – Déformation de la poutre pour le mode $f=20160\text{Hz}$ .....	125
Figure IV.10 – Fixation du tube sur le transducteur avec la vis .....	126
Figure IV.11 – Montage complet : tube avec les deux transducteurs .....	126
Figure IV.12 – Fixation du tube dans le transducteur .....	128
Figure IV.13 – Les modes de déformation $n=(0,1)$ pour le tube en acier inoxydable.....	129
Figure IV.14 – Déformation du tube seul et de l’assemblage complet dans la direction axiale Z ; mode $m=18$ . .....	130
Figure IV.15 – Déformation de la structure en Y et en Z (résultats par éléments finis) ....	131
Figure IV.16 – Maquette onde progressive en longitudinal .....	132
Figure IV.17 – Spectre fréquentiel de la maquette .....	133
Figure IV.18 – Trou réalisé a l’extrémité du tube pour introduire la poudre .....	134

# Liste de tableaux

Tableau I.1 – Synthèse des méthodes de transport présentées .....	23
Tableau I.2 – La force d’adhésion respectivement de vibration pour les différentes poudres	28
Tableau II.1 – Synthèse des essais réalisés pour une inclinaison de 15° .....	46
Tableau II.2 – Densités pour les poudres utilisées .....	51
Tableau II.3 – Identification expérimentale des coefficients de frottement sec avec et sans US pour différentes poudres .....	65
Tableau IV.1 – Caractéristiques des poutres utilisées .....	114
Tableau IV.2 – Longueur pour les poutres utilisées .....	114
Tableau IV.3 – Calcul analytique des modes propres de flexion .....	114
Tableau IV.4 – Les modes de flexion pour la poutre 14×4.9mm ; résultats expérimentaux issus de l’analyse interférométrique .....	119
Tableau IV.5 – Caractéristiques de l’onde progressive obtenue pour les poutres en flexion ; le dimensionnement de ces poutres a suivi la méthode analytique. ....	120
Tableau IV.6 – Paramètres de transport de la poudre sous l’action de l’onde progressive ; mesure effectuée pour les quatre poutres et deux poudres différentes .....	121
Tableau IV.7 – Les amplitudes vibratoires de seuil, mesurées et estimées, pour le corindon .....	122
Tableau IV.8 – Caractéristiques du tube .....	124
Tableau IV.9 – Les modes de déformation déterminés par calcul analytique et par simulation numérique .....	125
Tableau IV.10 – Paramètres de l’onde progressive pour les tubes en flexion .....	127
Tableau IV.11 – Les modes de déformation déterminés par calcul analytique et par simulation numérique .....	129
Tableau IV.12 – Paramètres de l’onde pour la maquette onde progressive en longitudinal .....	133



# Symboles et notations

## Constantes générales du système

$E$	Module du Young [N/m <sup>2</sup> ]
$I$	Moment inertiel [m <sup>4</sup> ]
$\rho$	Densité [kg/m <sup>3</sup> ]
$\nu$	Coefficient de Poisson
$L, d, h$	Respectivement la longueur, la largeur et la hauteur d'une poutre [m]
$R$	Rayon moyen d'un tube [m]
$S$	Surface de la section droite d'une poutre [m <sup>2</sup> ]
$l$	Position des transducteurs pour la maquette Onde progressive en flexion [m]
$\alpha$	Inclinaison du système [°]
$g$	Accélération gravitationnelle [m/s <sup>2</sup> ]

## Constantes de l'onde progressive

$f$	Fréquence d'excitation [Hz]
$\omega$	Pulsation [rad/s]
$\lambda$	Longueur d'onde [m]
$k$	Nombre d'onde [1/m]
$\phi$	Phase de l'onde progressive
$v$	Vitesse de phase [m/s]
$A$	Amplitude de vibration [m]
$v_T, v_N$	Respectivement la vitesse tangentielle et la vitesse normale [m/s]
$w(x,t), u(x,t)$	Respectivement la déformation normale et tangentielle de la vibration
$TOS$	Taux d'Onde Stationnaire

## Constantes de la poudre

$M$	Masse du corps granulaire [kg]
$P$	Poids du corps granulaire [N]
$\mu_s, \mu'_s$	Coefficients de frottement sec entre la poudre et la barre sans respectivement avec ultrasons
$k_f, k'_f$	Coefficients de frottement fluide entre la poudre et la barre sans respectivement avec ultrasons
$F_s, F_f$	Force de frottement sec [N], force de frottement fluide [N.s/m]
$v_p$	Vitesse moyenne de déplacement de la poudre [m/s]



# Introduction générale

Le transport de poudre est parfois une étape délicate d'un processus industriel, bien qu'il ne confère au produit final aucune valeur ajoutée: en général, on s'attend à ce que la matière transportée ne se dé-mélange pas, qu'il n'y ait pas de perte de matière et que cette dernière ne soit sujette à aucune modification chimique pendant le transport.

De nombreux systèmes de transport de poudre existent aujourd'hui. Mais ils souffrent d'un nombre important de défauts à corriger. En effet, ce sont, en général, des systèmes mécaniques bruyants, qui nécessitent une maintenance coûteuse et qui sont parfois énergivores.

Les travaux présentés dans ce mémoire proposent de fournir une alternative à ces méthodes. Initiée par la société SinapTec, l'étude traite de la faisabilité d'un transport de poudre par onde ultrasonore. Elle fait suite à des études préliminaires menées au sein du L2EP (Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance de Lille), notamment dans le cadre de deux stages ingénieurs.

SinapTec est une PME indépendante de la région lilloise qui propose une expertise de plus de 25 ans dans le développement de solutions piézoélectriques et ultrasoniques innovantes pour la recherche et l'industrie ["SinapTec" 2013].

Le but de cette thèse consiste à rechercher et à analyser des méthodes de transport de poudre par onde vibratoire adaptable à un contexte d'exploitation industrielle. Les installations classiques de transport de poudre ["Sinex Industrie" 2013] sont généralement réalisées avec des couloirs vibrants qui utilisent des actionneurs électromagnétiques. Ces actionneurs travaillent en basse fréquence et ont de grandes amplitudes de déplacement qui produisent les détériorations au niveau des joints. La maintenance consiste alors à remplacer ces éléments (les silentblocs), mais aussi à reprendre le réglage de l'installation. Par ailleurs, ces sollicitations mécaniques importantes engendrent des fuites de poudre suite à la dégradation des soufflets aux jonctions.

L'objectif final est donc de développer une installation de transport poudre qui doit travailler en haute fréquence et avec de faibles amplitudes afin d'éliminer les problèmes de contraintes au niveau des joints.

La réalisation de cette installation doit respecter certains critères de performance qui sont imposés dans le cahier de charges:

- fixation quasi-rigide des jonctions (afin de réduire la maintenance) ;
- débit de transport (jusqu'à 12kg/min) minimal et potentiellement réglable ;
- robustesse de l'installation (facilité et réduction de la maintenance) ;
- aucune perte de poudre pendant le transport ;
- vidage complet de l'installation (contrainte indispensable en cas d'intervention pour maintenance) ;
- conservation de l'homogénéité de la poudre (contrainte liée au processus) ;
- pas de réchauffement de la poudre (contrainte liée au processus) ;

Ces travaux de thèse ont commencé avec une étude bibliographique large qui a porté aussi bien sur la problématique du transport de poudres que sur le comportement des différents types de poudres en terme d'adhérence ou de cohésivité. Au niveau de l'actionnement, nous nous sommes également penchés sur la problématique de l'actionnement piézo-électrique, et celle de la propagation d'une onde progressive dans un milieu fini tel un tube ou une poutre.

Afin de vérifier les principes de transport de poudre qui sont proposés, des investigations sur plusieurs maquettes, conçues en collaboration entre SinapTec et le L2EP, ont été systématiquement menées. Les résultats de ces évaluations sont très importants afin d'accroître la compréhension des phénomènes (aujourd'hui encore mal maîtrisés) qui assurent la fonction de transport de la poudre.

Dans le premier chapitre nous introduisons donc les différentes méthodes de transport de poudre, ceux majoritairement utilisés dans les processus industriels et ceux plus innovants, amenés à pallier les défauts des premiers. C'est également dans ce chapitre que nous rappelons quelques caractéristiques simples du comportement des poudres.

Puis dans un second chapitre, nous présentons une solution de transport innovante qui s'appuie sur des déplacements basse-fréquence de forte amplitude d'une conduite de poudre, à laquelle des vibrations ultrasonores synchronisées ont été ajoutées. Pour cette solution nous présentons le principe de transport, les éléments de conception et les validations numériques pour passer ensuite à la construction physique et aux expérimentations. Le chapitre se termine avec un modèle mathématique simplifié de transport de poudre permettant d'analyser le fonctionnement et les performances obtenues. Les résultats de ce banc de test, ont été présentés dans deux articles de conférence [Chitic et al. 2012] [Chitic et al. 2013].

Cette solution a eu le mérite de nous faire aborder les interactions poudre-vibration, mais elle ne respecte pas de manière complète les critères de performances imposés dans le cahier de charges. C'est pourquoi, une deuxième méthode de transport, qui élimine complètement le déplacement basse fréquence a été étudiée ; elle utilise uniquement des vibrations haute fréquence pour créer une onde progressive dans une structure finie de transport, un tube ou une poutre et assurer ainsi le transport de poudre.

Le chapitre trois introduit donc tout d'abord des notions générales relatives à l'onde progressive dans un milieu infini, pour passer ensuite au cas plus réaliste du milieu de dimension finie. Les possibilités d'obtenir une onde progressive en fonction du type de structure excitée sont étudiées, notamment en proposant une modélisation analytique de l'onde de vibration et en étudiant le TOS, Taux d'Onde Progressive obtenu.

Enfin, le quatrième chapitre présente les éléments de conception, de validation numérique et de fabrication de diverses maquettes réalisées pour étudier le principe de l'onde progressive. Les résultats expérimentaux obtenus permettent de qualifier les performances en terme de débit pour différentes poudres et différentes structures de transport.

# Chapitre I

## Etat de l'art

### I.1. Transport de poudre

#### I.1.1. Problématique du transport de poudre

Les installations de transport de poudre sont utilisées dans des domaines très variés tels les industries agro-alimentaire, chimique ou pharmaceutique. Dans chaque domaine, elles doivent respecter des contraintes spécifiques comme par exemple le dosage précis de substances médicamenteuses, le transport de poudre en grande quantité et/ou sur de longues distances, ou encore le vidage complet d'une installation contenant des produits dangereux. Ainsi, le transport de poudre peut parfois être une étape délicate d'un processus industriel, bien qu'il ne confère au produit final aucune valeur ajoutée. En général, on s'attend à ce que la matière transportée ne se démélange pas, qu'il n'y ait pas de perte de matière et que cette dernière ne soit sujette à aucune modification chimique pendant le transport. De nombreux systèmes de transport de poudre existent aujourd'hui, mais pour certains domaines les méthodes actuelles ne permettent pas d'assurer une bonne maîtrise de l'écoulement en termes de précision et de vitesse de transport notamment. De plus, ces dispositifs souffrent d'un nombre important de défauts à corriger. Ce sont en effet des systèmes mécaniques bruyants travaillant à basse fréquence, qui nécessitent une maintenance coûteuse et sont parfois jugés trop énergivores.

Les travaux présentés dans ce mémoire visent à investiguer une alternative à ces méthodes. Initiée par la société SinapTec, l'étude traite de la faisabilité d'un transport de poudre par onde ultrasonore. Elle fait suite à des études préliminaires menées au sein du laboratoire L2EP, notamment dans le cadre de deux stages ingénieurs.

Ce chapitre introductif dresse tout d'abord un état de l'art des méthodes classiquement utilisées dans le monde industriel pour satisfaire au transport de poudres à différentes échelles. Face aux inconvénients liés à ces systèmes, une investigation vers des dispositifs plus performants reposant sur l'utilisation de vibrations ultrasonores est menée. Le chapitre se termine sur la considération des forces physiques susceptibles de s'appliquer aux particules formant la poudre.

### **I.1.2. Etat de l'art sur les méthodes classiques de transport de poudre**

Il existe plusieurs méthodes classiques de transport de poudre, chacune d'entre elles étant plus ou moins adaptée aux domaines d'application. En effet, le transport de poudre est influencé par les caractéristiques de la poudre, mais aussi par d'autres facteurs extérieurs comme l'humidité, la température ou la pression [Masuda et al. 2006]. De plus, chaque processus industriel a ses demandes spécifiques portant sur le débit nécessaire ou la distance de transport. Les différentes méthodes classiquement utilisées peuvent être classées dans deux grandes catégories :

- Transport de poudre par moyens pneumatiques ;
- Transport de poudre par moyens mécaniques.

#### **I.1.2.1. Transport de poudre par des moyens pneumatiques**

Les systèmes de manutention pneumatiques sont des systèmes qui consistent à réaliser le transport de poudre en utilisant un courant d'air dans une conduite étanche. Ces systèmes ont des débits qui varient entre quelques centaines de kilogrammes par heure et plusieurs dizaines de tonnes voir même plusieurs centaines de tonnes par heure, et pouvant s'étendre sur des longueurs supérieures à la centaine de mètres. Les avantages de ce principe de transport sont [Destoop 1999] :

- Aucune perte de produit ni dégagement de poussières puisque la poudre évolue dans une conduite étanche ;
- La possibilité de transporter sous gaz neutres ;
- Entretien et coût d'exploitation réduits.

Le transport pneumatique peut être classé en fonction de plusieurs critères :

- En fonction de la pression tout d'abord. On distingue en effet les systèmes basse pression, où la poudre est diluée dans le gaz permettant d'atteindre en général les vitesses les plus élevées de ce mode de transport. Dans les systèmes à haute pression, au contraire, la poudre est en phase dense et les vitesses de transport sont faibles. Dans un cas comme dans l'autre, on choisira de travailler en refoulement (à pression positive vis à vis de l'air ambiant) ou en aspiration (c'est à dire à pression négative) ;
- On peut également considérer la direction du transport, selon qu'il s'élabore à la verticale (Airlift), à l'horizontale ou avec une certaine inclinaison (Aéroglossière).

La Figure I.1 présente quelques réalisations technologiques. Le dispositif de la Figure I.1.a ["Convoyeur pneumatique" 2013] présente un système de transport de poudre à pression positive, en phase diluée, en direction verticale et horizontale. Un suppresseur associé à deux têtes de mise à l'air libre permet de souffler de l'air dans une conduite. L'écluse rotative alimente la conduite en poudre, qui se trouve alors entraînée dans la conduite. L'écluse rotative peut être remplacée par un dispositif employant l'effet venturi comme dans la Figure I.1.d ["Buses de transport pneumatique" 2013]. Le système en Figure I.1.c ["Fluidisation Airlift" 2013] produit un déplacement de la poudre à la verticale et vers le

haut à partir d'un jet de gaz (en vert). La séparation gaz-poudre se fait au moyen d'un réflecteur incurvé et par gravité. Enfin, le dispositif en Figure I.1.b [Destoop 1999] utilise un système de membrane poreuse pour produire un coussin d'air sous l'amas de poudre. La poudre est alors déplacée par gravité [Destoop 1999] ; c'est un cas d'utilisation de la poudre en phase dense.

Cette liste d'exemples n'est pas exhaustive, mais permet de bien montrer les limites d'une telle technologie. En effet, au cours du processus, la poudre doit être séparée du gaz, ce qui est réalisé à l'aide de filtres ou de séparateurs. Ces filtres accumulent de la poudre qu'il est ensuite difficile de récupérer; certes, le produit n'a pas fuit, mais une partie est perdue, ce qui peut être problématique. Par ailleurs, à la longue, de la poudre peut se colmater là où le jet de gaz subit des turbulences; par exemple au niveau des coudes, ou bien sur toute partie non lisse de la conduite. Là encore, le produit n'est pas perdu, mais sa récupération totale nécessite l'arrêt du dispositif et une maintenance coûteuse.

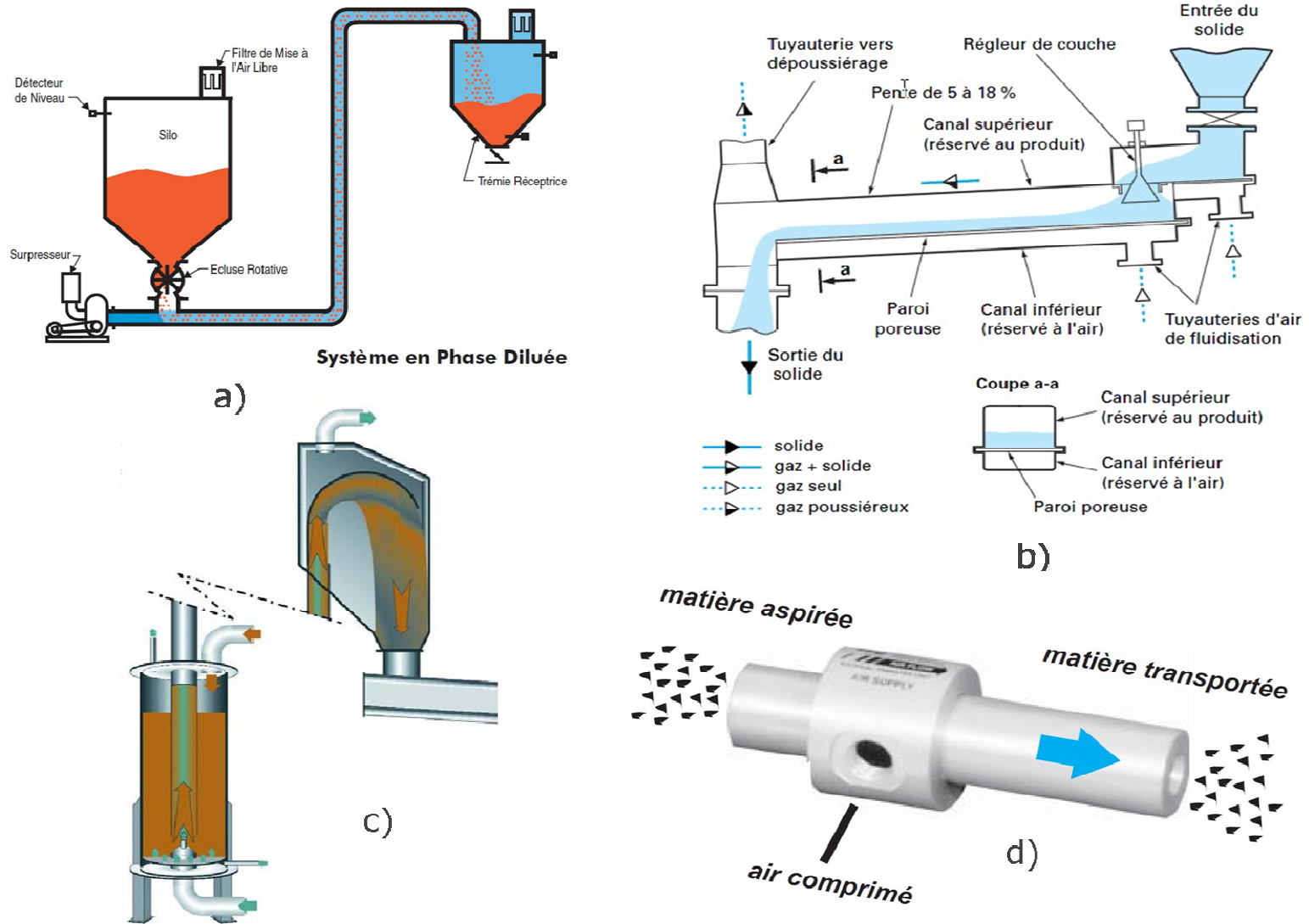


Figure I.1 – Possibilités de transport pneumatique de poudre : a – transport par phase diluée ; b – transport par fluidisation (Aéroglossière) ; c – transport par fluidisation (Airlift) ; d – transport par effet Venturi.

### **I.1.2.2. Transport de poudre par des moyens mécaniques**

Parce qu'elles ne feront pas l'objet de notre étude, nous évoquons tout d'abord rapidement les solutions classiques transport mécanique. Ces solutions de transport sont utilisées intensivement dans différents secteurs industriels depuis de nombreuses années. Elles permettent des débits de transport très importants, pouvant atteindre plusieurs centaines de tonnes de poudre par heure sur des distances de plusieurs dizaines de mètres. Parmi ces dispositifs de transport, on citera :

- Les convoyeurs à vis sans fin (Figure I.2 a ["Screw conveyors" 2013]) ;
- Les convoyeurs à bande (Figure I.2 b ["Conveyor Belt Guide" 2013]) ;
- Les élévateurs à godets (Figure I.2 c ["Elévateur à Godets" 2013]).

Ces systèmes mettent en jeu une interaction poudre-conduite très simple puisque la poudre est en adhérence avec la conduite tout au long du transport.

Dans la suite, nous allons décrire plus en détail des systèmes mécaniques de transport qui mettent en jeu une interaction poudre-conduite plus complexe et dont nous reprendrons les principes ultérieurement.

#### **I.1.2.2.1. Introduction**

Ces dispositifs de transport de poudre mécaniques reposent sur la mise en mouvement oscillant et périodique d'un guide de poudre. Deux types de mouvements se rencontrent :

- ceux sans hystérésis de déplacement ;
- ceux avec hystérésis de déplacement.

Nous présentons dans la suite de ce mémoire des expériences menées au sein du laboratoire L2EP qui en illustrent le principe, ainsi que quelques exemples significatifs de tels systèmes.

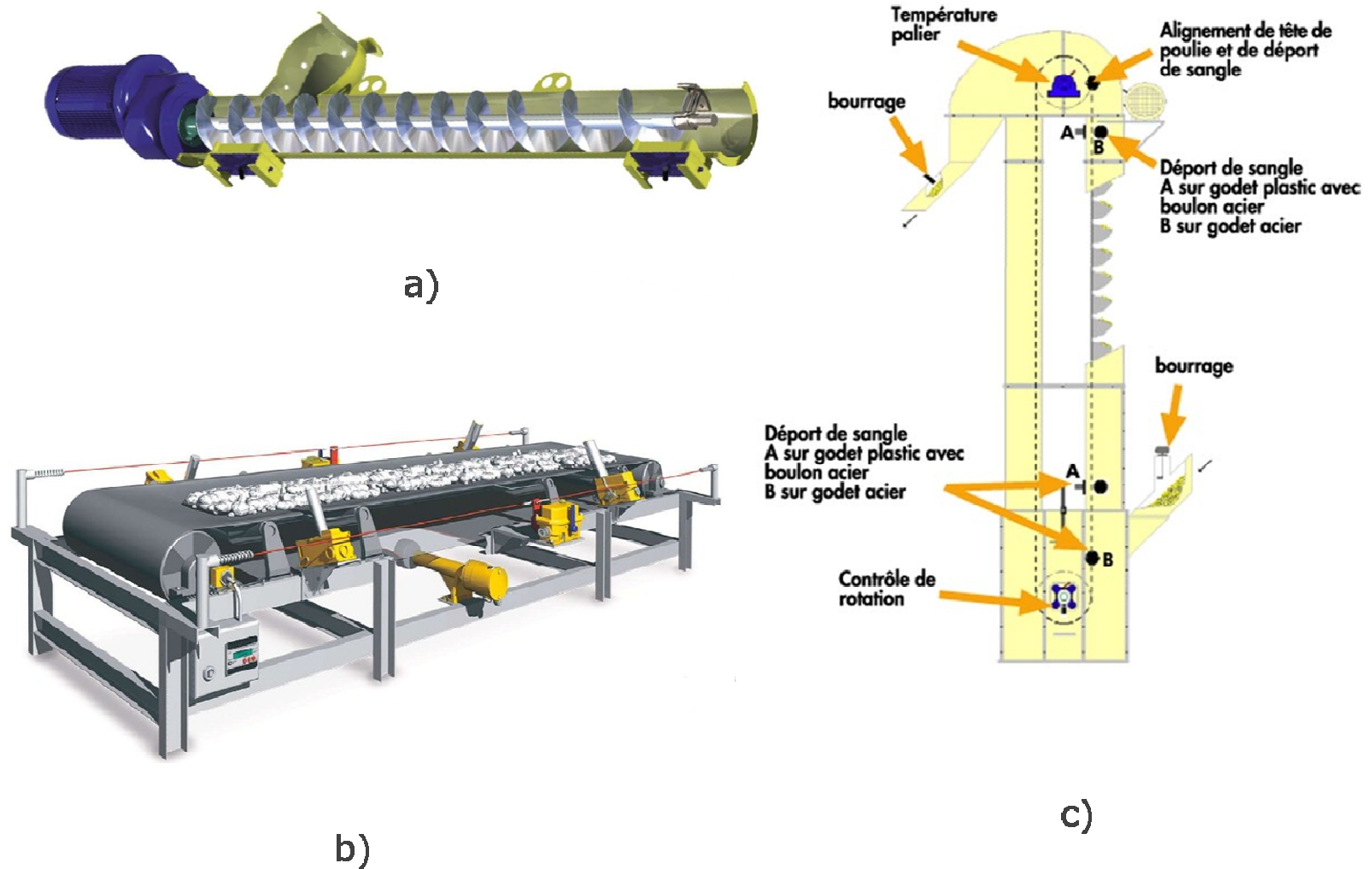


Figure I.2 – Systèmes de transport mécaniques : a – transporteur à vis ; b – convoyeur à bande ; c – élévateur à godets



I.1.2.2.2. Systèmes de transport sans hystérésis

I.1.2.2.2.1. Systèmes de transport de poudre par « stick and slip »

Pour ce type de dispositif, un moteur linéaire électromagnétique est fixé au guide de poudre (Figure I.3). Le moteur est asservi en position, et produit un mouvement qui a une forme de "dents de scie" [Chitic 2009].

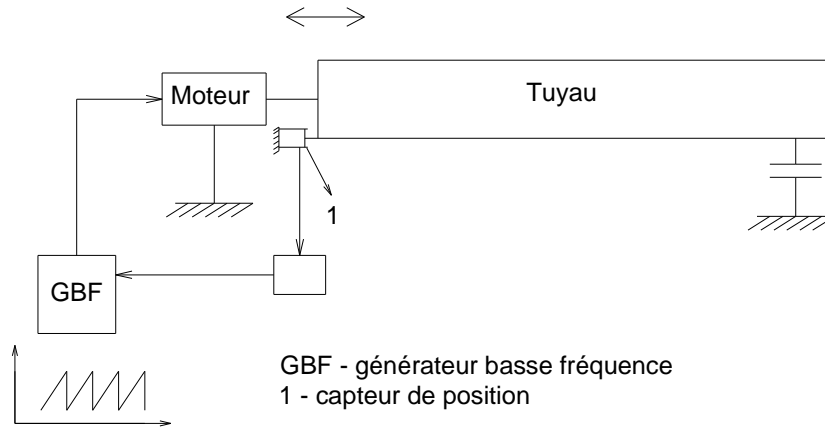


Figure I.3 – Schéma du dispositif expérimental

Comme décrit à la figure Figure I.4, au cours de l'intervalle de temps **I**, le tuyau se déplace lentement horizontalement et entraîne la poudre (phase « stick », collage ou adhérence). Par contre, pendant l'intervalle de temps **II** (très court), le tuyau est ramené rapidement en arrière, si bien que la poudre glisse et reste sur place par effet inertiel (phase « slip », glissement). Finalement, au bout des deux intervalles de temps, le tuyau est revenu à sa position initiale et la poudre a avancé d'une distance théorique  $X_0$ .

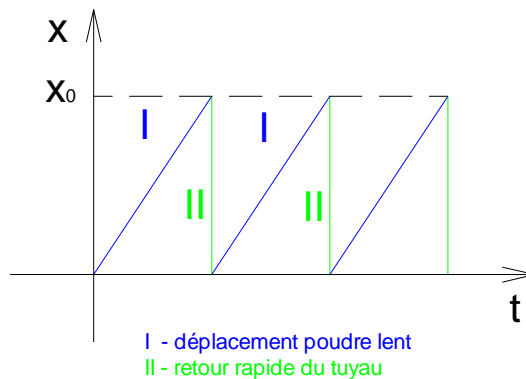
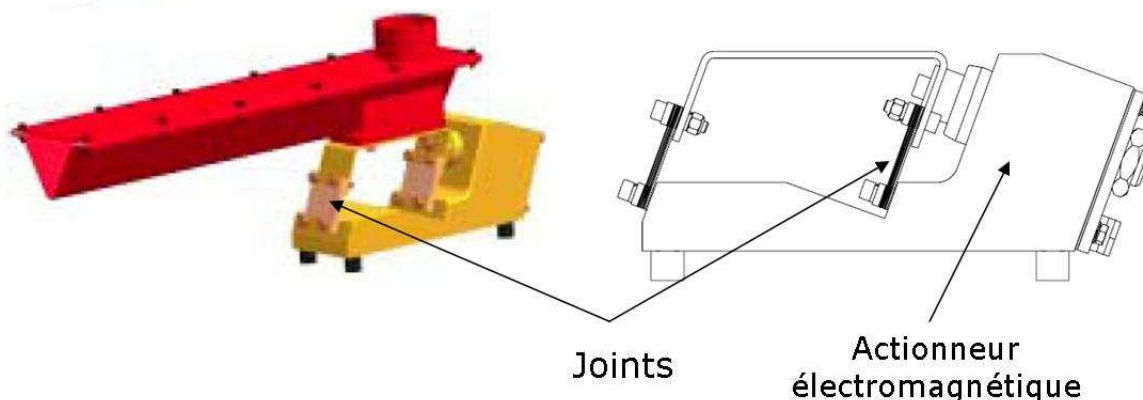


Figure I.4 – Principe de fonctionnement :  $x$  est le déplacement du tuyau, à chaque intervalle de temps, la poudre avance d'une distance  $x_0$

Pour augmenter la vitesse et le débit de poudre, on peut soit augmenter l'amplitude de déplacement ( $x_0$ ) soit augmenter la fréquence du signal. Il est même possible d'inverser le sens de déplacement, simplement en inversant l'allure de la forme du signal de position de référence. L'avantage principal pour ce type d'installation est la simplicité de la commande puisqu'elle ne nécessite qu'un seul générateur de signal. De fait, un tel dispositif sera robuste et simple à mettre en œuvre. Cependant, il faut veiller à ne pas augmenter la fréquence d'alimentation, pour éviter d'exciter les modes de vibration élevés de la structure mécanique. Dans ce cas le guide de poudre pourrait se déformer et engendrer des mouvements parasites qui viendraient contrer l'effet moteur de déplacement de poudre. On notera que ce principe de transport est un cas de transport sans hystérésis de déplacement, car la conduite de poudre subit un mouvement de translation linéaire horizontale.

### *I.1.2.2.2. Systèmes de transport de poudre par couloir vibrant*

Ce terme désigne plus particulièrement des dispositifs dans lesquels la conduite de poudre est mise en mouvement de translation linéaire, mais sur un axe incliné par rapport à l'horizontale. Un tel système, décrit à la Figure I.5, se compose d'un actionneur électromagnétique produisant un mouvement oscillant, et incliné donc. Des joints flexibles guident la conduite en translation :



*Figure I.5 – Exemple d'une installation de transport classique par couloir vibrant [“Sinex Industrie” 2013]*

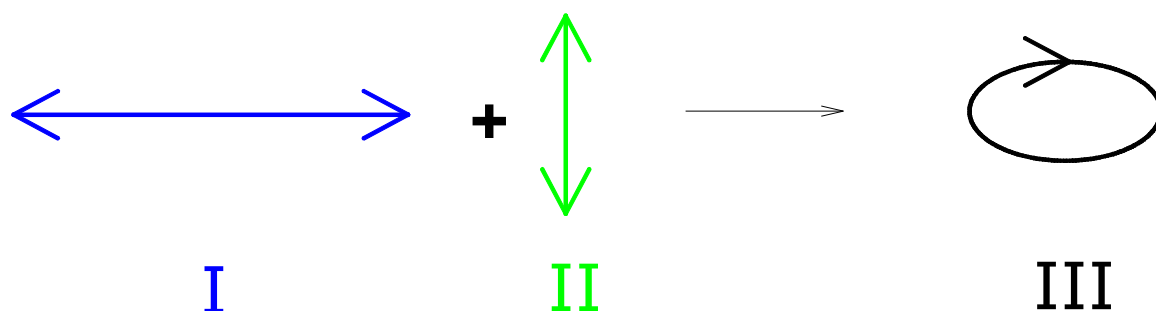
Le principe de fonctionnement est décrit dans l'article [Hor and Linz 2005], et peut se résumer en trois étapes. Tout d'abord, une phase d'adhérence pendant laquelle la conduite guide la poudre. Puis une phase pendant laquelle la poudre n'est plus en contact avec la conduite, qui survient au moment du changement de sens du mouvement du moteur. Cette phase consiste en un décollement puis une chute de la poudre sur la conduite, si bien qu'elle est aussi appelée « chute balistique ». Lorsque la poudre reprend contact avec la conduite, leurs vitesses absolues ne sont plus identiques, il y a donc une troisième phase de frottement avant de reprendre un cycle.

C'est l'apparition de la phase de décollement qui permet à la poudre d'avancer (sinon elle subirait elle aussi un mouvement oscillant). Cette phase est provoquée par l'inclinaison de

l'axe de poussée du moteur, qui a une importance fondamentale sur le bon fonctionnement: si le mouvement relatif de la poudre est trop proche de la verticale, la poudre sursaute mais avance peu, s'il est trop proche de l'horizontale, la poudre reste collée au guide de poudre. C'est donc une méthode sans hystérésis de mouvement car chaque point du guide de poudre a un mouvement rectiligne. A contrario, les dispositifs à hystérésis de mouvement conjuguent quant à eux un mouvement horizontal et un mouvement vertical.

### I.1.2.2.3. Dispositifs à hystérésis de mouvement

Pour ces dispositifs, un mouvement horizontal du guide de poudre est associé à un mouvement vertical produisant un mouvement plan, à hystérésis de mouvement. Dans le cas particulier où les mouvements horizontaux et verticaux sont deux oscillations sinusoïdales, ce mouvement devient un mouvement elliptique.



I - mode longitudinal  
II - mode de flexion  
III - mouvement elliptique

*Figure I.6 – Principe d’obtention d’un mouvement elliptique par combinaison d’un mouvement vertical et d’un mouvement horizontal*

Ce principe a été mis en œuvre sur le banc expérimental décrit à la Figure I.7 ; il est composé par un moteur linéaire Voice Coil qui travaille en basse fréquence et un tuyau sur lequel on a ajouté un poids à l’extrémité libre pour favoriser par dissymétrie l’excitation des modes de flexion [Alavi and Zhou 2008].

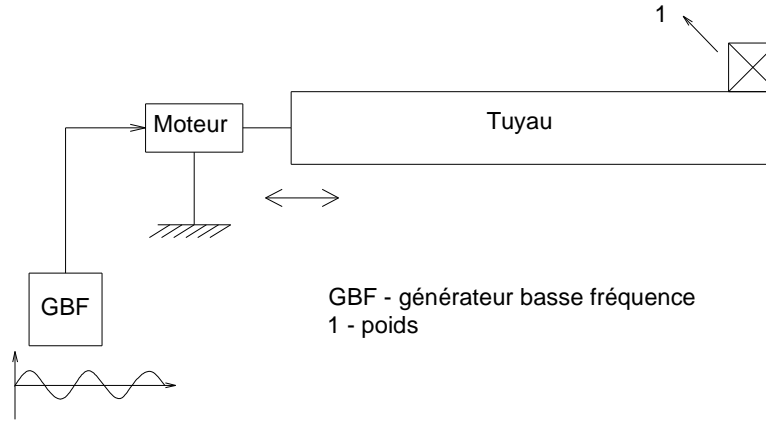


Figure I.7 – Schéma du dispositif expérimental

Le moteur électrique réalise un mouvement longitudinal de translation. La fréquence de ce mouvement et la longueur du tuyau doivent être bien choisies pour pouvoir induire l'excitation du premier mode de flexion du tuyau. Le poids qui est ajouté à l'extrémité du tube, aide à la flexion du tube parce qu'il produit un déplacement sur la direction transversale du tuyau [“Elliptec Motor X15G” 2013]. Le chevauchement de ces deux mouvements (Figure I.6) crée un mouvement elliptique qui sera détaillé dans le chapitre suivant.

Plus la longueur du tube devient grande, plus la fréquence du premier mode devient petite, ce qui peut produire des fréquences audibles et dans tous les cas, réduit la vitesse de déplacement (à oscillation constante). Ce principe se prête donc plus facilement aux faibles longueurs de transport, comme cela peut être le cas pour des dispositifs de dosage précis.

### I.1.3. Etat de l'art des méthodes alternatives par ultrasons

#### I.1.3.1. Eléments généraux

C'est afin de pallier les inconvénients des systèmes mécaniques que sont nés les dispositifs de transport de poudre par ultrason. Un des objectifs est de parvenir à réduire l'amplitude de vibration mécanique nécessaire tout en conservant la même vitesse de déplacement de la poudre, c'est à dire le débit. En effet, si l'on considère que la vitesse de la poudre  $v_p$  est liée en première approximation à la vitesse vibratoire de l'élément mobile d'un système mécanique, on peut poser :

$$v_p = A \cdot f \tag{I.1}$$

Avec  $A$  est l'amplitude de déplacement et  $f$  la fréquence d'excitation.

Avec cette hypothèse, augmenter la fréquence de la vibration permet de réduire l'amplitude nécessaire au mouvement mécanique pour une vitesse de poudre donnée. Ce faisant, les contraintes aux joints d'accouplement entre partie fixe et partie mobile se réduisent. Pour des fréquences vraiment très grandes, ce déplacement peut même être rendu négligeable. Mais, dans le même temps, les hautes fréquences excitent plus aisément

les modes de vibration du système, et il devient alors possible d'engendrer une vibration de la partie mécanique, mais qui ne produit pas de déplacement de la poudre. Il convient alors d'adopter une approche globale, qui prend en compte dès la phase de pré-conception ces déformations afin de les réduire ou au contraire d'en tirer profit dans le cadre du transport de poudre.

La suite de cette partie montre quelques exemples tirés de la bibliographie.

### I.1.3.2. Exemples de transport de poudre par ultrasons

C'est afin de produire un mouvement elliptique susceptible d'entraîner la poudre que certains auteurs ont envisagé la propagation d'onde progressive dans un tuyau. Par exemple [Mracek and Wallaschek 2005] utilise un tube réalisé dans un matériau qui a des caractéristiques spécifiques d'amortissement (ex. PEEK, acrylique, aluminium); ces caractéristiques sont nécessaires pour préserver une onde progressive de flexion dans le tuyau, et annihiler l'effet de l'onde réfléchi en extrémité. Les vibrations sont produites par un actionneur piézo-électrique annulaire fixé sur l'un des côtés du tube (Figure I.8).

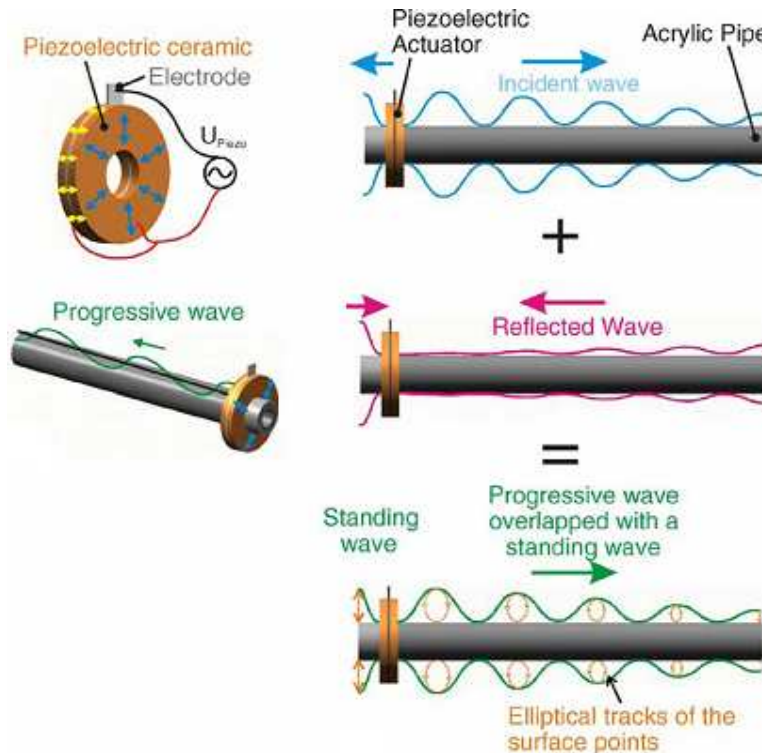


Figure I.8 – L'onde progressive dans un tube en acrylique amorti [Mracek and Wallaschek 2005]

La surface du tube a un mouvement elliptique qui produit le déplacement de la poudre dans une direction opposée à la direction de déplacement de l'onde progressive (Figure I.9).

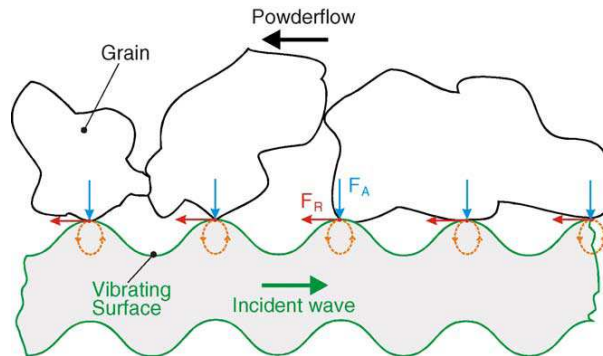


Figure I.9 – Illustration du principe d’entraînement des grains de poudre sur les crêtes des ellipses créées par l’onde progressive [Mracek and Wallaschek 2005]

Ce type d’installation a plusieurs avantages. Un premier avantage est qu’il ne nécessite pas d’adaptation acoustique [Takano et al. 2003] contrairement au montage que nous verrons au paragraphe « Onde progressive dans une poutre ». On notera que cette installation a une structure mécanique simple et par conséquent la maintenance s’en trouve également simplifiée.

Les poudres ont un écoulement régulier le long du tuyau mais on peut observer des différences d’écoulement en extrémité de tuyau. Les essais ont montré que l’écoulement de la poudre dépend de ses caractéristiques physiques et il peut s’agir d’un écoulement continu, en paquet ou encore avec formation de poussières [Kühne and Fritsching 2005].

Il est intéressant de noter que la dépendance masse écoulee – temps est linéaire pour les poudres qui sont composées de granules de grande taille et de forme sphérique (ex. acier, cuivre - nickel). Cette dépendance est irrégulière pour les poudres qui sont composées de granules de petite taille et de forme non-sphérique (ex. suie, carbonate de calcium). En effet, la diminution de dimension des particules de la poudre et la forme non-sphérique conduisent à une cohésion plus forte entre les particules [Kühne and Fritsching 2005].

Un résultat important est que si on augmente la tension d’alimentation de l’actionneur piézo-électrique on augmente aussi le taux d’écoulement. Ceci est lié à l’augmentation de l’amplitude vibratoire. Ce résultat est confirmé par les essais réalisés par Kühne et Fritsching [Kühne and Fritsching 2005; Takano and Tomikawa 1998]. Ces auteurs ont utilisé un système optique pour vérifier l’augmentation du taux d’écoulement avec la tension d’alimentation (Figure I.10).

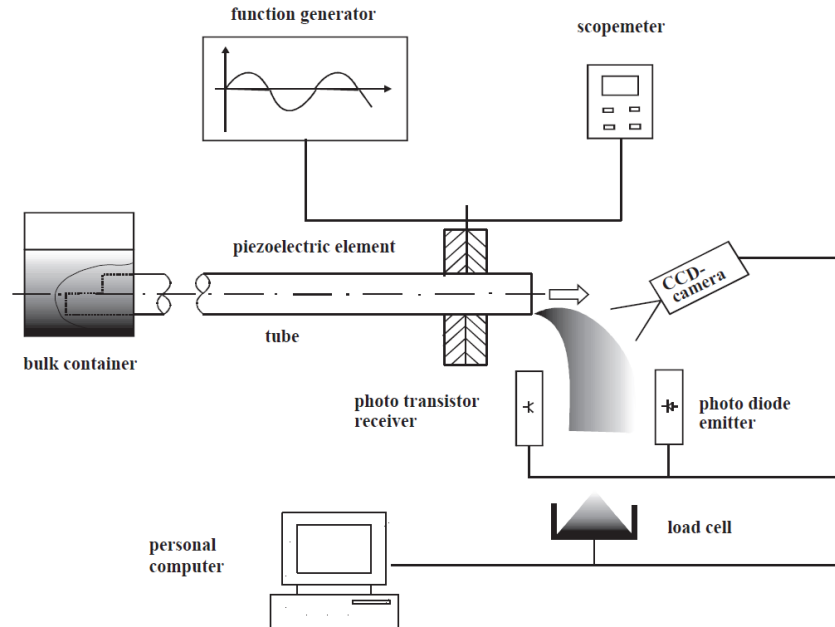


Figure I.10 – L'installation expérimentale de mesure du débit [Kühne and Fritsching 2005]

Ainsi, cet exemple démontre qu'il est possible de transporter de la poudre à partir d'une structure résonante aux fréquences ultrasonores. On constatera cependant que ce dispositif existe en taille réduite (de l'ordre de 50cm [Kühne and Fritsching 2005]), et on ne manquera pas de faire remarquer que bien que Mracek et al [Mracek and Wallaschek 2005] annoncent une faible consommation énergétique, le fonctionnement repose sur l'amortissement de la vibration par le tube lui-même c'est-à-dire sur ses pertes.

Le même principe de transport est exploité dans un autre type d'installation qui utilise comme conduite de transport un tube capillaire [Yang and Li 2003]. Le tube capillaire est un tube très fin (le diamètre intérieur est compris entre 0.05mm et 0.4mm) donc on peut transporter seulement des poudres qui ont des particules très petites. Plus les particules de poudre sont petites, plus la poudre est adhésive. Dans ce cas, la force de gravité n'est pas suffisante pour faire tomber les grains de poudre qui se trouvent à l'intérieur du tube. Pour les faire sortir, on doit appliquer des vibrations ultrasonores qui sont produites par des anneaux ou par des plaques piézo-électriques [Matsusaka et al. 1996].

Les résultats des essais menés dans les études de [Matsusaka et al. 1996] et [Yang and Li 2003], ont montré que :

- si les vibrations cessent, l'écoulement de la poudre s'arrête ;
- la fréquence critique est inversement proportionnelle au diamètre du tube (la fréquence critique est la valeur de fréquence pour laquelle l'écoulement s'arrête) ;
- l'augmentation de la fréquence mène à une augmentation de quantité de poudre qui s'écoule ;
- le taux d'écoulement augmente avec l'augmentation de la tension d'alimentation de l'excitateur;

- les vibrations de l'excitateur produisent un mouvement de rotation de la poudre dans le tube capillaire et dans le même temps la poudre devient plus compacte (plus dense) (Figure I.11).

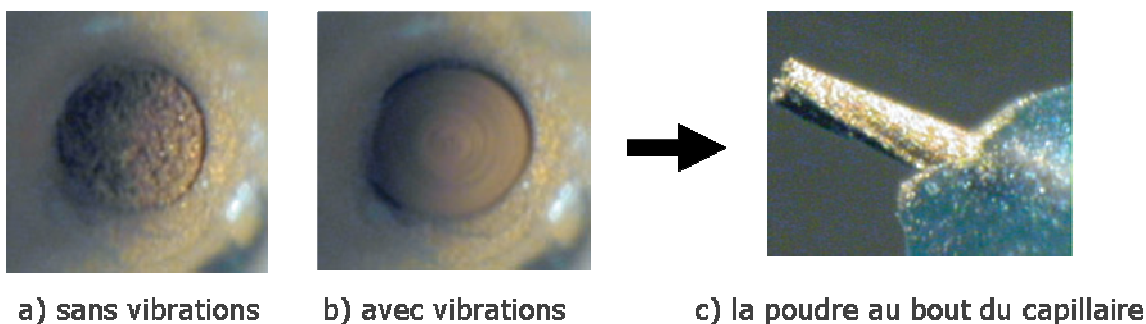


Figure I.11 – La poudre dans le tube capillaire [Yang and Li 2003]

En fonction des forces d'attraction qui existent entre les particules de la poudre on a trois types d'écoulement [Lu et al. 2008] :

- masse compacte cylindrique (Figure I.12 a) ;
- paquets de poudre (Figure I.12 b) ;
- particules individuelles (Figure I.12 c).

Le dosage de la poudre est influencé par: le diamètre du tube capillaire, la forme d'onde, la valeur de la tension, la fréquence et la période de la vibration.

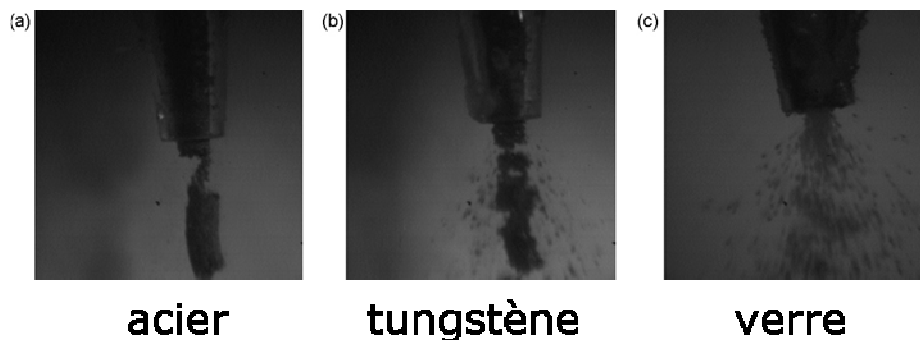


Figure I.12 – Différents types d'écoulement [Lu et al. 2008]

Un autre exemple est le transport de poudre entre deux plaques vibrantes. Cette installation est montrée Figure I.13. Deux plaques qui ont une longueur  $l$ , une largeur  $w$  et une épaisseur  $h$  sont maintenues l'une au dessus de l'autre à une distance  $d$ . Sur une face de chaque plaque sont collées des céramiques piézo-électriques pour exciter le mode de flexion de chaque plaque. Les deux plaques (en fait le collage des céramiques) sont décalées dans l'espace d'une longueur  $l' = \lambda/4$  ( $\lambda$  – longueur d'onde du mode de vibration) et leurs céramiques respectives sont alimentées avec un déphasage temporel de  $90^\circ$ .



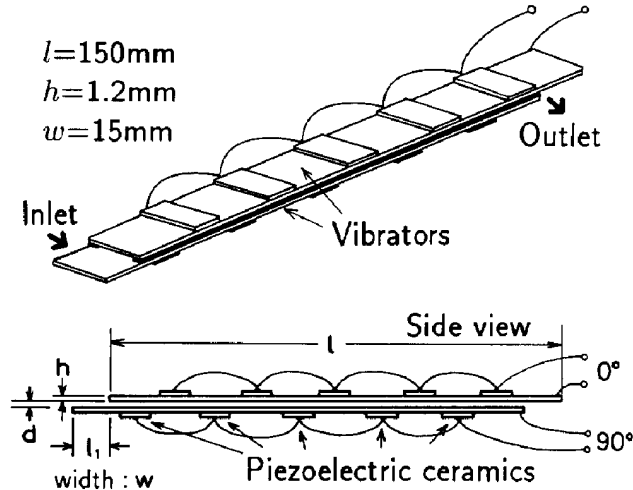


Figure I.13 – La configuration géométrique du dispositif de transport [Yamada et al. 1993]

La pression de radiation produite par les deux ondes ultrasoniques de flexion génère un mouvement de l'air compris entre les deux poutres qui entraîne la propagation de la poudre. La direction de transport peut être inversée quand le décalage, en espace ou en temps, est aussi inversé. Le transport est plus efficace quand l'onde acoustique produite par les vibrations ultrasonores se propage selon une seule direction, celle des deux poutres [Yamada et al. 1993].

### I.1.3.3. Transport des objets par ondes progressives

#### I.1.3.3.1. Onde progressive dans une poutre

Même s'il ne s'agit pas là explicitement de transport de poudre, nous reprenons cette possibilité qui est souvent citée dans la bibliographie pour le transport des objets avec une excitation ultrasonique. Elle sera reprise plus loin dans ce mémoire pour l'application transport de poudre.

Les composants de cette installation sont: un générateur de fonctions, un circuit amplificateur, deux générateurs d'ondes ultrasoniques et une poutre. Un générateur d'onde ultrasonique est composé par un transducteur piézo-électrique et un élément conique qui concentre les vibrations [Loh and Ro 2000]; en plus on peut ajouter aussi un élément pour amplifier les vibrations (booster) [Jeong et al. 2007] (Figure I.14).

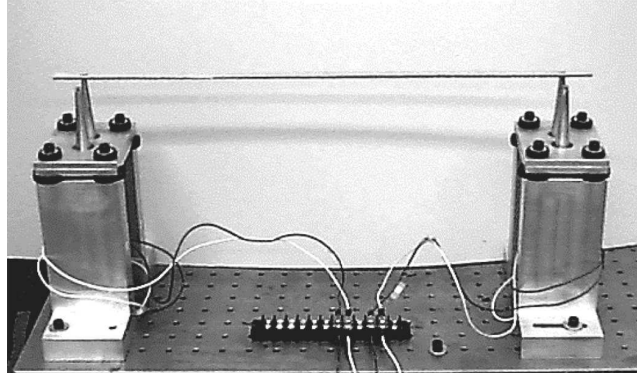


Figure I.14 – Installation expérimentale pour la génération d’onde progressive à partir de deux excitateurs [Loh and Ro 2000]

Les deux transducteurs sont alimentés par des tensions sinusoïdales déphasées entre elles de  $90^\circ$  pour l’installation de la Figure I.14. A noter que dans [Jeong et al. 2007] les auteurs utilisent des déphasages régulièrement variables entre  $0^\circ$  et  $360^\circ$  ce qui leur permet de mettre en évidence une dépendance entre la vitesse de transport et le déphasage pour une section de poutre donnée. De cette façon en alimentant les transducteurs à une fréquence intermédiaire entre deux fréquences de résonance, on peut faire propager une onde progressive. Ce principe est repris dans les travaux de Vloebergh [Vloebergh 2010] pour un transport d’objets et de Hernandez [Hernandez 2010] pour une application micropompe et de transport de fluide.

Une autre disposition possible consiste à utiliser un seul transducteur comme générateur des ondes ultrasoniques, monté d’un côté de la poutre et de l’autre côté on monte un deuxième transducteur ayant pour rôle d’absorber les vibrations. L’énergie de vibration sera absorbée et dissipée sur un circuit électrique simple réalisé avec une inductance et une résistance en parallèle (Figure I.15) [Hashimoto et al. 1998]. Ainsi, on pourra maintenir une onde progressive dans la poutre et retrouver le principe de transport évoqué précédemment.

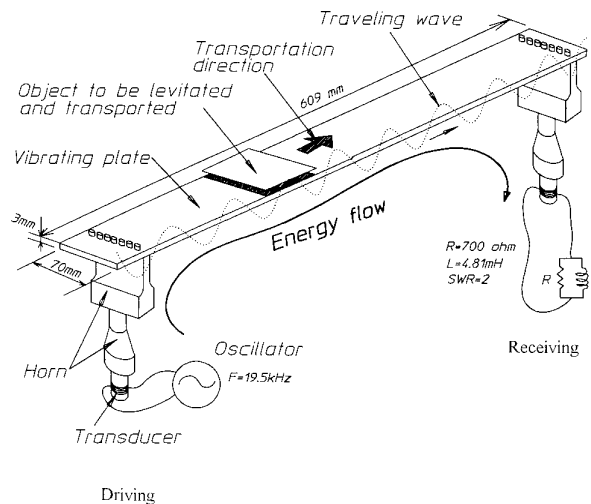


Figure I.15 – Schéma de l’installation expérimentale pour la propagation d’une onde progressive à partir d’un excitateur et d’un absorbeur [Hashimoto et al. 1998]

Le désavantage de ce type d'installation est qu'il est nécessaire d'avoir une adaptation d'impédance mécanique entre la poutre et le transducteur récepteur, il faut donc calculer les valeurs de la résistance et de l'inductance afin de satisfaire cette condition. De plus, le système n'est pas très robuste car si la fréquence de résonance évolue, par exemple en fonction de la température, le circuit électrique doit être re-adapté.

Les essais ont montré que la vitesse et la direction de déplacement peuvent être changées, si la différence de phase ou la fréquence change pour l'installation avec deux transducteurs actifs. Un autre résultat important est que la vitesse de déplacement est proportionnelle à la tension d'alimentation du transducteur et inversement proportionnelle au poids de l'objet transporté [Loh and Ro 2000]. Dans le cas du système avec un seul transducteur actif, le changement de sens de transport est possible si on inverse les positions du transducteur émetteur et du transducteur récepteur [Hashimoto et al. 1998].

### I.1.3.3.2. Onde progressive dans un tube

Comme dans le cas précédent, la solution suivante utilise une onde progressive, obtenue cette fois en excitant les modes longitudinaux d'un tube, pour déplacer une pièce cylindrique. Cette solution a été proposée par Sun et al [Dongming Sun et al. 2009; Sun et al. 2010]. Il s'agit d'un petit tube, réalisé en verre métallisé, d'une longueur de 10mm et d'un diamètre de 1.5mm. La construction de ce tube est donnée Figure I.16.

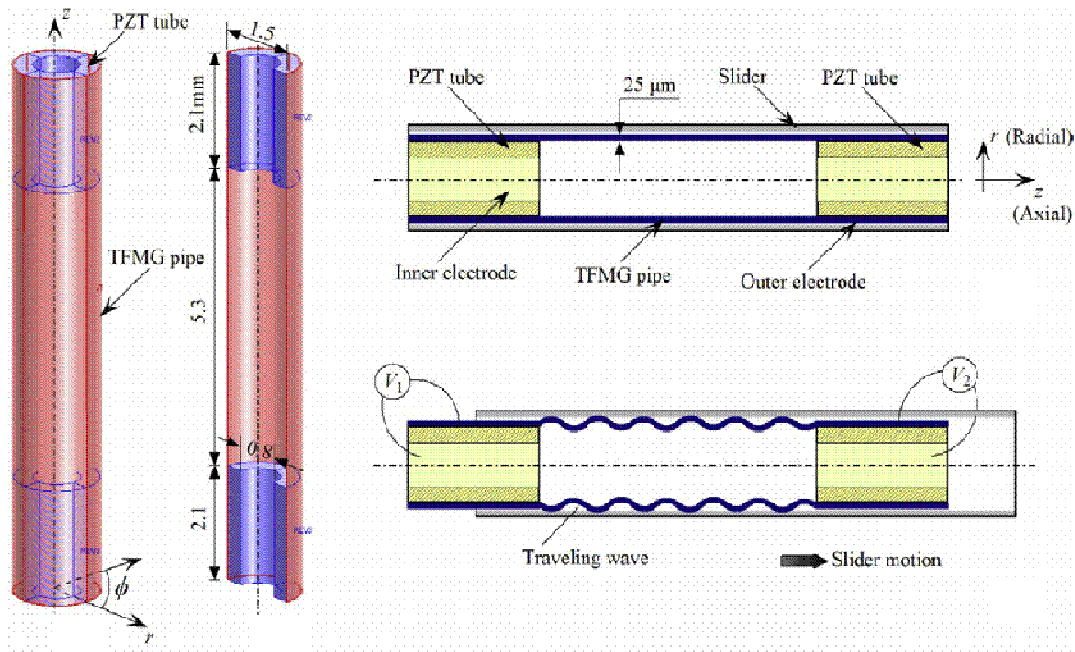


Figure I.16 – Structure du double tube

Les deux céramiques tubulaires placées aux extrémités du tube produisent dans le tube (noté TFMG pipe), une déformation longitudinale à leur niveau et une déformation radiale dans la zone centrale du tube intérieur qui entraîne le tube extérieur (noté slider) comme décrit à la Figure I.17.

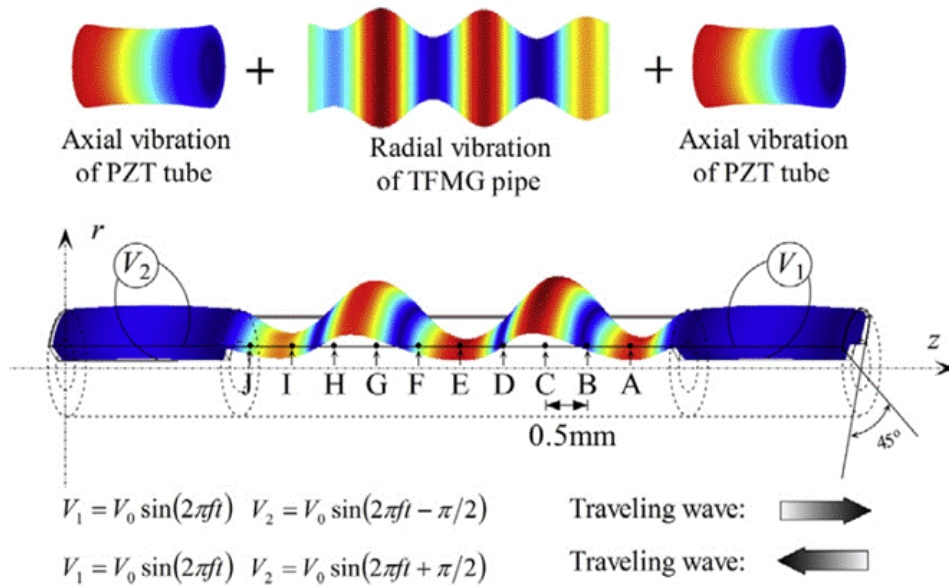


Figure I.17 – Illustration des déformations du tube intérieur

En conclusion sur ces méthodes de transport à base d'ondes ultrasonores, on peut noter que des propositions existent et ont fait l'objet d'études de faisabilité mais peu d'entre elles ont vraiment donné lieu à une exploitation pour des transports industriels.

### I.1.4. Méthode Hybride : transport de poudre par frottement contrôlé

Nous qualifions cette approche de « méthode hybride » car elle fait appel à la fois au principe mécanique classique du « stick & slip » et à la génération d'ondes ultrasonores. Par rapport au fonctionnement en « stick & slip » exposé au paragraphe I.1.2.2.2.1 « Systèmes de transport de poudre par « stick and slip » », on va ici s'affranchir des pentes raides du profil en position de la barre, en utilisant le principe de réduction de frottement.

Par rapport au principe du couloir vibrant, cette méthode a l'avantage de s'affranchir de la nécessité d'incliner l'axe de poussée du moteur, et de dissocier le réglage de la vitesse et du débit de la phase balistique. Cette phase est en effet remplacée par la réduction de frottement obtenue par la propagation d'une onde ultrasonore.

Nous donnons ici les grandes lignes du principe, l'étude de ce mode de transport de poudre fera l'objet du chapitre Chapitre II.

#### I.1.4.1. Schéma du dispositif

Le banc expérimental (Figure I.18) est formé par une poutre, deux actionneurs et un capteur de position. Le premier actionneur est un moteur électrodynamique de type Voice Coil qui travaille à basse fréquence et produit seulement un mouvement de translation. Ce moteur est commandé en vitesse. Le deuxième actionneur est composé par des céramiques piézo-électriques qui sont collées sous la poutre et qui travaillent à haute fréquence. Les

vibrations induites par les céramiques piézo-électriques sont synchronisées avec la position du moteur.

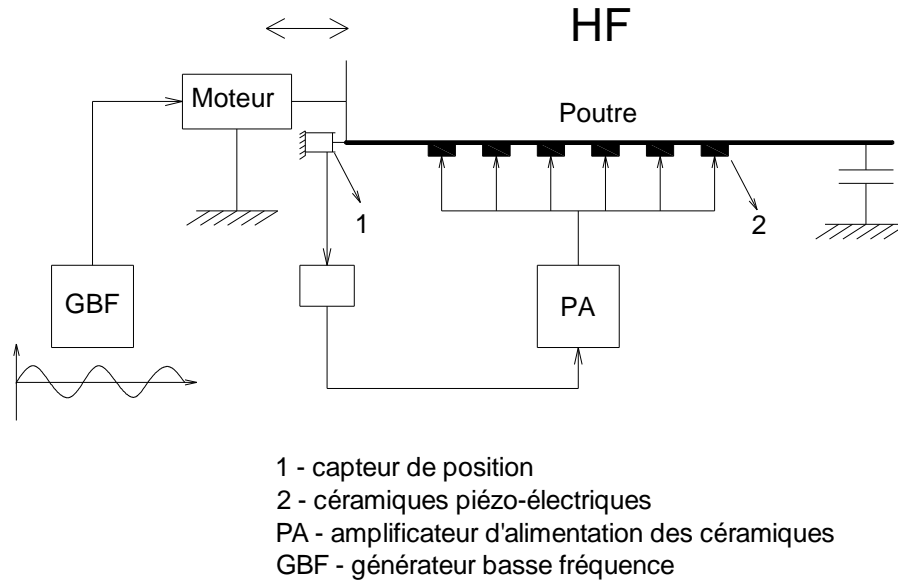


Figure I.18 – Schéma du dispositif expérimental pour l'approche « frottement contrôlé »

#### I.1.4.2. Principe et analyse du fonctionnement

Pour réaliser le transport de la poudre à partir d'un mouvement oscillant (celui généré par le Voice Coil), on a besoin d'une asymétrie dans le frottement au contact poudre – poutre. Cette asymétrie est réalisée en imposant les vibrations ultrasonores dans la barre, car ces dernières produisent une forte réduction du coefficient de frottement entre la poudre et la barre [Biet et al. 2007; Chubb et al. 2009].

Malheureusement, ce type de dispositif utilise encore un actionnement basse fréquence et de grande amplitude ce qui ne réduit pas la détérioration par fatigue des éléments de liaisons. En outre, plus la poutre est longue et plus les modes de flexion seront excités. Ce phénomène aura également pour implication d'amplifier la détérioration des joints et également de réduire la vitesse du transport de la poudre. La qualité du transport semble également dépendre fortement de la poudre qui doit être transportée (granulométrie, aspect collant).

Toutefois, si l'on compare avec le principe du stick slip exposé au I.1.2.2.2.1 « Systèmes de transport de poudre par « stick and slip » », le signal d'excitation longitudinale (aller et retour du moteur) est ici purement sinusoïdal; il est donc dépourvu d'harmoniques de rang supérieur susceptibles d'exciter les modes de flexion de la poutre, nuisibles au principe. De plus, l'utilisation de vibrations ultrasonores permet d'éliminer les accumulations de la poudre qui se forment à l'intérieur des conduits de transport par décolmatage. Enfin, comme les vibrations sont produites par des céramiques piézo-électriques collées sur la structure, il est envisageable d'intégrer ces actionneurs dans les structures existantes.

Pour ces raisons, une maquette d'évaluation a été spécifiquement conçue, afin de quantifier les propriétés de cette méthode. Après une série d'essais préliminaires, nous

montrons au chapitre Chapitre II que la combinaison synchronisée des effets basse fréquence et haute fréquence produit effectivement l'avancement de la poudre.

### I.1.5. Synthèse des différentes méthodes de transport

L'état de l'art précédent a permis de comparer entre elles différentes méthodes de transport de poudre potentiellement applicables au domaine visé par l'entreprise SinapTec. D'un point de vue purement qualitatif, les différentes méthodes de transport peuvent être représentées en fonction de la fréquence  $f$  et de l'amplitude  $A$  comme présenté Figure I.19. La barre horizontale « Joints » représente la limite au delà de laquelle l'amplitude du déplacement peut endommager les joints et en général les éléments de connexion entre les différentes parties du système de transport. La barre verticale « Modes » représente la limite au delà de laquelle on commence à exciter les modes de déformation du guide de poudre qui peuvent perturber le fonctionnement normal du système de transport.

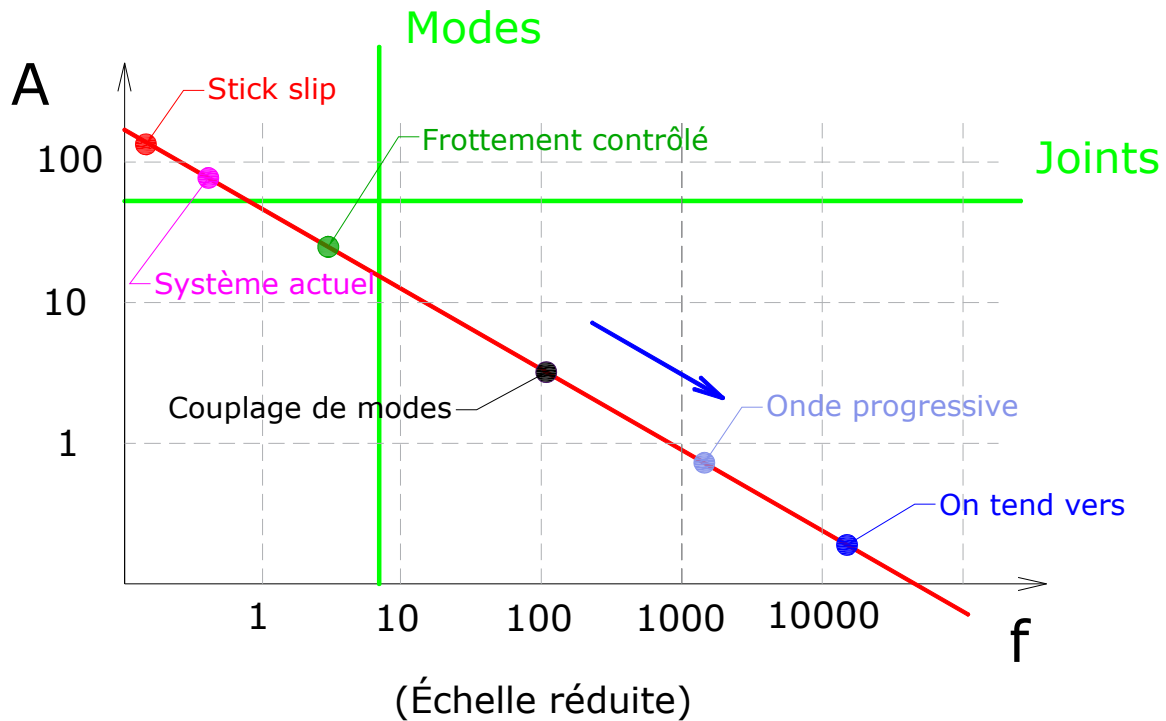


Figure I.19 – Représentation qualitative des méthodes de transport

Le point « Système actuel » présent Figure I.19, représente le système décrit au paragraphe I.1.2.2.2.2 « Systèmes de transport de poudre par couloir vibrant ».

Le Tableau I.1, résume les critères utilisés et la Figure I.20 permet de réaliser un comparatif synthétique entre les méthodes. On notera qu'un certain nombre de critères n'a pu être évalué, mais que dans ce cas, ce sont les performances théoriques qui sont prises en compte. Dans ce cas, seule l'expérimentation permettra de conclure sur le critère de performance. Les définitions pour les différents critères de performances sont données dans Annexe A « Glossaire de termes ».

No	Méthodes de transport	Critères							
		Indépendance de design	Efficacité	Robustesse et fiabilité	Simplicité de la commande	Vidage complet	Indépendance par rapport à la température	Maintien de l'homogénéité	Coût
1	Stick slip	non	non	oui	oui	oui	oui	non évalué	faible
2	Frottement contrôlé	non	oui	oui	non	oui	oui	non évalué	moyen
3	Couplage de modes	~ non	~ oui	??	oui <sup>1</sup>	non évalué	non évalué	non évalué	faible
4	Onde progressive entre 2 modes	~ oui	oui <sup>3</sup>	oui	non <sup>2</sup>	oui <sup>3</sup>	oui	non	moyen

<sup>1</sup> – parce que on a un seul actionneur ;

<sup>2</sup> – dans le cas avec plusieurs cellules ;

<sup>3</sup> – dépend du type de poudre.

Tableau I.1 – Synthèse des méthodes de transport présentées

Le critère « coût » est assez difficilement à évaluer, mais de manière générale il est en bonne partie influencé par le nombre d'actionneurs électriques utilisés et aussi par la difficulté de la commande et du contrôle de ces actionneurs (voir Annexe A « Glossaire de termes »).

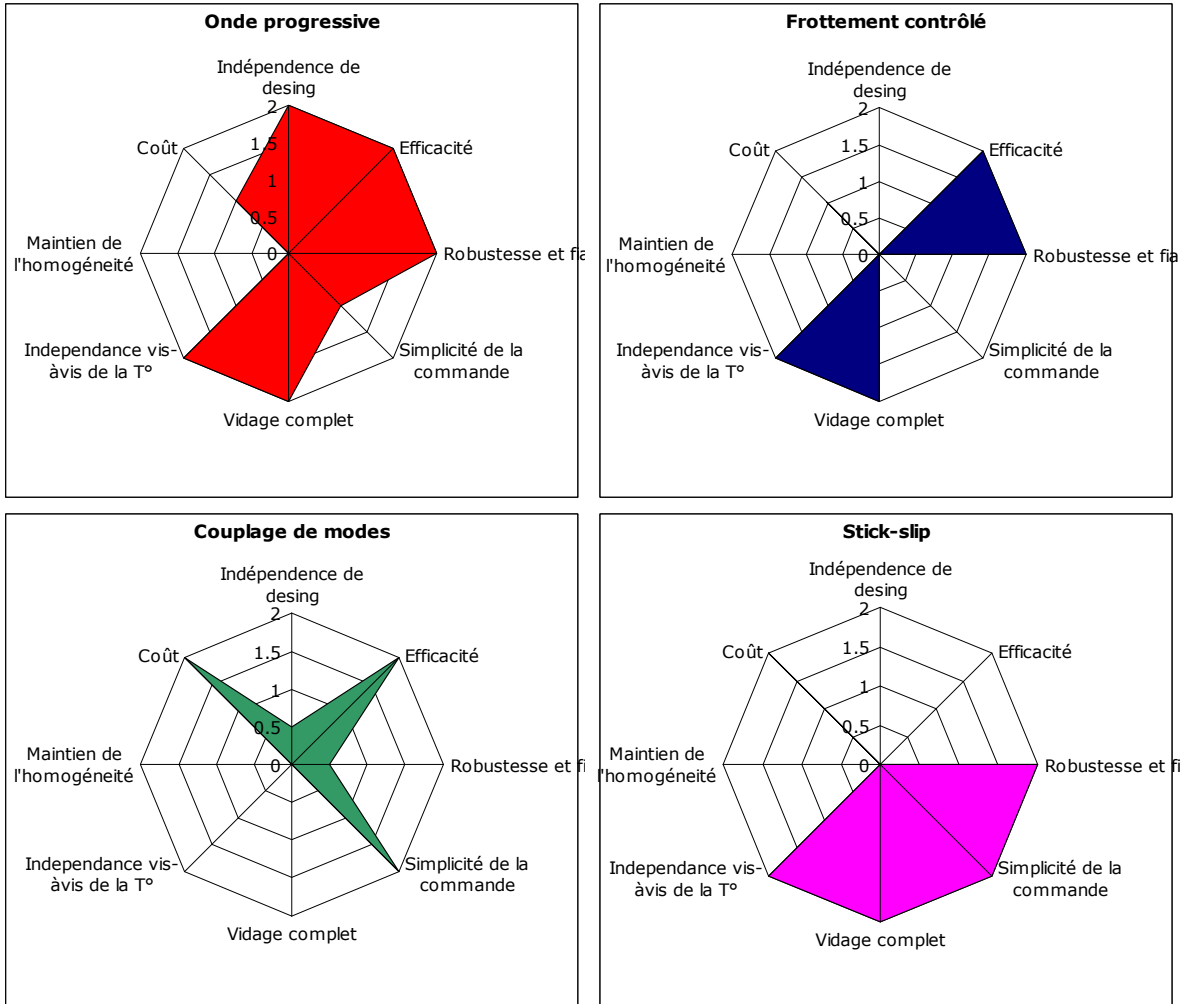


Figure I.20 – Représentation radar des critères de performances

D'après la Figure I.20, les méthodes intéressantes pour la suite de l'étude, en termes d'aire couverte dans l'espace des performances, sont le stick slip, le frottement contrôlé et l'onde progressive. Toutefois, le critère d'efficacité étant prédominant, la solution stick slip est écartée. Dans le Tableau I.1, la réponse "non évalué" vaut 0 sur 2 pour la représentation radar présentée dans la figure précédente.

Les travaux présentés dans ce mémoire porteront ainsi sur l'analyse fine des solutions exploitant les phénomènes de frottement contrôlé et d'onde progressive, au travers notamment de la réalisation de bancs de test.



## **I.2. Propriétés de la poudre aux ultrasons**

### **I.2.1. Eléments concernant la poudre**

De manière générale, le milieu granulaire est un terme qui est utilisé pour désigner une famille de matériaux ayant un comportement particulier, reprenant des caractéristiques spécifiques aux liquides, respectivement aux solides. En fonction de la taille de particules qui les composent, les milieux granulaires peuvent être classifiés en trois catégories [Condotta 2005] :

- Les « nano-poudres » – particules qui ont une taille nanométrique ;
- Les « poudres » - les particules se mesurent en micromètres ;
- Les « graines » - les particules mesurent plusieurs centaines de micromètres.

Les matériaux granulaires utilisés dans ces travaux ont une taille de quelques dizaines de micromètres, ils appartiennent donc à la catégorie des poudres.

La poudre est un état fractionné de la matière qui a une gamme très large de caractéristiques physico-chimiques. Parmi ces caractéristiques on peut en nommer quelques-unes [Masuda et al. 2006] :

- La granulométrie ;
- La forme de la particule ;
- L'abrasivité et la dureté ;
- La corrosivité ;
- L'adhésivité ;
- La cohésivité ;
- La coulabilité ;
- L'hygroscopicité.

Le transport de poudre est influencé par les caractéristiques de la poudre mais aussi par d'autres facteurs extérieurs comme :

- L'humidité ;
- La température ;
- La pression.

De plus, chaque processus industriel a ses demandes spécifiques comme :

- Le débit nécessaire ;
- La distance de transport.

### **I.2.2. Les forces entre particules**

Dans ce paragraphe, nous allons évoquer les forces qui agissent sur les particules de poudre, ces forces pouvant être à l'origine des phénomènes et comportements obtenus dans la suite de ce mémoire et influençant en particulier les débits. Les forces sont calculées en considérant que les particules sont parfaitement sphériques.

**I.2.2.1. La force de Van der Waals (force d'adhésion/cohésion)**

On considère deux particules qui ont les diamètres respectivement  $D_1$  et  $D_2$  avec  $D_1 < D_2$ . Les deux particules se trouvent à une distance  $d$  l'une de l'autre (Figure I.21).

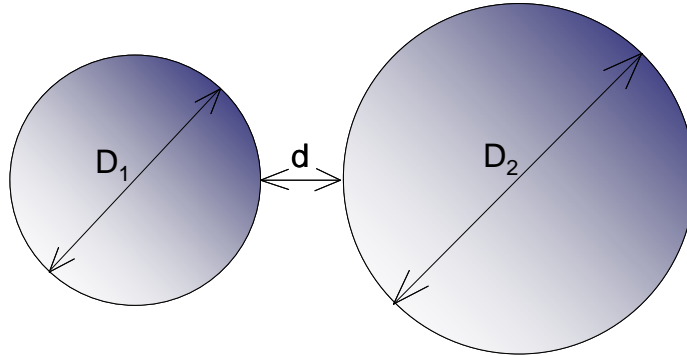


Figure I.21 – Deux particules de poudre avec des diamètres différents

La force d'adhésion entre ces deux particules est [Hamaker 1937; Israelachvili 1991] :

$$F = -\frac{A}{12} \cdot \frac{D_1 \cdot D_2}{D_1 + D_2} \cdot \frac{1}{d^2} \quad \text{I.2}$$

où :  $A$  – la constante de Hamaker ;  
 $D_1$  et  $D_2$  – les diamètres des deux particules ;  
 $d$  – la distance entre les deux particules.

Cette force doit être compensée si on souhaite séparer une particule de l'autre.

Pour  $D_2 \gg D_1$  (L'objet 2 est une surface plane) la force d'interaction entre la particule et la surface est (Fig. 1.22.a) [Hamaker 1937] :

$$F = -\frac{A}{12} \cdot \frac{D_1}{d^2} \quad \text{I.3}$$

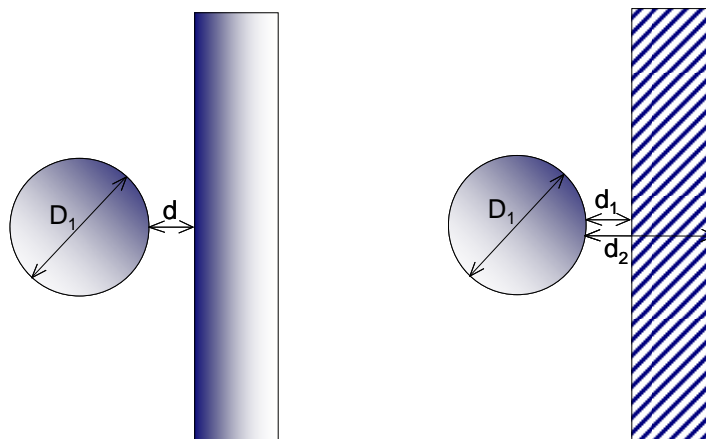


Figure I.22 – a) une particule et une surface b) une particule et une plaque

Si l'objet 2 est une plaque d'épaisseur finie ( $d_2-d_1$ ) (Fig. 1.22.b) [Hamaker 1937] :

$$F = -\frac{A}{12} \cdot \left( \frac{D_1}{d_1^2} - \frac{D_2}{d_2^2} \right) \quad \text{I.4}$$

La constante de Hamaker est [Hamaker 1937] :

$$A = \pi^2 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot \lambda \quad \text{I.5}$$

où :  $q_1$  et  $q_2$  – les nombres des atomes par  $\text{cm}^3$  pour chacune des deux particules ;  
 $\lambda$  – la constante London – Van der Waals.

Si les particules sont du même matériau la constante de Hamaker s'écrit :

$$A = \pi^2 \cdot q^2 \cdot \lambda \quad \text{I.6}$$

Les formules de calcul pour la force d'adhésion sont valables seulement quand  $d \ll D_1$  c'est-à-dire quand la distance entre les particules ou entre les particules et la surface est très petite par rapport au diamètre de particules. L'ordre de grandeur typique des diamètres est supérieur à  $1\mu\text{m}$  et la distance entre les particules est d'environ  $0.4\text{nm}$ .

### **I.2.2.2. La force vibratoire (force de décollement)**

Considérons une particule de masse  $M$  constante. Conformément au principe fondamental de la dynamique, la force qui s'exerce sur la particule est :

$$F = M\gamma \quad \text{I.7}$$

Où  $\gamma$  est l'accélération de la particule.

Si la particule  $M$  est considérée comme étant sphérique et si elle suit un mouvement harmonique de pulsation  $2\pi f$ , l'équation (I.7) permet d'écrire l'amplitude de la force sous la forme suivante :

$$F_{\text{vib}} = \rho \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{6} \cdot a_0 \cdot (2 \cdot \pi \cdot f)^2 \quad \text{I.8}$$

où :  $\rho$  est la densité de la poudre ;  
 $d$  – le diamètre de la particule ;  
 $a_0$  – l'amplitude vibratoire ;  
 $f$  – la fréquence de vibration.

Cette force sera appliquée à la particule par la surface vibrante sur laquelle elle se trouve et contribuera à son éventuel décollement.

**I.2.2.3. La force électrostatique (force cohésive)**

La force électrostatique entre deux particules de charges Q1 et Q2 s'exprime selon (1.9) :

$$F_{el} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot r^2} \quad I.9$$

où :  $Q_1, Q_2$  – sont les charges électriques ;  
 $\epsilon_0$  – la permittivité diélectrique du vide ;  
 $\epsilon$  – la permittivité diélectrique relative ;  
 $r$  – la distance entre les charges.

La charge électrique d'une particule Q est :

$$Q = z \cdot e \quad I.10$$

où z est la valence ionique et e la charge élémentaire ( $e=1,602 \times 10^{-19}$  C).

Cette force peut être attractive ou répulsive selon les signes des charges.

**I.2.2.4. Synthèse des grandeurs pour les poudres utilisées**

Le Tableau I.2 donne des valeurs numériques de ces forces pour différents matériaux que nous retrouverons dans la suite de ce travail : le corindon, l'alumine  $\Phi$  30 (diamètre 30mm), le ciment et l'alumine  $\Phi$  10 (diamètre 10mm).

	Diamètre D50 <sup>1</sup> (µm)	Force d'adhésion entre deux particules identiques (10 <sup>-9</sup> N) <sup>2</sup>	Force d'adhésion entre une particule et une surface plane (10 <sup>-9</sup> N) <sup>2</sup>	Force de vibration (10 <sup>-9</sup> N) <sup>3</sup>
<b>Corindon</b>	50	1167	2333	4705.89
<b>Alumine <math>\Phi</math>30</b>	30	700	1400	1006
<b>Ciment</b>	17	397	794	140.8
<b>Alumine <math>\Phi</math>10</b>	10	233	466	37.27

Tableau I.2 – La force d'adhésion respectivement de vibration pour les différentes poudres

<sup>1</sup> – D50 – 50% de particules sur un volume de poudre donnée, ont un diamètre inférieur ou égal avec la valeur présentée dans le tableau

<sup>2</sup> – les forces ont été calculées pour  $A=1.4 \times 10^{-19}$ J et  $d=0.5$ nm [Israelachvili 1991] [Ahmadi 2013] ;

<sup>3</sup> – les forces ont été calculées pour une amplitude vibratoire  $a_0=1$ µm et une fréquence de vibration de 21500Hz ;

Conformément à [Beaudoin et al. 2007], la force totale d'adhésion qui est appliquée à une particule est égale à la somme de deux forces d'adhésions, entre deux particules et entre une particule et une surface plane.

Il faut également remarquer que les forces d'adhésion indiquées dans le Tableau I.2 ont des valeurs approximatives dues aux incertitudes sur les valeurs de la distance  $d$  entre les particules ou entre une particule et une surface plane.

Dans ce même tableau, on peut voir que la force de vibration pour le corindon est plus grande par rapport à la somme des deux forces d'adhésion, tandis que pour les autres poudres, la somme des deux forces d'adhésions est plus grande que la force vibratoire. Ces résultats sont importants, et seront exploités pour justifier des différences de débit obtenues en pratique par la suite.

### **I.3. Conclusions du chapitre**

Dans ce chapitre introductif, nous avons dressé un état de l'art des méthodes utilisées classiquement dans l'industrie pour transporter les poudres. Les systèmes pneumatiques et mécaniques ont été cités, et leurs inconvénients listés.

Des approches plus innovantes, utilisant les vibrations ultrasonores ont ensuite été décrites. En particulier, les approches génératrices d'onde progressive dans des poutres ou dans des tubes ont retenu notre attention, elles seront reprises au Chapitre III « Onde progressive – éléments théoriques ».

Une méthode hybride dite « à frottement contrôlé », met en évidence l'apport des vibrations ultrasonores sur un système mécanique actionné à basse fréquence. Brièvement évoqué ici, cette approche fera l'objet du prochain chapitre.



# Chapitre II

## Frottement Contrôlé

### II.1. Introduction

Le chapitre précédent a montré les différents principes industriels de transport de poudre, leurs avantages et leurs inconvénients. Parmi ceux-ci, les dispositifs de transport de poudre par mouvement elliptique de la conduite sont très employés, mais nous avons décrit les problèmes inhérents à leur utilisation, dont la maintenance coûteuse qu'ils induisent. Cette maintenance est notamment due aux déplacements de grandes amplitudes nécessaires pour obtenir un transport efficace.

C'est dans l'espoir de réduire ces vibrations basse fréquence que la solution de transport de poudre par frottement contrôlé a été développée. En effet, elle se passe d'un mouvement elliptique de vibration, et élimine donc complètement le déplacement macroscopique selon l'axe vertical. C'est en changeant le frottement apparent entre le guide de transport et la poudre, et en synchronisant ces changements sur la position du guide de transport, que l'on arrive à réaliser le transport de poudre.

La modification du frottement apparent est obtenue par la mise en vibration hautes fréquences du guide de transport. Cette vibration est obtenue par des transducteurs piézo-électriques couplés à la conduite. Non seulement ces vibrations participent au transport de poudre, mais elles se doublent d'une deuxième fonctionnalité. En effet, les vibrations hautes fréquences permettent le décolmatage de la poudre sur son guide [“SinapTec” 2013].

Dans ce chapitre, nous allons donc expliquer le principe du transport de poudre par frottement contrôlé et le valider expérimentalement grâce à une maquette qui permet de coupler les mouvements longitudinaux basse fréquence et les vibrations piézo-électriques haute fréquence. Dans un second temps, une campagne de mesures de débit sera effectuée sur différentes poudres. Grâce à ces résultats, un modèle de comportement du système sera proposé, permettant de retrouver simplement les résultats acquis expérimentalement.

## II.2. Analyse du principe de « Frottement contrôlé »

### II.2.1. Présentation du principe

Comme son nom l'indique, le principe de transport par frottement contrôlé repose sur la maîtrise du coefficient de frottement entre la matière transportée et le canal de transport. L'idée générale consiste à déplacer le milieu granulaire par le biais d'un mouvement horizontal périodique, puis à réduire les frottements lors de certaines phases, afin de maintenir, par glissement, la direction de transport désirée. Pour réaliser cette asymétrie de frottement, on utilise une vibration haute fréquence propagée suivant la normale à la direction du transport. Cette excitation ultrasonique (US) induit des pertes de contact multiples entre la poudre et le support du transport, ce qui se traduit par un coefficient de frottement équivalent significativement réduit.

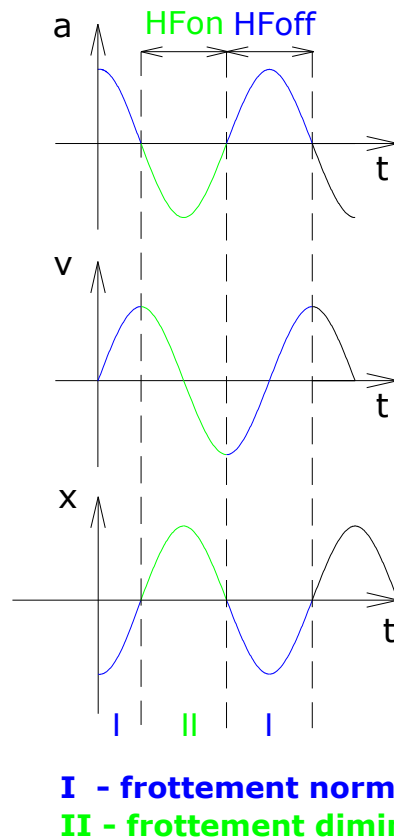


Figure II.1 – Synchronisation des vibrations US sur le déplacement de la barre

La Figure II.1, illustre à titre d'exemple l'évolution de l'accélération  $a$ , de la vitesse  $v$  et de la position  $x$  du canal de transport en fonction du temps. Durant la phase **I** nous souhaitons que la poudre suive le mouvement de la conduite, donc nous laissons le contact naturel conduite-poudre et la vibration transversale haute fréquence n'est pas activée. Si on veut



éviter que la poudre ne recule durant la phase **II**, c'est-à-dire lors des phases à accélération négative (par rapport au sens de déplacement désiré), on doit produire une rupture d'adhérence entre la poudre et la conduite. Dans le cas d'un dispositif stick slip, nous avons vu que cette rupture est produite par un retour brutal en position initiale du guide de poudre. Dans le cas du frottement contrôlé, il s'agira d'une réduction forte du frottement de contact [Chubb et al. 2009] [Biet et al. 2007]. On remarque également que la synchronisation des vibrations US n'est pas faite sur la phase de décroissance de la position mais sur celle de la vitesse pour tenir compte d'un effet dynamique qui sera mis en évidence au paragraphe II.4 « Modèle mathématique de transport de la poudre ».

De façon pratique, ce changement de coefficient de frottement entre la poudre et le guide est produit par l'imposition de vibrations ultrasonores obtenues en alimentant des céramiques piézo-électriques collées sur le canal de transport.

Notons que ces actionneurs peuvent être intégrés dans les structures existantes, permettant de transformer un guide de transport classique en un système de transport de poudre à frottement contrôlé, moyennant, comme nous le verrons dans la suite, l'ajout de capteurs supplémentaires. Cependant, dans notre étude, seul un banc de test a été conçu afin de valider le concept

## **II.2.2. Conception et réalisation d'un banc de test**

Pour mettre en application ce principe, une maquette d'étude a été conçue. Cette partie présente la démarche pratique de réalisation de ce banc de tests. C'est une maquette simplifiée, qui ne prend pas en compte l'ensemble des contraintes imposées par le cahier des charges d'une structure industrielle. Par exemple, la conduite est laissée ouverte, ce qui peut conduire à la perte d'une partie de la poudre, mais permet des formes de guides de poudre simples.

La phase de conception est une phase importante, qui devra permettre de déterminer plusieurs paramètres dont :

- la forme, les dimensions et les caractéristiques du guide de poudre;
- les différentes possibilités de fixation du guide de poudre;
- les actionneurs utilisés pour réaliser le transport :
  - partie basse fréquence: type et dimensions de l'actionneur nécessaire ;
  - partie haute fréquence : caractéristiques d'actionnement (ex. céramiques piézo-électriques – dimensions et emplacement des céramiques).

### **II.2.2.1. Choix de la structure guide**

La géométrie de la structure de transport doit permettre de canaliser le flot de poudre, mais aussi de rendre possible la propagation d'une onde de flexion que l'on souhaite ultrasonore. L'onde de flexion a été choisie grâce à la facilité d'excitation. De plus, en excitant la structure à la résonance, on parvient à obtenir une amplitude de vibration plus importante en gardant une consommation réduite d'énergie.

Comme nous le verrons au Chapitre III, les modes de tube sont complexes et intercalés les uns avec les autres. C'est pourquoi, nous nous sommes tournés vers une structure plus simple à analyser, la poutre. Cependant, partant d'une section rectangulaire de cette poutre (Figure II.2 a), l'amplitude de la vibration est homogène en chaque point d'une même section, si bien que la poudre ne peut rester confinée sur la poutre, elle s'échappe par les cotés en cours de transport. C'est pourquoi, une première idée consiste à utiliser une poutre avec un profil plus élaboré, tel que celui défini par [Hashimoto et al. 1998] (Figure II.2 b).

Pour la géométrie proposée, les flancs latéraux de la poutre vibrent à une amplitude supérieure au reste des autres points d'une même section. Ceci a pour effet de rabattre la poudre vers le centre, et ainsi de mieux confiner la poudre sur la poutre.

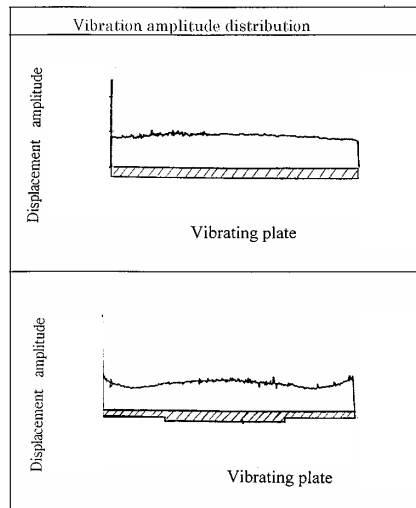


Figure II.2 – Allure de l'amplitude vibratoire selon la largeur de la poutre et selon deux types de section (section de la poutre représentée sous la courbe d'amplitude de déplacement)

Pour notre part, nous proposons le profil de la Figure II.3 pour lequel un canal de largeur 20mm sur 1mm de haut est creusé sur la partie supérieure, ce qui permet de guider la poudre lors de son transport. La présence des flancs latéraux permet également de rabattre la poudre à l'intérieur de ce canal.

Le matériau et la longueur sont imposés ; il s'agira d'une poutre de 500mm en inox. Les autres dimensions ont été déterminées à partir des dimensions trouvées dans la littérature [Hashimoto et al. 1998] : la partie centrale plus large que les parties extérieures. La nouvelle poutre a donc les dimensions suivantes (Figure II.3).

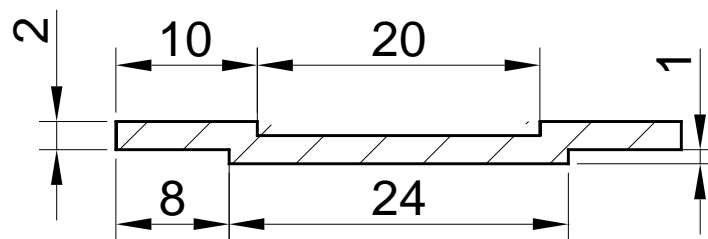


Figure II.3 – Dimension de la section transversale de la poutre définitive

Une fois les dimensions choisies pour la section de la poutre, la phase de conception se poursuit par une analyse modale (reproduite en annexe B.2 « Analyse modale de la poutre ») permettant de déterminer la position des excitateurs piézoélectriques, devant produire la flexion ultrasonore.

### II.2.2.2. Choix et emplacement des céramiques

Pour pouvoir transporter de la poudre, la vibration stationnaire de la poutre doit être synchronisée avec le déplacement longitudinal de celle-ci. La vibration stationnaire est obtenue en excitant le système à une fréquence correspondant à un mode propre de flexion de la poutre. La vibration est produite à l'aide de céramiques piézo-électriques qui sont collées sous la poutre. L'emplacement des céramiques est déterminé en fonction de la fréquence à laquelle on veut exciter le système. La détermination de cette fréquence s'est faite avec l'aide de la simulation numérique de la poutre et elle est vérifiée ensuite en pratique (voir paragraphe II.2.3 Réalisation). Pour qu'elles soient efficaces, les céramiques doivent être installées au niveau des ventres de cette onde de vibration (maximum de vibration).

La largeur des céramiques a été calculée en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  associée au mode de flexion choisi. Elle ne doit pas dépasser une demie longueur d'onde, sinon, les parties de la céramique se trouvant sur la demie longueur d'onde voisine de celle choisie deviennent contre-productives. Une largeur d'environ  $\lambda/3$  a été choisie, ce qui laisse une marge même en cas de mauvais placement. En respectant ces contraintes, les dimensions des céramiques utilisées ont été choisies à partir de dimensions standards des céramiques disponibles au laboratoire :  $(h \times l \times e) = 9 \times 5 \times 1 \text{ mm}$  (Figure II.4).

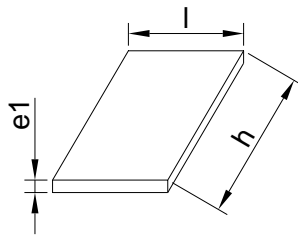


Figure II.4 – Dimensions des céramiques d'excitation

Après avoir repéré sur la simulation modale de la poutre seule, les ventres de vibration et avoir positionné les céramiques choisies en ces ventres, la simulation est relancée avec la poutre et les céramiques cette fois ; cette nouvelle analyse modale confirme que les céramiques sont bien positionnées (Figure II.5).

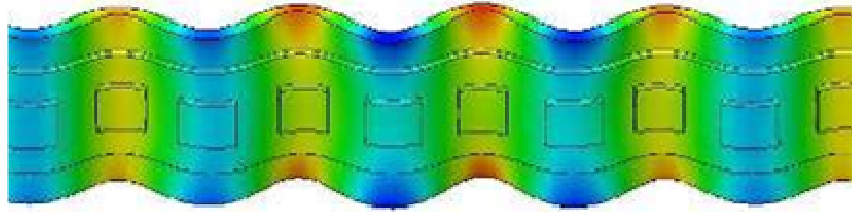


Figure II.5 – Analyse modale de la poutre avec les céramiques positionnées aux ventres de l'onde de flexion ; les nœuds de vibration apparaissent en vert

### II.2.2.3. Fixation de la poutre sur son bâti et connexion au moteur de translation

La liaison mécanique de la poutre sur son bâti doit avoir trois fonctions:

- 1. assurer le guidage en translation de l'équipage poutre-poudre, tout en supportant la masse de celui-ci ;
- 2. réduire les modes basse fréquence ;
- 3. permettre la libre propagation des modes de flexion hautes fréquences.

Notre choix s'est porté sur un guidage par lame flexible, plutôt que par pallier, trop intrusif. Rappelons que les avantages des lames flexibles sont l'absence de frottement et la faible emprise de la solution technologique sur le système à guider. Le schéma de principe de l'installation se trouve Figure II.6.

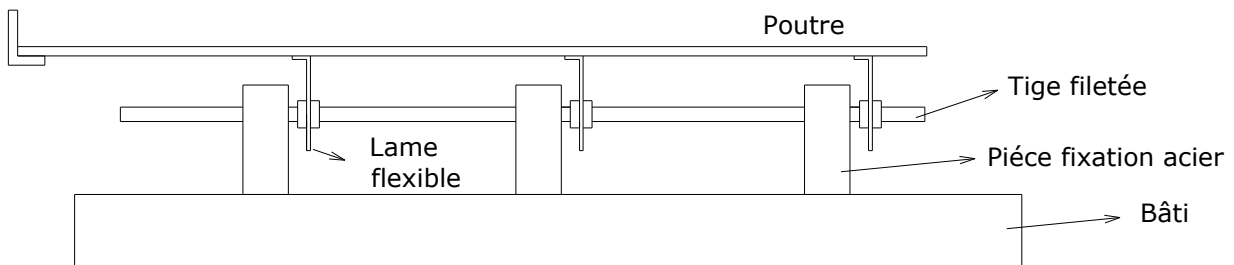


Figure II.6 – Le montage de la maquette

Pour assurer la fonction 3, nous placerons les lames flexibles aux nœuds de vibration haute fréquence [Loh and Ro 2000].

Pour assurer la fonction 2, nous plaçons ces lames aux ventres des premiers modes de flexion basse fréquence de la poutre.

Le positionnement des lames est un choix important pour les raisons suivantes :

- le mouvement horizontal en basse fréquence peut exciter un mode de flexion favorisé par l'augmentation de la longueur de la poutre. Ces modes nuisent au transport par « frottement contrôlé ». Pour les minimiser, les lames sont placées au niveau des ventres de ces flexions ;
- ce principe de transport n'est efficace que si le coefficient de frottement est diminué – diminution obtenue en appliquant des vibrations ultrasonores. De

ce fait, pour ne pas nuire à cet effet, les pieds sont positionnés aux niveaux des nœuds de l'onde haute fréquence (Figure II.7).

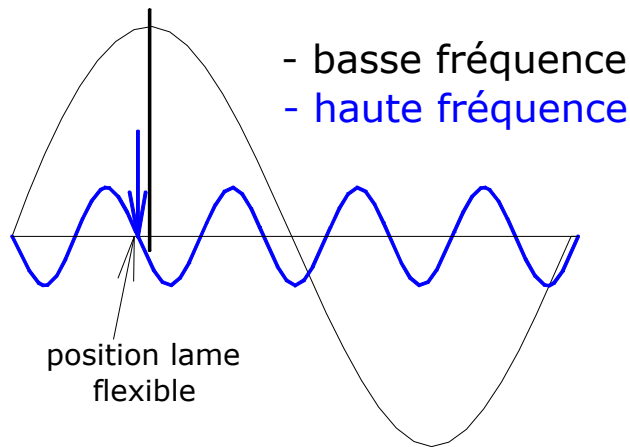


Figure II.7 – Superposition des ondes de vibration

Enfin, l'élasticité des lames est supposée infiniment grande dans l'axe vertical, mais de valeur finie dans l'axe horizontal. Ainsi, en jouant sur les dimensions de ces lames (hauteur, largeur, épaisseur), il est possible de caler la fréquence de résonance de l'assemblage poutre + lames flexibles sur la fréquence basse de travail. Ceci permet d'alléger l'effort nécessaire sur le moteur qui crée les sollicitations basse fréquence.

La formule de calcul pour la longueur des lames est alors donnée par l'équation (II.1). La longueur est déterminée à partir de la déformation d'une poutre encastree-libre obtenue sous l'action d'une force (voir Annexe B.1 « Calcul de la longueur du pied »). Comme on peut le voir, la longueur dépend de la fréquence de travail, de la masse de la poutre et du matériau de la lame (Figure II.8).

$$L = \sqrt[3]{\frac{E \cdot N \cdot h \cdot e^3}{4 \cdot \omega_0 \cdot M}} \quad \text{II.1}$$

où:  $E$  est le module de Young ;  
 $N$  – nombre des lames ;  
 $M$  – masse de la poutre (poutre, céramiques) ;  
 $\omega_0$  – pulsation basse fréquence de travail ;  
 $e$  – épaisseur des lames ;  
 $h$  – largeur des lames.

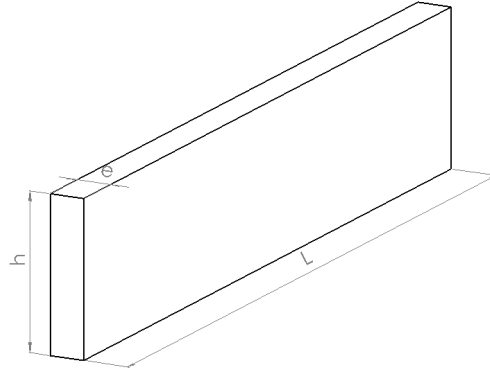


Figure II.8 – Dimensions génériques de la lame

Les lames utilisées ont été réalisées dans des plaques de cuivre béryllium, connu pour ses qualités élastiques et elles ont été collées sous la poutre au niveau des nœuds de l'onde de vibration haute fréquence (Figure II.9).

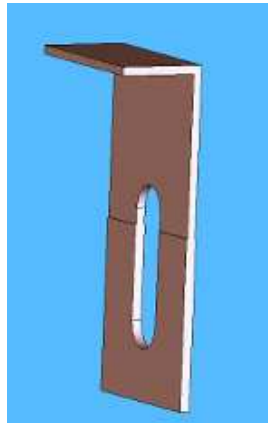


Figure II.9 – Forme finale des lames

Le trou oblong est réalisé pour pouvoir régler la résonance du système basse fréquence, en modifiant la valeur de L. Les pieds sont reliés par une tige filetée qui va nous permettre de modifier la position du système poutre – lames dans la direction verticale mais aussi dans la direction horizontale.

Des essais réalisés au vibromètre laser avant et après le collage des lames flexibles montrent qu'elles n'ont aucune influence ni sur la position des nœuds ni sur la position des ventres de la vibration haute fréquence.

Ensuite, des solutions pour fixer la poutre sur l'axe du moteur linéaire ont été étudiées. Les solutions de fixation doivent comporter certaines caractéristiques :

- être souples pour éviter la déformation en haute fréquence de la poutre ;
- être capables de transmettre le déplacement du moteur à la poutre.

Un schéma de la pièce choisie est présentée Figure II.10:

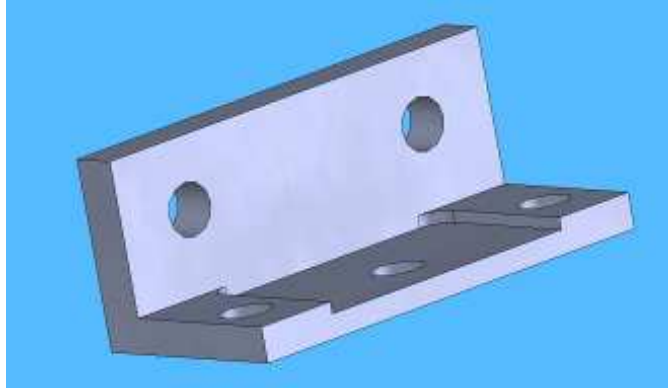


Figure II.10 – Pièce de fixation

Une simulation numérique de l'ensemble pièce de fixation – poutre – céramiques a été réalisée. Elle a montré que cette pièce n'a pas perturbé la déformation de la poutre. Le matériau choisi pour cette pièce a été, comme pour la poutre, de l'acier inoxydable.

### II.2.3. Réalisation

Les céramiques de type Noliac NCE41 ["Piezoelectric Ceramics" 2013] sont collées à la colle cyanolite sur le guide de poudre usiné selon le motif de la Figure II.11. C'est un collage simple et rapide, mais fragile car il se détériore avec le temps et l'humidité.

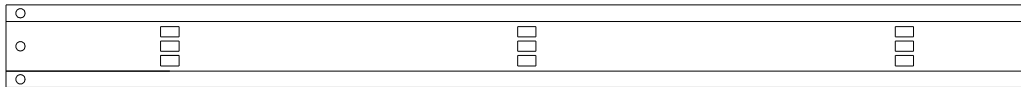


Figure II.11 – Le collage des céramiques sur le dessous de la poutre

Les positions des céramiques ont été déterminées pour une fréquence égale à 21522Hz (fréquence d'un mode de résonance – flexion trouvée sous simulation numérique).

Dans la Figure II.12, on peut voir les positions des noeuds pour la fréquence  $f=21729\text{Hz}$ , matérialisés par l'amas de poudre de sucre lors d'une vibration.



Figure II.12 – Les noeuds pour la fréquence de 21729Hz

Pour une tension d'alimentation de 100V  $\hat{c}\text{-}\hat{c}$  (crête - crête), on obtient une amplitude vibratoire de  $0,9\mu\text{m}$   $\hat{c}\text{-}\hat{c}$  (au milieu de la largeur de la poutre). Sur les bords de la poutre l'amplitude vibratoire est un peu plus importante que sur la partie centrale (d'un rapport  $R=1.06$ ).

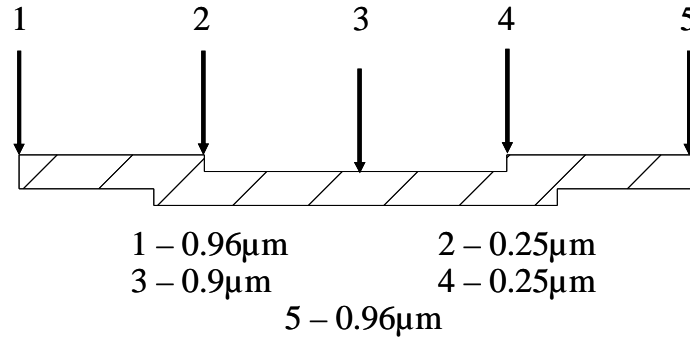


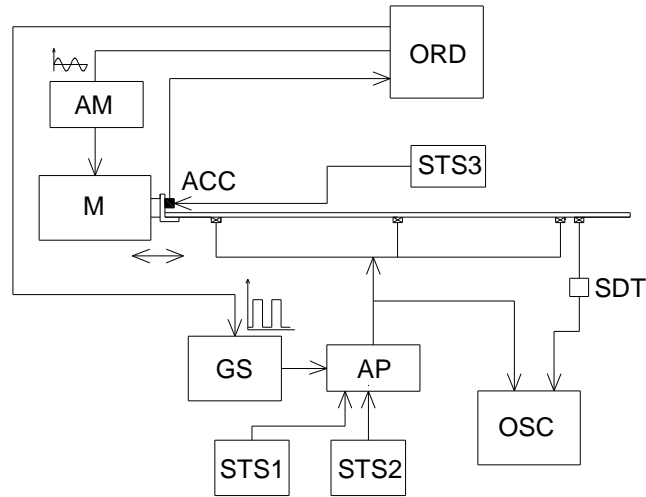
Figure II.13 – Amplitude vibratoire dans la direction transversale sur la poutre. Les valeurs de déplacement données ci après, ont été obtenues pour  $U=100\text{V}$   $\hat{c}\text{-}\hat{c}$ ;  $I=80\text{mA}$   $\hat{c}\text{-}\hat{c}$ ;  $P_m=68\text{mW}$  et  $f=21729\text{Hz}$

#### II.2.4. Structure de contrôle

Une fois que les éléments permettant d'actionner aussi bien les mouvements basse fréquence du guide de poudre que la mise en vibration US de celui-ci sont en place, un contrôle a été établi permettant la synchronisation de l'excitation haute fréquence sur les déplacements du guide de poudre.

Ce système est décrit à la Figure II.14. Il se compose d'un système de contrôle-commande Dspace, qui reçoit les mesures diverses et fournit les commandes aux actionneurs. Avec Dspace, le logiciel Control Desk, permet à l'utilisateur de configurer les conditions de ses essais via une interface graphique.





- ORD - ordinateur
- AM - amplificateur moteur
- M - moteur linéaire
- ACC - accéléromètre
- GS - générateur de signal
- AP - amplificateur céramiques
- OSC - oscilloscope
- SDT - sonde de tension
- STS1,2,3 - source de tension stabilisée

Figure II.14 – Banc d'essais

Le moteur linéaire qui produit les déplacements basse fréquence du guide de poudre est alimenté par un amplificateur (AM). Le signal de commande de cet amplificateur est sinusoïdal, ce qui produit un mouvement lui aussi sinusoïdal de l'ensemble dont on règle la fréquence et l'amplitude. Il n'y a pas de contrôle de ces mouvements, mais un accéléromètre est attaché à l'équipage mobile pour fournir une mesure de l'accélération.

En effet, c'est à partir de l'accélération du guide d'onde qu'est générée la référence de vibration haute fréquence. C'est un signal de type tout ou rien, qui est la modulante d'un signal sinusoïdal à la fréquence d'excitation des céramiques. L'opération de modulation est réalisée par l'intermédiaire d'un synthétiseur sinusoïdal (GS) dont la sortie est elle même amplifiée pour atteindre les niveaux requis.

Signalons que la vibration de la poutre est mesurée avec l'aide d'une céramique non alimentée qui fonctionne par effet piézo-électrique direct : si on déforme un cristal piézo-électrique, la tension à ses bornes est proportionnelle à l'amplitude de déformation du cristal. Cette tension est mesurée avec une sonde de tension (SDT). Les mesures réalisées avec la céramique ont été calibrées avec l'aide d'un interféromètre laser.

## II.3. Résultats expérimentaux

Le but de cette partie est d'évaluer le système en fonction de différents paramètres comme l'amplitude vibratoire haute fréquence, le déplacement basse fréquence, l'inclinaison du système, le type de poudre, l'état de surface de la poutre etc. La quantification de l'influence des paramètres a été réalisée par l'intermédiaire du débit (en g/s) de poudre transportée et par la vitesse de transport. Pour la quantification, on a choisi le débit parce qu'il est très facile à mesurer et aussi parce qu'il est un des paramètres imposés dans le cahier des charges de l'application. Le débit est déterminé comme étant la quantité de poudre qui s'écoule dans une période de temps donnée.

On a réalisé plusieurs essais avec cette maquette, qui peuvent être divisés en deux grandes catégories :

- A. Essais avec le système qui travaille dans un plan incliné :
  - A1. Essais avec la partie haute fréquence seule dans un plan incliné ;
  - A2. Essais avec le système complet dans un plan incliné.
- B. Essais avec le système qui travaille dans le plan horizontal.

### II.3.1. Essais avec inclinaison

#### II.3.1.1. Essais sans déplacement basse fréquence

Une première étude a consisté à étudier le système sans déplacement basse fréquence, simplement pour constater l'effet de la réduction de frottement. Pour cela, nous avons incliné le guide de poudre pour constater les seuils de décollement, c'est à dire les seuils limites pour lesquels la poudre glisse. Nous avons également modifié la surface en contact avec la poudre, en utilisant des rubans autocollants de type :

- scotch d'emballage sur la surface initiale de la poutre ;
- bande adhésive (bande utilisée pour l'isolation des câbles électriques).

Avec l'aide d'une tige filetée, on a réalisé l'inclinaison du bâti sur lequel était fixée la poutre avec ses pieds (Figure II.15).

Les premiers essais ont été réalisés avec une inclinaison de  $10^\circ$ , pour différentes poudres en changeant également le type de surface. Les poudres utilisées dans ce paragraphe ont été choisies par rapport au cahier de charge, à savoir : le corindon, l'alumine  $\Phi 30\mu\text{m}$ , le ciment et l'alumine  $\Phi 10\mu\text{m}$ .

Comme on n'utilise que la partie haute fréquence, le seul paramètre modifiable est l'amplitude vibratoire US. La Figure II.16 montre les résultats pour une surface brute (inox), et pour deux poudres utilisées le corindon et l'alumine  $\Phi 30$ .

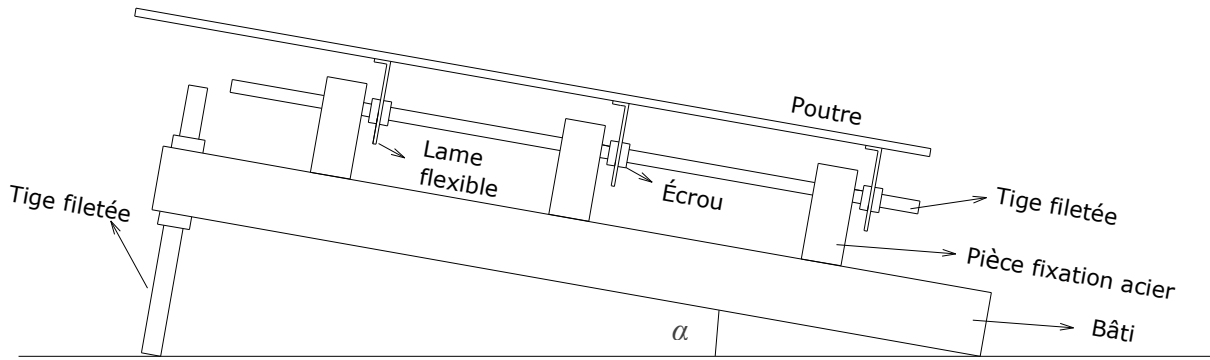


Figure II.15 - L'inclinaison du bâti

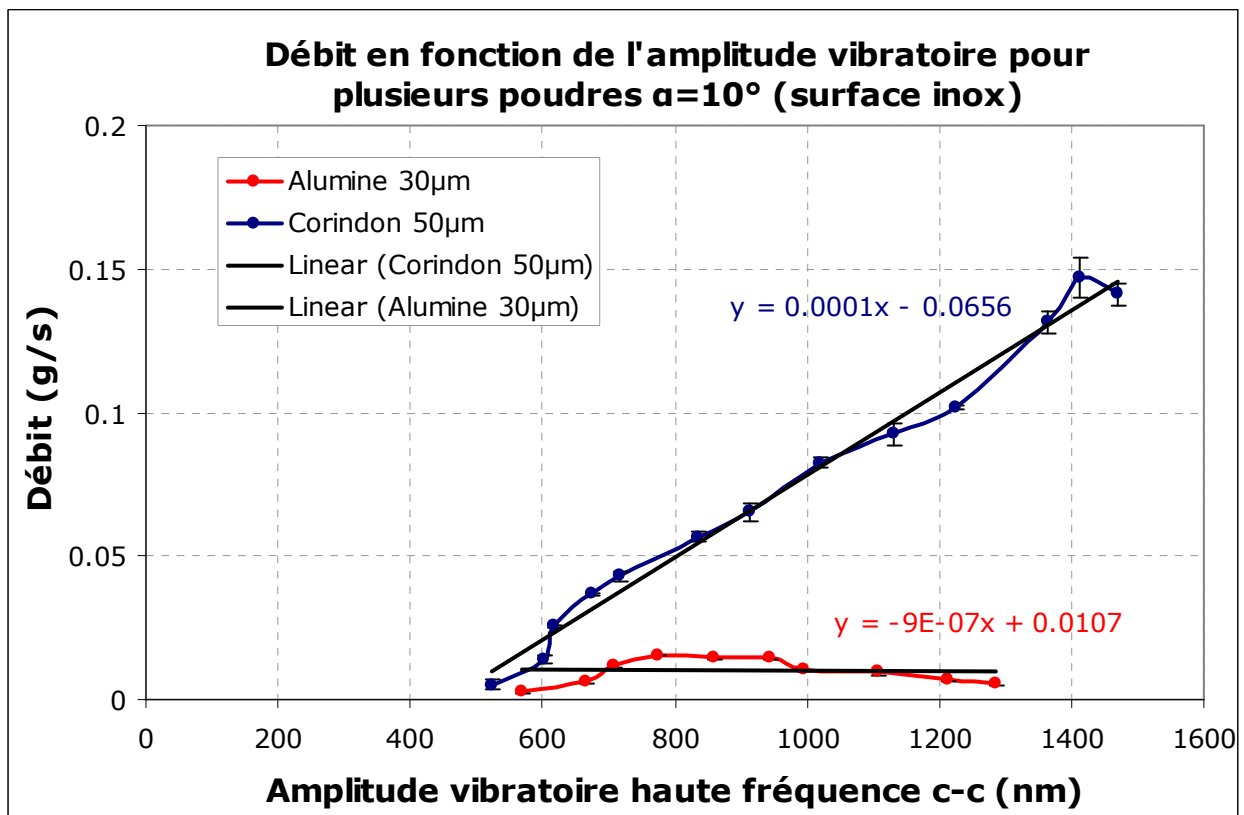


Figure II.16 - Débit expérimental en fonction de l'amplitude vibratoire haute fréquence pour  $\alpha=10^\circ$  et linéarisation

Cette figure décrit bien l'effet de réduction de frottement causée par les ultrasons. En effet, sans vibration haute fréquence, la poudre adhère à la surface, et reste immobile malgré l'inclinaison du guide. Le débit mesuré est donc nul. Lorsqu'on augmente l'amplitude de vibration haute fréquence, et au-delà d'un seuil évalué à 500nm c-c, la poudre n'adhère plus, et elle commence à glisser le long du guide de poudre : le débit augmente. Cependant, sa vitesse est limitée par les frottements résiduels. Et nous constatons bien que ceux-ci diminuent à mesure que l'amplitude haute fréquence augmente, puisque le débit augmente.

Cette figure montre également la différence de résultat entre deux types de poudre. Même si la valeur du seuil d'adhérence est sensiblement la même, en revanche la diminution de frottement est beaucoup plus faible pour l'alumine. D'ailleurs, d'autres essais ont été réalisés avec les autres poudres (ciment et alumine  $\Phi 10\mu\text{m}$ ) et les autres surfaces (scotch et bande adhésive) mais ces essais n'ont pas permis de réaliser le transport (déplacement de la poudre négligeable).

Afin d'obtenir un transport de poudre plus significatif, les essais ont été effectués pour une inclinaison de  $15^\circ$  en ne changeant que l'amplitude vibratoire. La Figure II.17 présente les courbes de débit pour le corindon, l'alumine  $\Phi 30\mu\text{m}$  et le ciment pour une inclinaison de  $15^\circ$  et pour la surface initiale de la poutre – inox.

On peut observer que le débit dépend de la granulométrie. Pour la même amplitude vibratoire on a :

- le débit le plus important est obtenu dans le cas du corindon (qui a le diamètre de la particule le plus grand (D50 est  $50\mu\text{m}$ )), et
- le débit le plus petit, pour le ciment (qui a le diamètre de la particule de  $17\mu\text{m}$  (valeur D50)).

Les erreurs de mesures sont très grandes pour le corindon et presque non représentatives pour les autres poudres (ceci est dû également à l'échelle du graphique). Chaque point du graphique résulte de la moyenne de 3 mesures à partir desquelles une incertitude peut être calculée. Elle se traduit sur le graphique par les traits verticaux

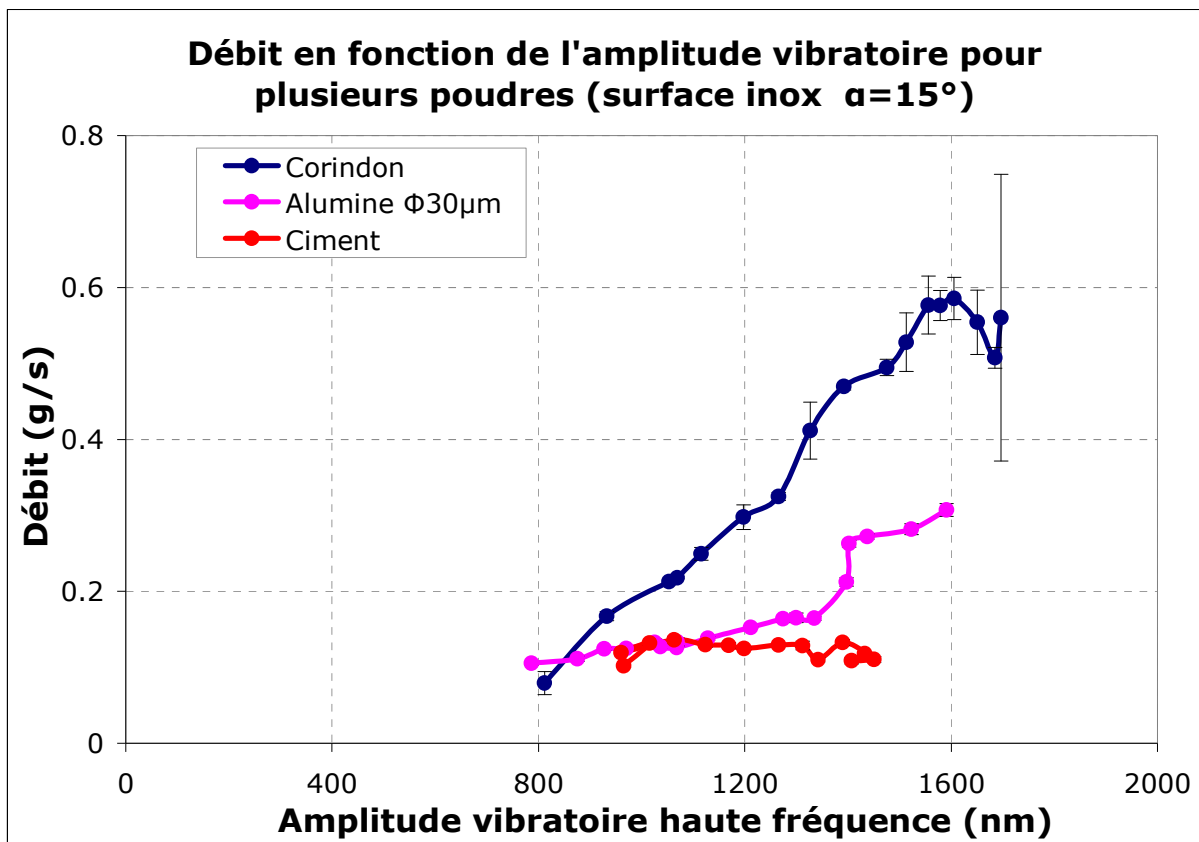


Figure II.17 – Débit en fonction de l'amplitude vibratoire pour  $\alpha=15^\circ$ , surface inox

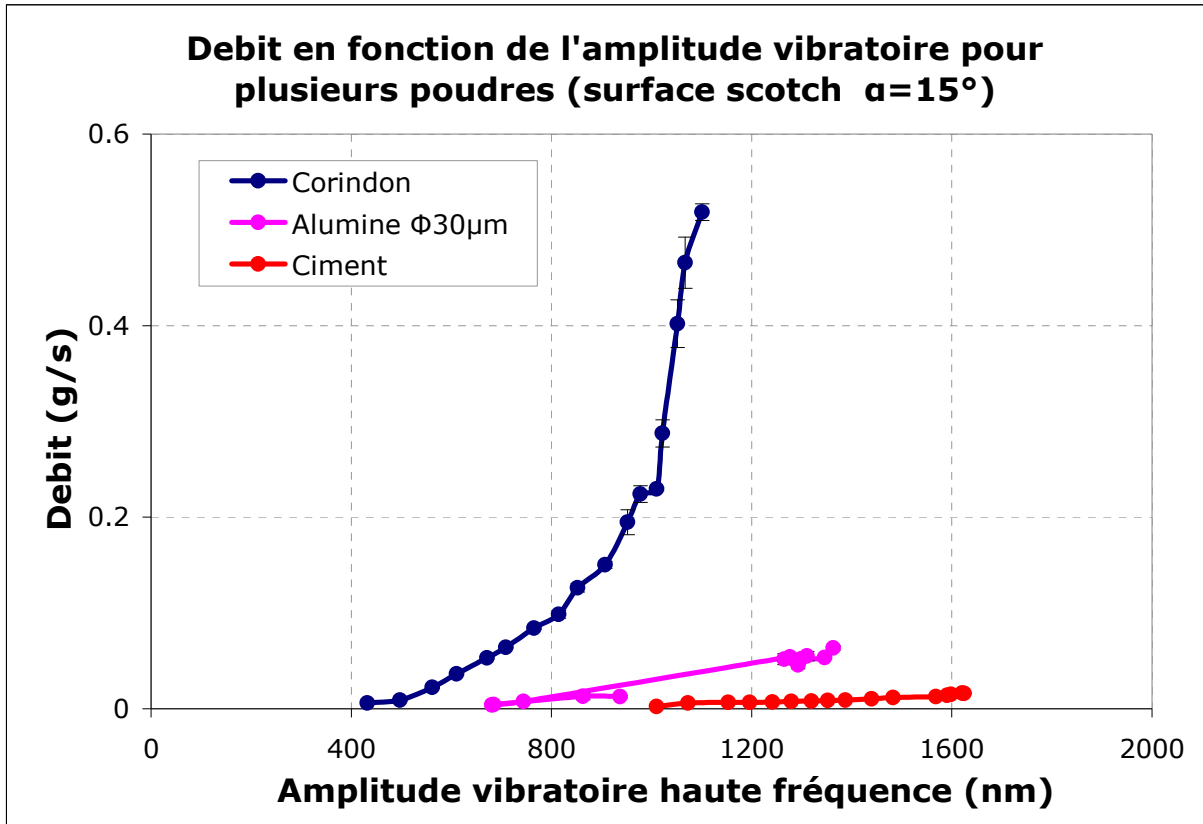


Figure II.18 – Débit en fonction de l'amplitude vibratoire pour  $\alpha=15^\circ$ , surface « scotch »

Dans la Figure II.18, on observe les courbes de débit pour une surface de type « scotch ». On obtient la même disposition des courbes que dans le cas de l'inox, mais avec des différences de niveau de débit. Pour l'alumine et le ciment, on observe en effet que les valeurs de débit sont plus petites dans le cas de la surface « scotch » que dans celui de la surface inox (4-5 fois plus petit).

Dans le cas du corindon, on a réussi à mesurer des débits même pour la surface « bande adhésive ». Les résultats sont présentés dans la Figure II.19.

Pour le corindon, les différences ne sont pas très importantes, surtout si on regarde la valeur maximale qui est presque de 0,6g/s dans les cas des surfaces inox et surface scotch. On a quand même une augmentation du débit plus rapide pour le scotch que pour l'inox. Par contre le débit obtenu, pour la surface bande adhésive, est très petit voire presque nul.

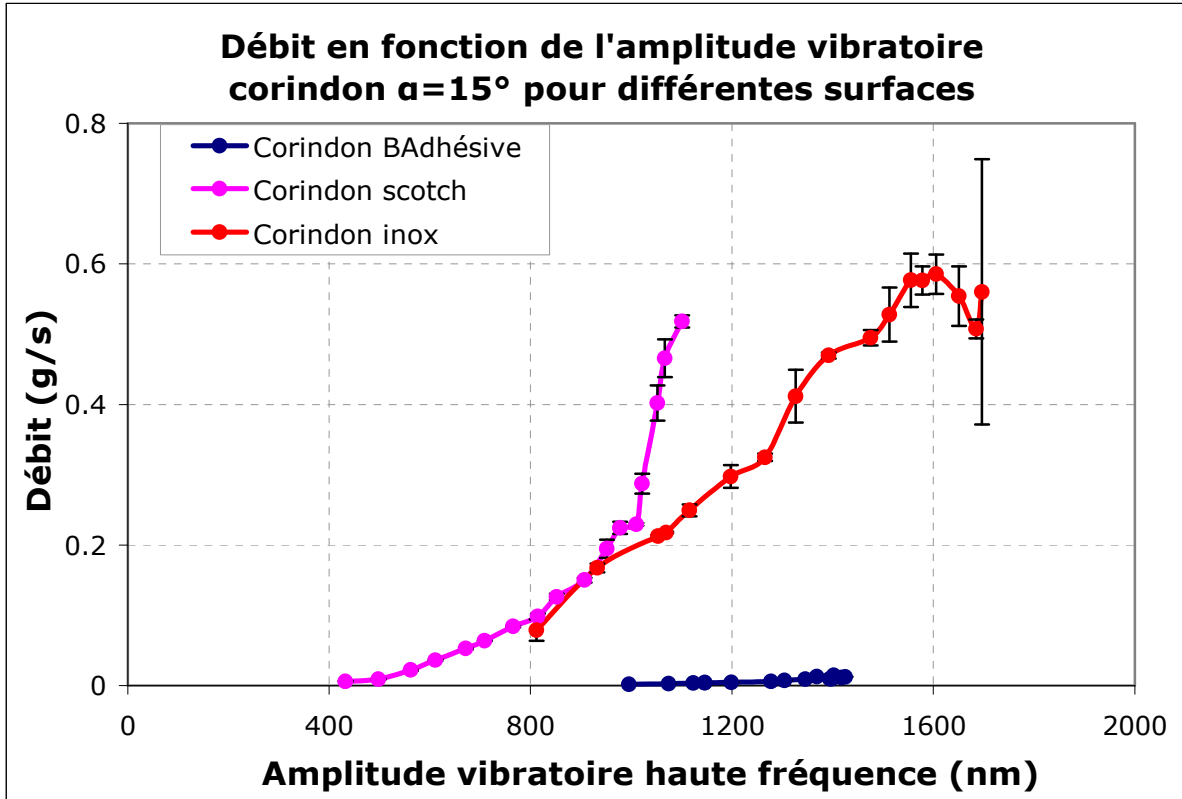


Figure II.19 – Débit en fonction de l'amplitude vibratoire pour le corindon et différentes surfaces

En observation complémentaire, on peut noter qu'il existe lors du transport, des zones d'accumulations et de zones de déplacement de la poudre sur la poutre, qui peuvent varier en largeur jusqu'à disparaître. Une autre observation est le fait qu'on n'arrive pas à vider complètement la poutre. Ceci est un bon indicateur de la nécessité de disposer du déplacement horizontal basse fréquence.

Une synthèse de tous les essais réalisés pour l'inclinaison de 15° est présentée dans le tableau suivant.

$\alpha=15^\circ$				
Surface		inox	scotch	bande adhésive
Poudre	Diamètre <sup>1</sup> (µm)			
Corindon	50	OK	OK	OK
Alumine Φ30	30	OK	OK	x
Ciment	17	OK	OK	x
Alumine Φ10	10	x	x	x

<sup>1</sup> - valeur du diamètre D50

OK - mesures de débits réalisés

x - la poudre ne se déplace pas ou les quantités sont insignifiantes.

Tableau II.1 – Synthèse des essais réalisés pour une inclinaison de 15°

Ainsi, cette partie montre bien l'aspect réduction de frottement obtenu à partir des vibrations. Elle a montré un effet de seuil, au dessous duquel le frottement statique n'est pas suffisamment diminué. Elle a surtout montré les différences de comportement d'une poudre à une autre, et d'une surface de contact à une autre. La partie suivante traite de la superposition de ces vibrations haute fréquence avec le mouvement basse fréquence.

### II.3.1.2. Essais avec déplacement basse fréquence

Pour ces essais, un support métallique est introduit pour fixer le moteur linéaire et le solidariser du bâti. Ce support nous a permis de régler l'inclinaison de l'ensemble moteur – poutre vibrante (Figure II.20).

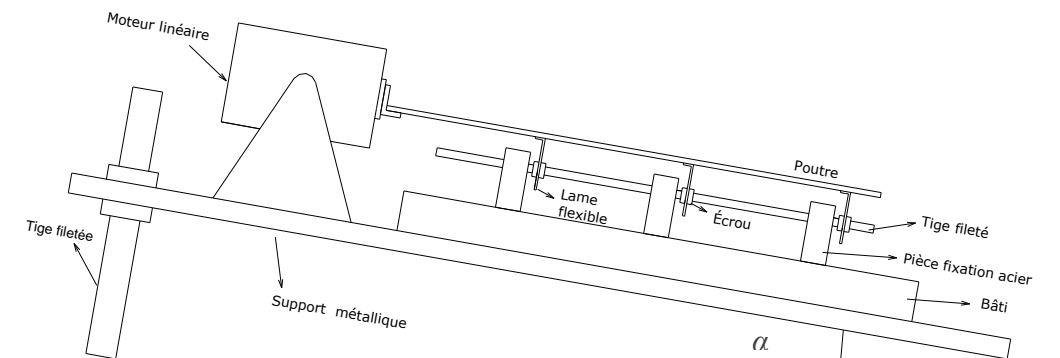


Figure II.20 – Inclinaison du système complet

Avec ce montage, des essais ont été réalisés pour une inclinaison de 15°. La fréquence d'excitation du moteur linéaire est restée constante à 20Hz. On garde également la synchronisation des signaux BF et HF tels qu'indiqués Figure II.1, soit un déphasage de 90° entre la commande en vitesse du moteur linéaire et le signal de synchronisation pour l'alimentation des céramiques. Des essais avec tous les types de poudre (appelées simulats) et avec un seul type de surface – inox ont été réalisés.

Les essais se sont scindés en deux types :

- mesure de débit pour une amplitude de déplacement basse fréquence variable et amplitude vibratoire haute fréquence constante ;
- mesure de débit pour une amplitude de vibration haute fréquence variable et amplitude de déplacement basse fréquence constante.

Dans la Figure II.21, sont présentées les courbes de débit pour les quatre simulants, pour une inclinaison de 15° et la surface inox.

Les observations qui peuvent être faites sont les suivantes :

- les 4 courbes ont une allure linéaire ;
- la valeur de débit maximal est obtenue pour le corindon (qui a le diamètre de particule le plus grand) à la même valeur de déplacement basse fréquence ;
- pour l'alumine  $\Phi 10$ , une amplitude de déplacement basse fréquence plus grande (comparée au cas des autres poudres) est nécessaire pour commencer à observer du transport, ce qui peut s'expliquer par ses caractéristiques physiques (granulométrie, caractère cohésif).

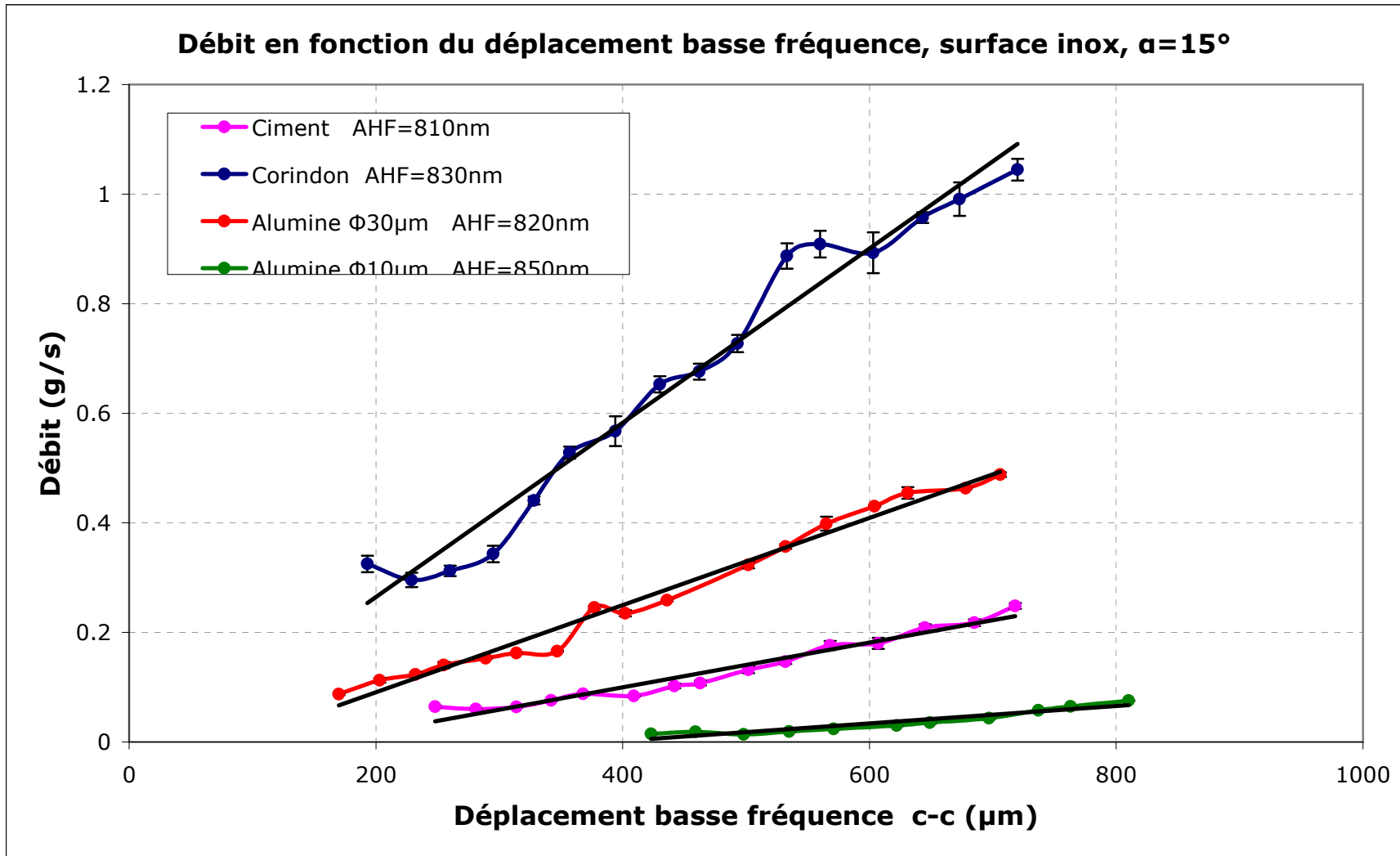


Figure II.21 - Débit en fonction du déplacement basse fréquence pour  $\alpha=15^\circ$



Il faut noter que la même valeur de tension d'alimentation pour l'actionneur piézo-électrique est imposée pour tous les essais mais en fonction des conditions de test au moment de sa réalisation, l'amplitude vibratoire est légèrement différente.

### II.3.1.3. Conclusions

Les résultats présentés dans ce paragraphe nous montrent d'une part que les grandeurs contrôlables (amplitude de déplacement basse fréquence et de vibrations US) permettent de jouer sur le débit mais que celui-ci dépend également de plusieurs paramètres :

- la qualité de la surface du guide de poudre : surface inox ou surface « scotch » ;
- l'inclinaison du guide de poudre : inclinaison 10° et 15° ;
- la nature de la poudre et en particulier son diamètre (Annexe B.3 « Caractéristiques des poudres ») qui influence son caractère adhésif.

Les débits obtenus, sont cohérents avec les forces d'adhésion et de vibration calculées (paragraphe I.2 Propriétés de la poudre aux ultrasons). Dans le cas du corindon, pour lequel on a obtenu le meilleur écoulement, la somme des forces d'adhésions est inférieure à la force de vibration. Par contre, pour les autres trois poudres, le rapport est inversé, ce qui fait que, en terme de débit ou de vitesse de déplacement, les résultats sont moins bons que dans le cas du corindon.

### II.3.2. Essais sans inclinaison

Comme on a pu voir dans le paragraphe précédent, le transport de poudre dépend fortement de la nature de cette dernière, certaines poudres étant très difficiles à transporter, malgré l'existence de paramètres favorables comme l'inclinaison du guide de poudre. Tenant compte de cette conclusion et du fait qu'on veut réaliser des essais avec une inclinaison nulle, nous avons décidé d'étendre notre gamme de simulants avec notamment des poudres qui ont des dimensions plus importantes comme le sucre. Nous avons effectué des essais avec trois poudres différentes: sucre, plâtre et corindon.

Les essais ont été réalisés en fonction des différents paramètres :

- certains ont été modifiés :
  - amplitude de vibration haute fréquence ;
  - amplitude de déplacement basse fréquence ;
  - déphasage  $\varphi$  entre la commande du moteur et le signal de synchronisation pour l'alimentation des céramiques ;
  - type de poudre transportée.
- d'autres ont été gardés constants pour tous les essais :
  - par exemple la basse fréquence qui a été fixée à 20Hz.

Le montage de cette maquette est présenté Figure II.22.

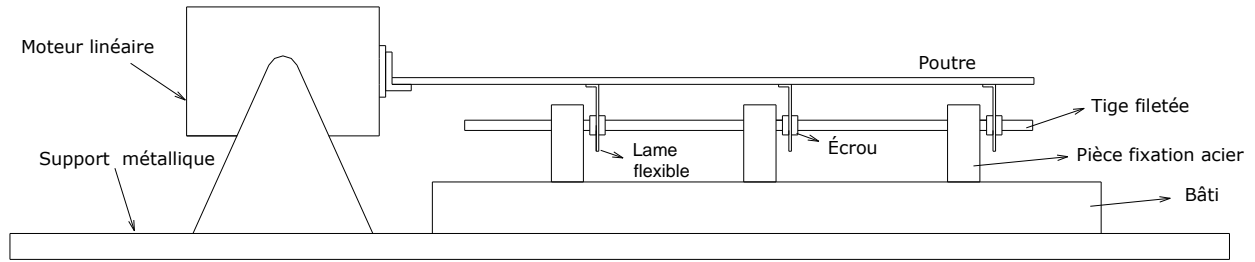


Figure II.22 – Le montage complet de la maquette sans inclinaison

### II.3.2.1. Amplitude de vibration haute fréquence constante et amplitude de déplacement basse fréquence variable

Dans la Figure II.23, on peut voir les courbes de débit en fonction de l'amplitude du déplacement basse fréquence pour plusieurs poudres quand la basse fréquence est de 20Hz et l'amplitude haute fréquence constante (plus exactement elle est comprise entre 400nm et 450nm crête – crête). La même valeur de tension d'alimentation haute fréquence est imposée pour tous les essais, mais en fonction des conditions de test au moment de sa réalisation, l'amplitude vibratoire fluctue un peu.

Chaque point du graphique résulte de la moyenne de 3 mesures à partir desquelles une incertitude peut être calculée. Elle se traduit sur le graphique par les traits verticaux. Comme on peut le voir Figure II.23 et Figure II.24, le débit dépend là encore des caractéristiques physiques de la poudre. Plus le diamètre de la particule est petit, plus le débit est faible pour la même valeur de déplacement basse fréquence et pour une amplitude vibratoire haute fréquence constante. L'ordre de disposition des courbes de débit est déterminé aussi par les caractéristiques de la poudre comme la morphologie des particules, la cohésivité.

On peut tenter d'estimer la vitesse moyenne de transport à partir du débit  $D$  (Figure II.24), si on considère que la poudre de masse volumique  $\rho$  est transportée au travers d'une section constante  $S$  :

$$v_m = \frac{D}{\rho \cdot S} \quad \text{II.2}$$

On prendra pour  $S=20mm^2$ , la section de la gorge usinée dans le guide de poudre. Bien sûr, cette vitesse est une approximation ; une mesure rigoureuse aurait consisté à mesurer la vitesse de plusieurs particules de poudre, et d'en faire la moyenne. Cette solution nous a semblé difficile à mettre en oeuvre, et nous avons opté pour cette estimation approximative de la vitesse de poudre.

Les densités des poudres sont données dans le Tableau II.2.

Poudre	Sucre	Corindon	Plâtre
Densité $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1600	3940	2900

Tableau II.2 – Densités pour les poudres utilisées

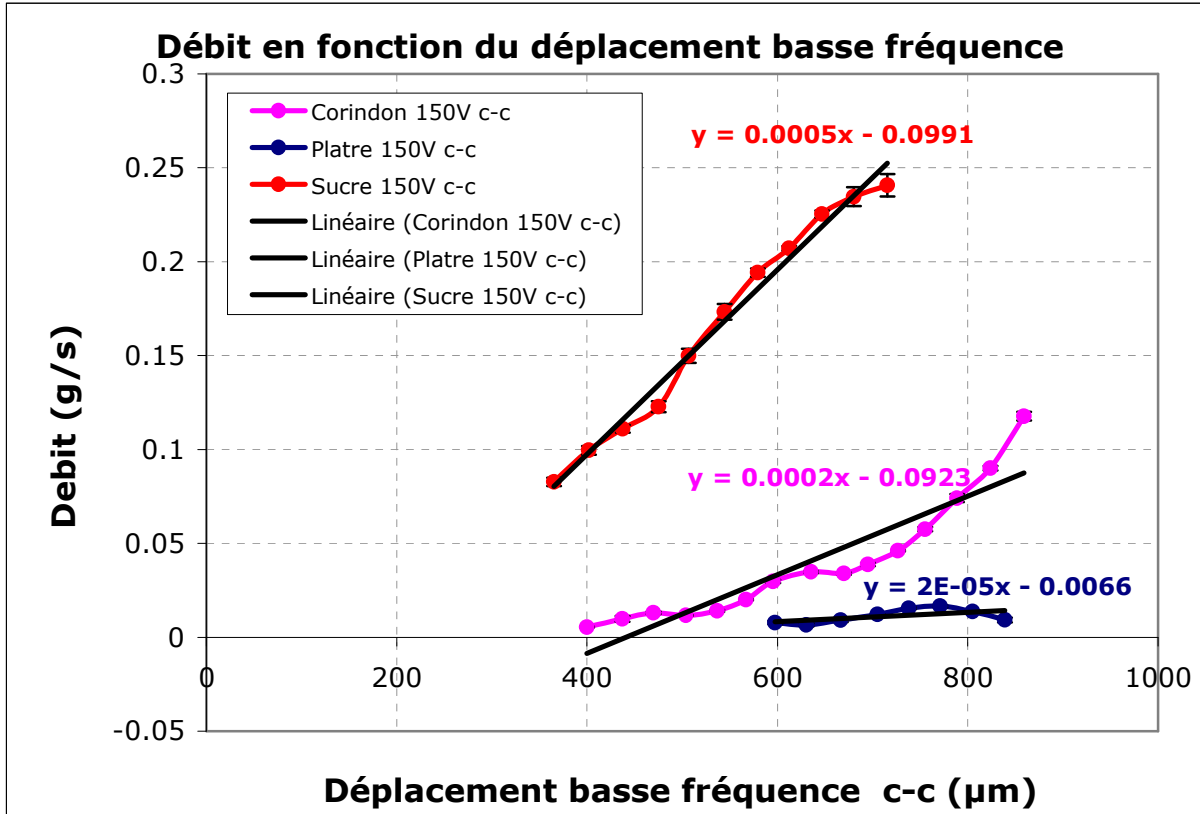


Figure II.23 – Débit en fonction de l'amplitude de déplacement basse fréquence

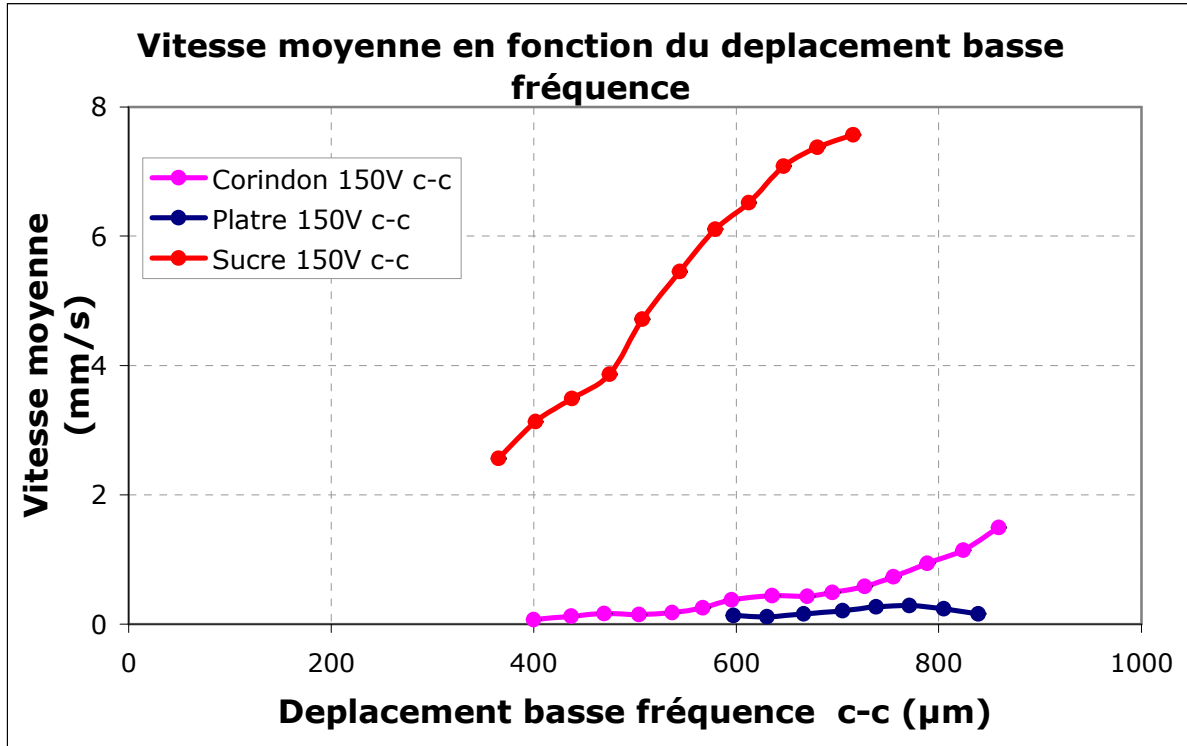


Figure II.24 – Vitesse moyenne en fonction de l’amplitude de déplacement basse fréquence

### II.3.2.2. Comparaison avec les résultats sur le plan incliné

La Figure II.25 présente la comparaison de débit entre les systèmes avec une inclinaison  $\alpha=0^\circ$  et une inclinaison  $\alpha=15^\circ$ , pour le corindon, quand l’amplitude vibratoire haute fréquence est maintenue constante pendant la réalisation de l’essai. On observe sans surprise que la tendance du débit est de croître avec l’inclinaison. On note que ce résultat est ici accentué du fait que l’amplitude vibratoire haute fréquence est plus grande lors de nos mesures pour  $\alpha=15^\circ$ .

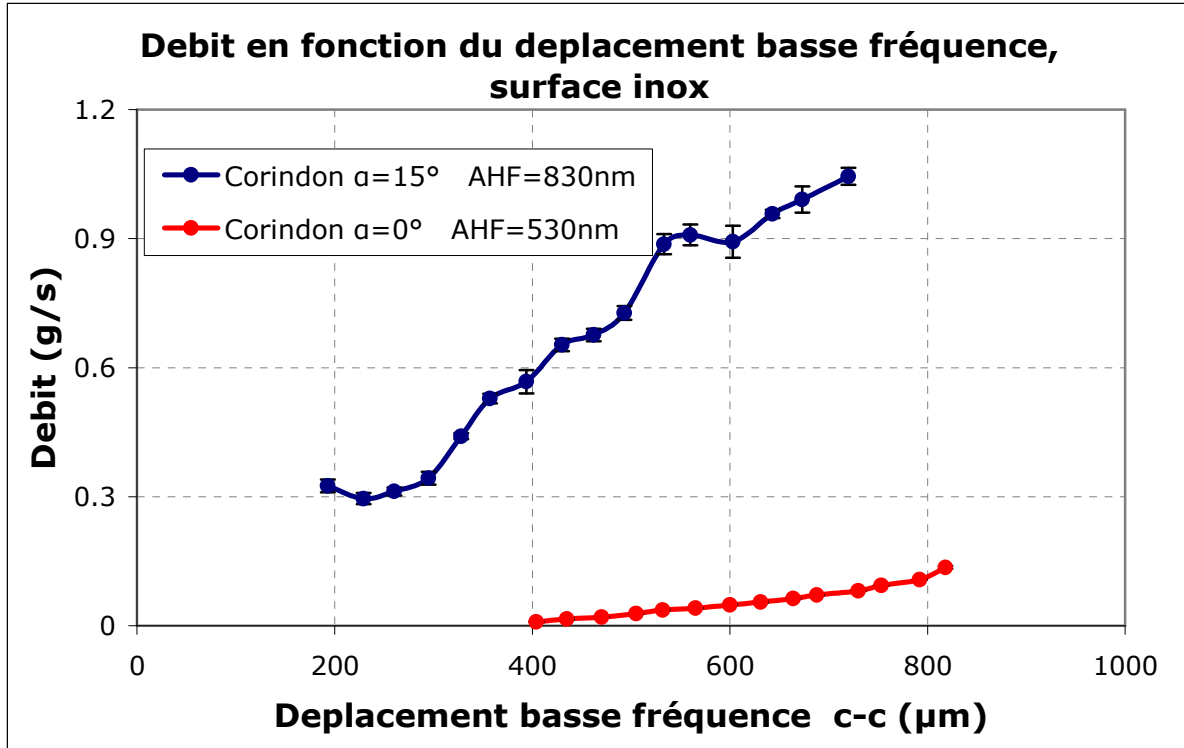


Figure II.25 – Débit en fonction du déplacement basse fréquence pour le corindon selon deux inclinaisons du guide de poudre

### II.3.2.3. Amplitude de vibration haute fréquence variable et amplitude de déplacement basse fréquence constante

Pour la même fréquence de déplacement du moteur linéaire (20Hz), on a gardé constante l'amplitude de déplacement basse fréquence (630μm  $\hat{c}-\hat{c}$ ) et on a modifié l'amplitude de vibration haute fréquence. Les résultats de cet essai sont présentés Figure II.26. La fréquence d'excitation haute fréquence est égale à 21240Hz.

On peut observer que le débit est directement proportionnel à l'amplitude vibratoire. Si l'amplitude vibratoire augmente, on a une augmentation du débit. Cet essai a été effectué avec du sucre, poudre pour laquelle les résultats en terme de débit sont les plus exploitables.

Ainsi, si l'on considère en première approximation que le frottement apparent diminue lorsque l'amplitude haute fréquence augmente, nous voyons bien l'effet bénéfique de cette réduction de frottement. Cette courbe ne fait pas apparaître de valeur seuil supérieur pour l'amplitude vibratoire, c'est à dire, une valeur pour laquelle le débit n'augmente plus, et qu'il est donc inutile de dépasser. Cette valeur est importante pour la conception de l'interface. Si elle existe, elle se situe donc au delà de 800nm c-c.

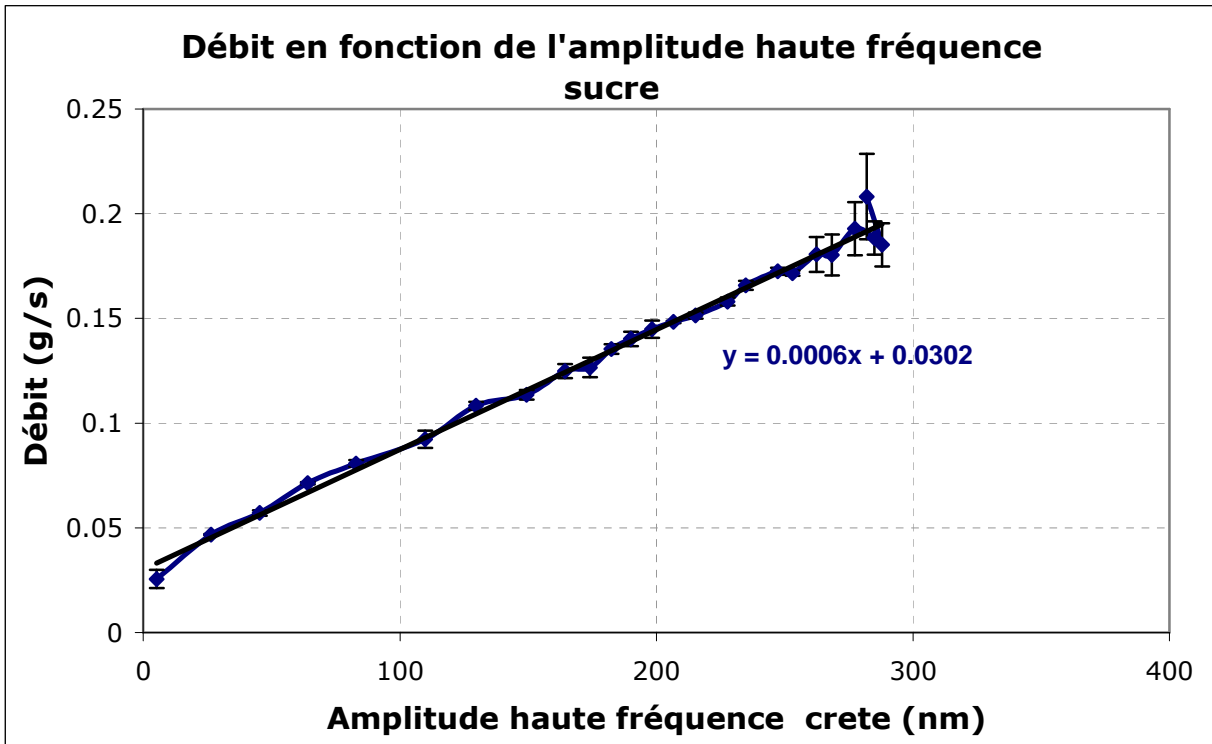


Figure II.26 – Débit en fonction de l'amplitude haute fréquence pour une amplitude de déplacement basse fréquence de  $630\mu\text{m}$  c-c

Enfin, nous ne constatons pas non plus d'effet de seuil inférieur sur cette figure, comparativement à la Figure II.16 par exemple. Plus précisément, il y a déplacement de poudre, même à amplitude haute fréquence nulle. Pour expliquer cela, nous ne pouvons pas invoquer un mauvais alignement du guide de poudre ; celui-ci a été correctement calé mis bien à l'horizontale. Par contre, il n'est pas impossible qu'un phénomène de couplage de mode apparaisse tout de même, de manière limitée, mais provoquant un transport de poudre, même sans réduction de frottement.

#### II.3.2.4. Amplitudes de vibration haute fréquence et de déplacement basse fréquence constantes et déphasage variable

L'objectif de cet essai est d'analyser l'influence de la synchronisation des vibrations HF sur le mouvement de translation BF vis-à-vis du débit. Pour cet essai, on a gardé constants :

- l'amplitude vibratoire haute fréquence (entre 400nm et 600nm – valeurs différentes pour chaque poudre utilisée – valeurs crête – crête) ;
- l'amplitude de déplacement basse fréquence (entre  $500\mu\text{m}$  et  $700\mu\text{m}$  – valeurs différentes pour chaque poudre utilisée – valeurs crête-crête).

La fréquence basse est toujours égale à 20Hz et la fréquence d'excitation haute est d'environ 21200Hz.

Le seul paramètre évolutif a été le déphasage entre la commande du moteur et le signal de synchronisation pour l'alimentation des céramiques. Le but a été de trouver une valeur optimale pour le déphasage et de prouver que la valeur pressentie (90°) était correcte. Les courbes déterminées dans cet essai sont présentées Figure II.27.

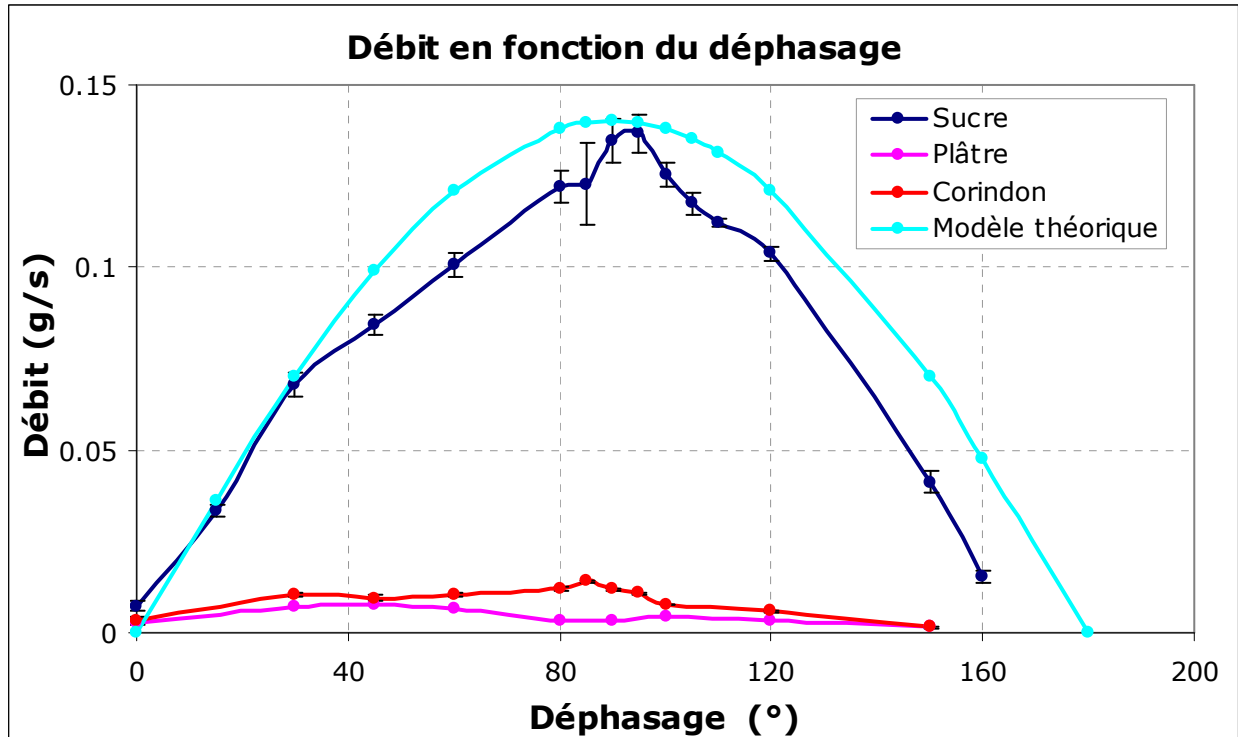


Figure II.27 – Débit en fonction du déphasage

On peut observer que le sucre a toujours un débit mesuré plus important pour les mêmes valeurs d'amplitude vibratoire et d'amplitude de déplacement. Théoriquement, nous nous attendons à avoir une valeur optimale de 90° ; cependant, en pratique la valeur maximale est obtenue :

- pour le sucre, pour un déphasage de 95° ;
- pour le corindon, pour un déphasage de 85° ;
- pour le plâtre, pour un déphasage de 60°.

Conformément à la supposition faite au début du chapitre, on doit obtenir un débit maximal pour un déphasage de 90° entre le signal de commande du moteur basse fréquence et le signal de synchronisation pour l'alimentation des céramiques. Pour illustrer l'écart entre la valeur optimale attendue et les essais expérimentaux, nous avons ajouté la courbe « modèle théorique » sur la Figure II.27, qui est calculée comme étant le produit entre la valeur maximale du débit obtenu pour le sucre et le sinus du déphasage.

Les résultats présentés dans la Figure II.27, tendent à confirmer l'hypothèse faite au début du chapitre sur le déphasage optimal. Cette hypothèse sera vérifiée également par simulation numérique dans le paragraphe suivant, en utilisant un modèle mathématique simplifié de transport de poudre, qui a été développé dans le cadre de la thèse.

### **II.3.2.5. Conclusions**

Les résultats obtenus dans ce paragraphe ont montré l'influence de la vibration haute fréquence et du déplacement horizontal basse fréquence dans le transport de poudre, notamment pour le sucre, pour lequel on obtient des dépendances linéaires entre le débit et les déplacements horizontal basse fréquence respectivement vertical haute fréquence.

Dans le cas de la dépendance débit-déphasage, on observe que la courbe obtenue pour le sucre, confirme de manière expérimentale la supposition faite au début du chapitre d'avoir un déphasage de  $90^\circ$  entre la commande du moteur basse fréquence, qui est réalisée en vitesse, et la commande de l'actionneur haute fréquence.

## **II.4. Modèle mathématique de transport de la poudre**

### **II.4.1. Introduction**

L'objectif de cette partie consiste à développer un modèle mathématique simple du transport par frottement contrôlé afin, d'une part, d'aider à la compréhension des phénomènes et d'autre part de permettre une optimisation globale du principe.

### **II.4.2. Présentation du modèle**

Les hypothèses du modèle sont les suivantes et elles sont énoncées par [Hor and Linz 2005] [Sloot and Kruyt 1996] :

- Le convoyeur, qui est dans notre cas une barre, a un mouvement basse fréquence purement sinusoïdal ;
- La dynamique du milieu granulaire est assimilée à celle d'un corps solide de masse  $M$  ;
- Le glissement du corps granulaire sur la barre est soumis à une friction dynamique modélisée comme une combinaison de forces de frottement sec et frottement visqueux.

Le convoyeur est présenté de manière schématique dans la Figure II.28. Le corps granulaire de masse  $M$ , se trouve dans le repère mobile  $xOy$  qui est attaché sur la barre. Celle-ci se trouve dans le repère fixe  $XOY$ .



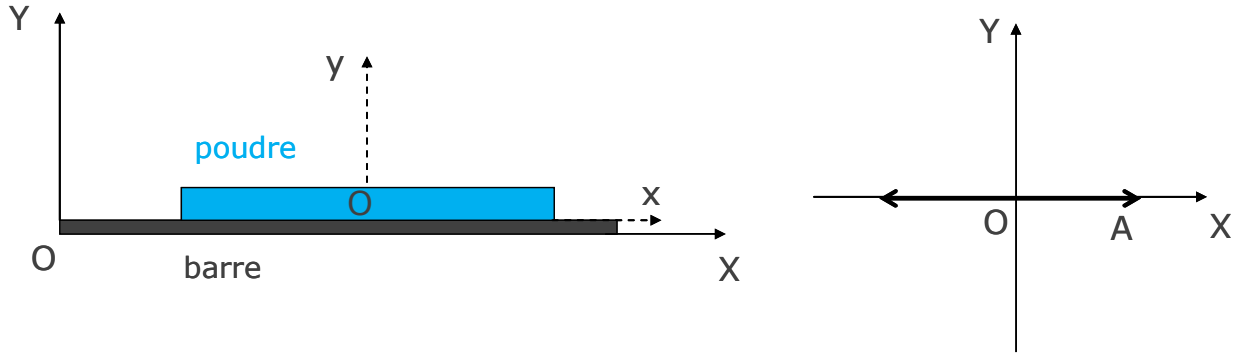


Figure II.28 - Définition des repères

La barre se déplace dans la direction horizontale sous l'action d'une oscillation sinusoïdale d'amplitude  $A$  et de pulsation  $\omega$ .

$$X = A \sin(\omega t)$$

II.3

Du point de vue de la poudre, on distingue deux états, selon la nature du frottement avec le guide de poudre, représentés sous la forme d'un réseau de Petri Figure II.29.

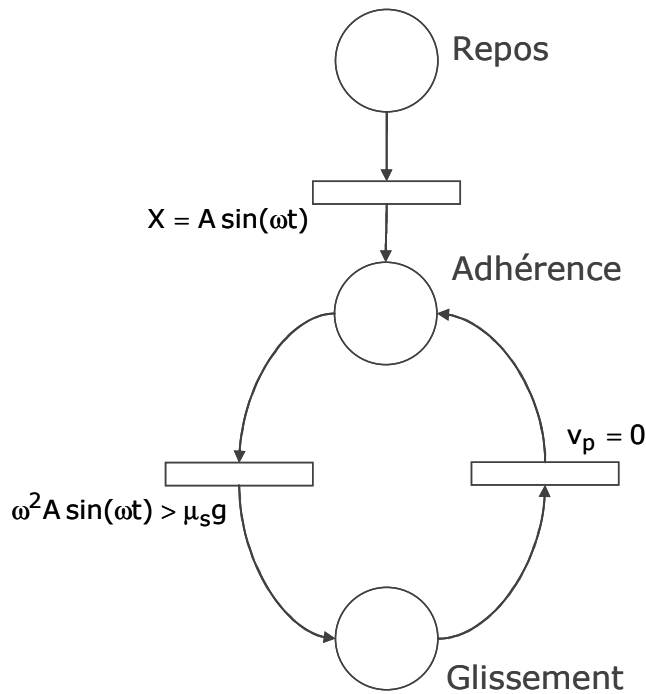


Figure II.29 - Modèle du transport représenté par le réseau de Petri

Cette Figure II.29 montre les deux états des conditions de liaison de la poudre avec le guide de poudre. L'état de glissement suppose une vitesse relative de la poudre  $v_p$  non nulle dans le repère de son guide. Cet état se termine lorsque cette vitesse s'annule. L'état adhérence correspond à une phase d'adhérence de la poudre sur le convoyeur, et qui prend fin lorsque la composante tangentielle de la réaction du convoyeur sur la poudre dépasse

une valeur limite. Cette valeur limite est définie par le coefficient de frottement limite au sens du frottement de Coulomb, que multiplie la masse de la poudre.

Ces états sont identiques que les vibrations US soient activées (On) ou non (OFF). Par contre, les valeurs du frottement limite en phase d'adhérence ou du frottement en phase de glissement, dépendent de l'état d'excitation de la barre. Ceci ayant été confirmé par les essais expérimentaux du paragraphe II.3 « Résultats expérimentaux ».

Enfin, le modèle prend en compte l'angle d'inclinaison du guide de poudre, noté  $\alpha$ . Les valeurs des conditions de passage sont explicitées au paragraphe suivant.

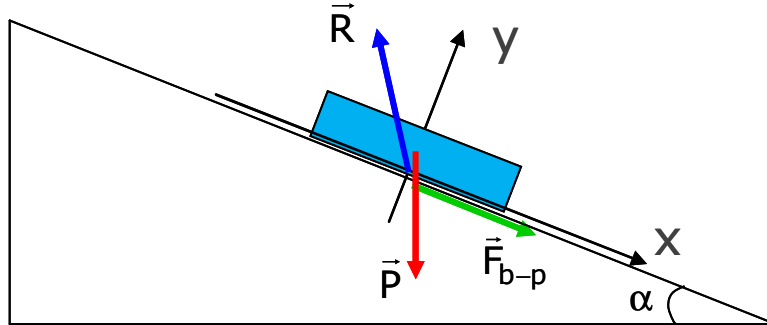


Figure II.30 – Bilan des efforts pour le corps granulaire pendant l'adhérence

### II.4.3. Modèle analytique

Lorsque la poudre est en phase d'adhérence avec la barre, elle est solidaire de cette dernière. D'un point de vue du modèle, cela signifie que la position de la poudre est liée de manière rigide à la position de la barre. Nous posons donc dans cette phase  $x=0$ .

Par conséquent, la réaction tangentielle de la barre sur la poudre due à la translation imposée par le moteur, notée  $F_{b-p}$ , se déduit de  $X$  en appliquant le principe fondamental de la dynamique, avec  $X = A \sin(\omega t)$  et  $M$  la masse de la poudre :

$$|F_{b-p}| = M \frac{d^2 X}{dt^2} = M \omega^2 A \sin(\omega t) \quad \text{II.4}$$

Cette force tangentielle est équilibrée par la projection du poids  $P \sin \alpha$  ainsi que par le frottement sec  $\mu_s R_n$  soit  $\mu_s P \cos \alpha$ . Cette phase d'équilibre caractérisée par un déplacement relatif de la poudre nul par rapport à la barre dure tant que la force tangentielle reste inférieure au seuil de Coulomb. C'est-à-dire :

$$|F_{b-p}| \leq |P| \cos(\alpha) \text{tg}(\varphi) - |P| \sin(\alpha) \leq Mg \cos(\alpha) \text{tg}(\varphi) - Mg \sin(\alpha) \quad \text{II.5}$$

En utilisant les équations (II.4) et (II.5) et en sachant que  $\text{tg}(\varphi) = \mu_s$  on obtient la condition d'adhérence :

$$M \omega^2 A \sin(\omega t) \leq Mg \cos(\alpha) \mu_s - Mg \sin(\alpha) \quad \text{II.6}$$

où  $\mu_s$  est le coefficient de frottement statique entre la barre et le corps granulaire ; ce coefficient prend deux valeurs, selon que les US sont ON ou OFF.

L'équation (II.6), est la condition nécessaire pour que la poudre reste dans la phase d'adhérence. Comme la poudre adhère à la barre, sa vitesse est celle de la barre :

$$v_p = \omega A \cos(\omega t) \quad \text{II.7}$$

Ainsi, que les vibrations US soient ON ou OFF, la poudre commence à glisser lorsque l'accélération instantanée dépasse un certain seuil qui ne dépend pas de la masse de la poudre. Par ailleurs, Il existe des valeurs d'amplitude vibratoire A qui ne permettent jamais d'obtenir un glissement de la poudre sur la poutre. Ce cas sera étudié ultérieurement.

Une fois la poudre en glissement sur la barre, sa dynamique est définie par un frottement poudre-barre. Dans cette étape, nous avons choisi de spécifier un frottement sec, dont la valeur correspond au seuil de passage adhérence-glissement, et un frottement fluide, proportionnel à la vitesse relative de la poudre sur la barre [Biet 2007] [Watanabe and Fukui 1995].

L'équation qui décrit le glissement de la poudre est similaire à la précédente avec en plus la considération du frottement fluide.

Pour obtenir l'équation de la vitesse de la poudre on va écrire le bilan des efforts pour le corps granulaire sur l'axe Ox comme illustré Figure II.31.

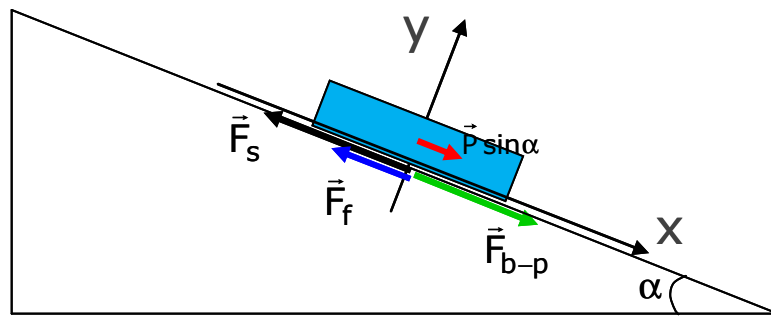


Figure II.31 – Bilan des efforts pour la phase de glissement

Le bilan des efforts est :

$$F_{b-p} + P \sin(\alpha) - F_s - F_f = M \frac{d^2 x_p}{dt^2} \quad \text{II.8}$$

où  $x_p$  est la position de la poudre,  $F_s$  est la force de frottement sec et  $F_f$  la force de frottement fluide.

On sait que la force de frottement sec  $F_s$  et la force de frottement fluide  $F_f$  sont déterminées par :

$$\begin{aligned} F_s &= \mu_s Mg \\ F_f &= k_f v_{pr} \end{aligned} \quad \text{II.9}$$

où  $v_{pr}$  est la vitesse relative de la poudre par rapport à la barre.

On peut noter que les coefficients  $\mu_s$  et  $k_f$  vont avoir des valeurs réduites dans les cas des vibrations US ON, donnant ainsi de nouveaux coefficients notés  $\mu_s'$  et  $k_f'$ .

Si on remplace les équations (II.4) et (II.9) dans l'équation (II.8) on obtient :

$$M\omega^2 A \sin(\omega t) + Mg \sin(\alpha) - \mu_s Mg - k_f v_{pr} = M \frac{dv_{pr}}{dt} \quad \text{II.10}$$

Pour trouver la solution de l'équation (II.10), on doit résoudre l'équation différentielle. Pour cela on applique la transformée Tustin :

$$\frac{dx}{dt} = e(t) \Rightarrow \frac{2}{T_e} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} x(z) = E(z) \quad \text{II.11}$$

où  $T_e$  est le pas d'incrément pour l'intégration numérique.

Ainsi on obtient par résolution de l'équation (II.10), la vitesse absolue  $v_p$  de la poudre :

$$\begin{aligned} v_p(n) &= \frac{1}{\frac{2M}{T_e} + k_f} \left[ F_{b-p}(n) - F_{b-p}(n-1) + 2P(n) \sin(\alpha) - 2F_s(n) + \left( \frac{2M}{T_e} - k_f \right) v_p(n-1) \right] + \\ &+ \omega A \cos(\omega t(n)) \end{aligned} \quad \text{II.12}$$

La phase de glissement prend fin lorsque la poudre recolle à nouveau à la barre, c'est à dire lorsque la vitesse relative s'annule.

#### II.4.4. Résultats instantanés de la modélisation

Ces équations ont été résolues avec le logiciel Matlab. Le modèle mathématique complet est décrit dans l'annexe B.4 « Modèle mathématique du transport de poudre pour le principe du frottement contrôlé ».

Les résultats présentés ici sont obtenus comme dans les conditions expérimentales, à savoir avec une vibration ultrasonique imposée lorsque la position de la barre devient positive ou encore, lorsque la vitesse de la barre est en phase décroissante.

Les résultats obtenus pour le corindon sont illustrés Figure II.32. On peut voir que, au début du cycle de transport, la poudre adhère à la barre (la vitesse relative de la poudre est nulle) jusqu'à un instant  $t$  proche de 0.014 secondes. Lorsque l'actionnement ultrasonique est activé (US ON), le frottement poudre-barre est tellement faible que la condition de passage (II.6) est aussitôt remplie : à partir de ce moment, la poudre rentre dans une phase de glissement (visible sur la valeur de sa vitesse relative) qui va durer jusqu'à un instant proche de 0.04sec, c'est-à-dire un peu au delà de l'extinction des US qui intervient à  $t=0.037s$ . Pendant cette phase de glissement, la poudre continue sur sa lancée, pendant

que la barre elle commence à ralentir (visible sur la vitesse de la barre). Néanmoins, comme les US sont arrêtés, à  $t=0.037\text{sec}$ , le frottement de la poutre sur la poudre devient plus important, conduisant à l'arrêt de la poudre sur la barre.

L'utilité des ultrasons est visible si on réalise une comparaison entre la courbe de la vitesse absolue de la poudre et la vitesse de la barre. On observe que, au début du cycle de transport, alors que les US sont OFF, la poudre suit le mouvement de la barre ; ensuite à partir du moment où les US sont ON, la vitesse de la poudre suit une trajectoire différente de celle de la barre, qui dure jusqu'à environ  $0.04\text{s}$ . Et pourtant, à  $0.025\text{s}$  la barre change de sens de déplacement, ce qui n'influence pas le déplacement de la poudre grâce à la vibration ultrasonore et du fait de l'énergie cinétique qu'elle a accumulée.

Cette simulation nous permet donc de mieux analyser l'influence des US sur le transport et de justifier les instants d'actionnement des US relativement au mouvement BF de la barre.

La Figure II.33, nous montre un résultat de simulation obtenu avec les mêmes paramètres que pour la Figure II.32, mais pour une alimentation des céramiques piézo-électriques (US ON) lorsque la vitesse de la barre est négative. Ce type de synchronisation est en fait très proche de celui utilisé pour le principe de transport de poudre présenté dans le chapitre introductif, plus exactement le stick slip, qui utilise comme dissymétrie dans le cycle de fonctionnement, la descente d'un signal de commande en « dents de scie ». Les différences entre les deux cas de déphasage ( $90^\circ$  et  $0^\circ$ ) sont alors visibles sur la forme des signaux et leurs amplitudes : par exemple, la position absolue de la poudre a une valeur maximale plus petite dans le cas du déphasage  $0^\circ$  :  $8 \times 10^{-4}\text{m}$  contre  $12 \times 10^{-4}\text{m}$  pour l'alimentation des céramiques quand l'accélération est négative. La vitesse relative de la poudre est elle aussi plus petite dans le deuxième cas :  $0.032\text{m/s}$  contre  $0.0522\text{m/s}$ .

Les résultats obtenus par simulations numériques, vérifient eux aussi de manière théorique l'hypothèse faite au début du chapitre et qui expose la nécessité d'imposer les vibrations haute fréquence quand l'accélération du guide de poudre est négative.

Les résultats obtenus pour l'alumine  $\Phi 30\mu\text{m}$  sont similaires d'un point de vue qualitatif avec ceux du corindon (Figure II.34).

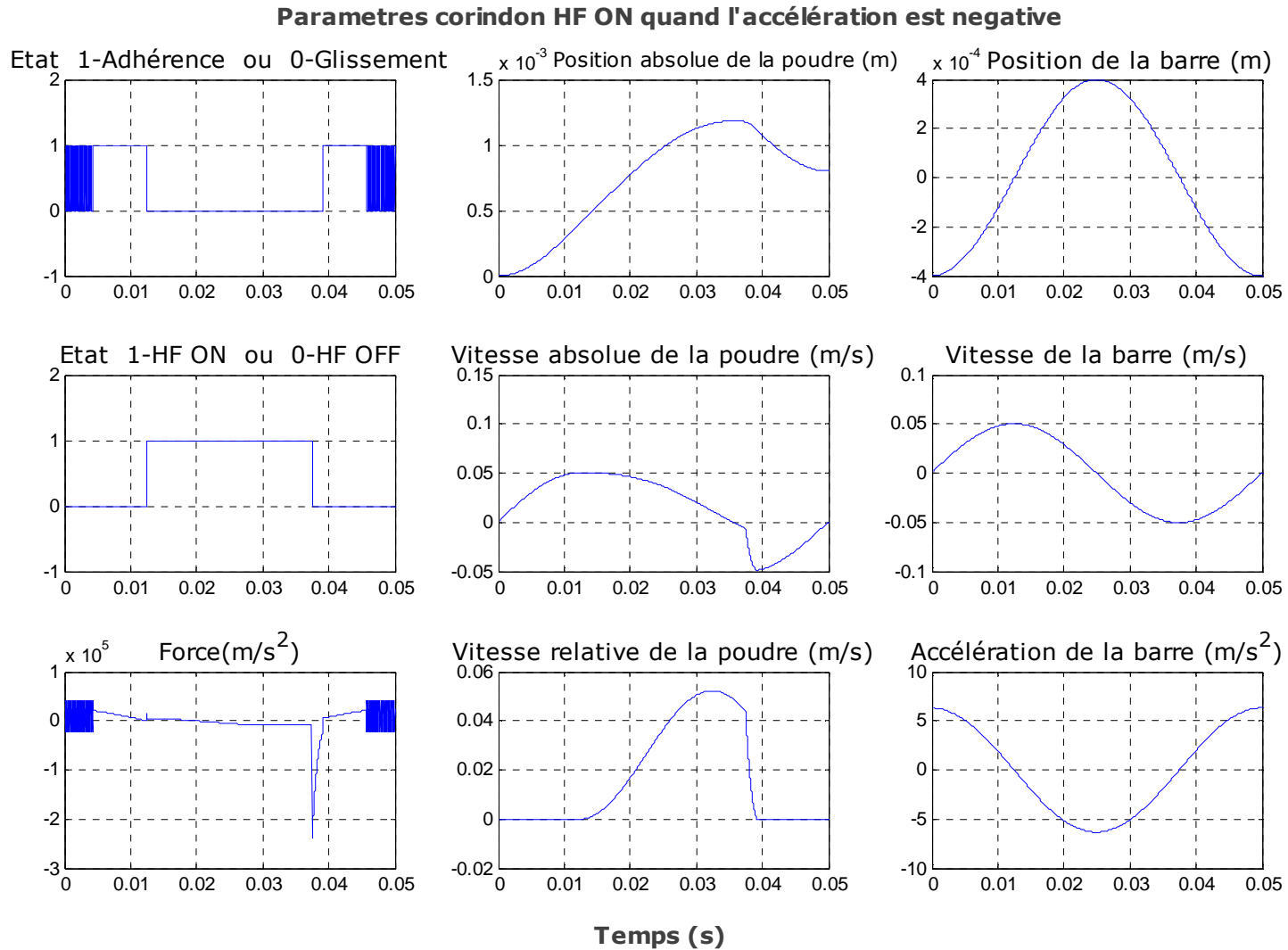


Figure II.32 – Simulation d'un cycle de fonctionnement pour le corindon – alimentation des céramiques quand l'accélération de la barre est négative (déphasage 90°)

**Paramètres corindon HF ON quand la vitesse est negative**

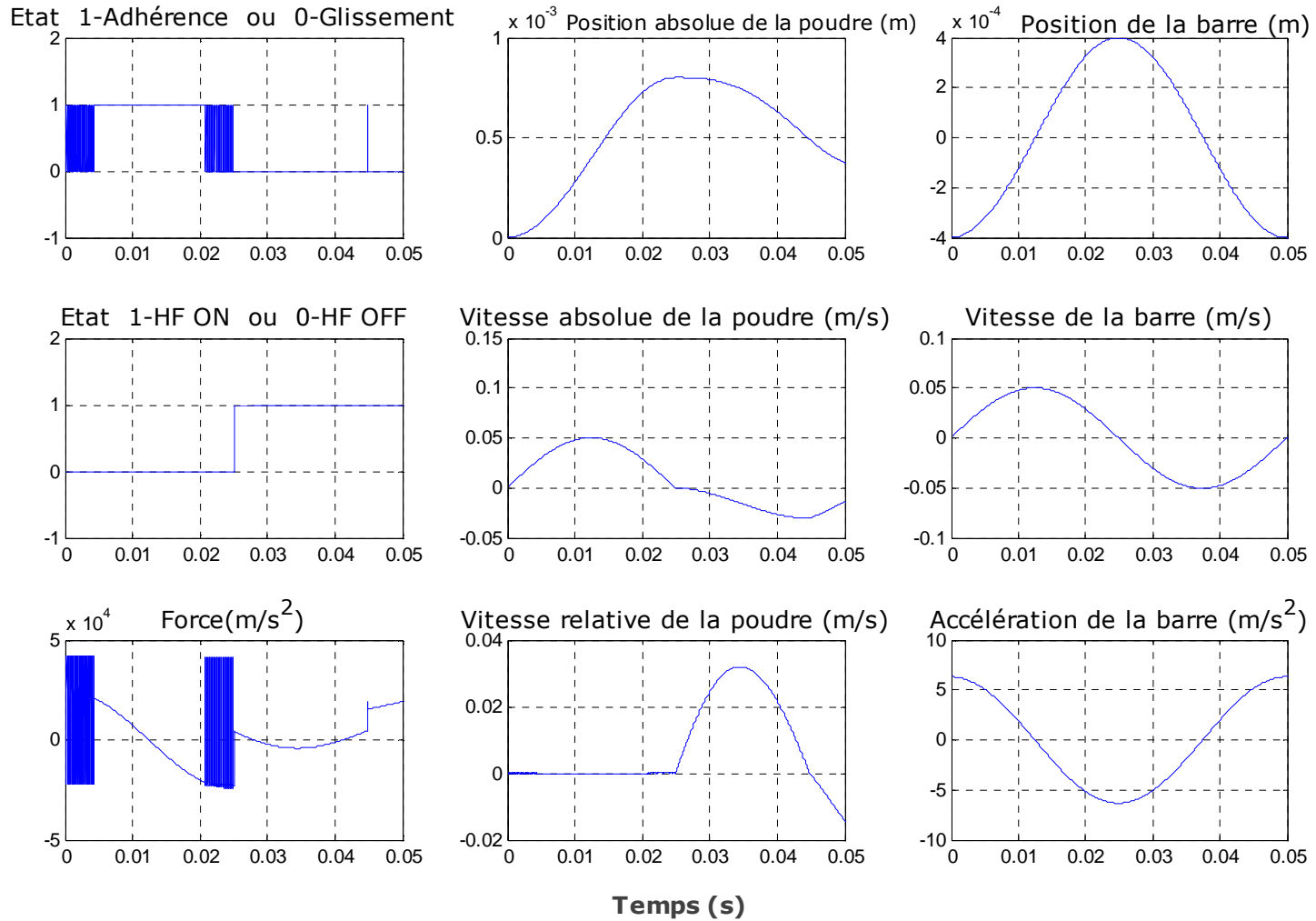


Figure II.33 – Simulation d'un cycle de fonctionnement pour le corindon – alimentation des céramiques quand la vitesse de la barre est négative (déphasage 0°)

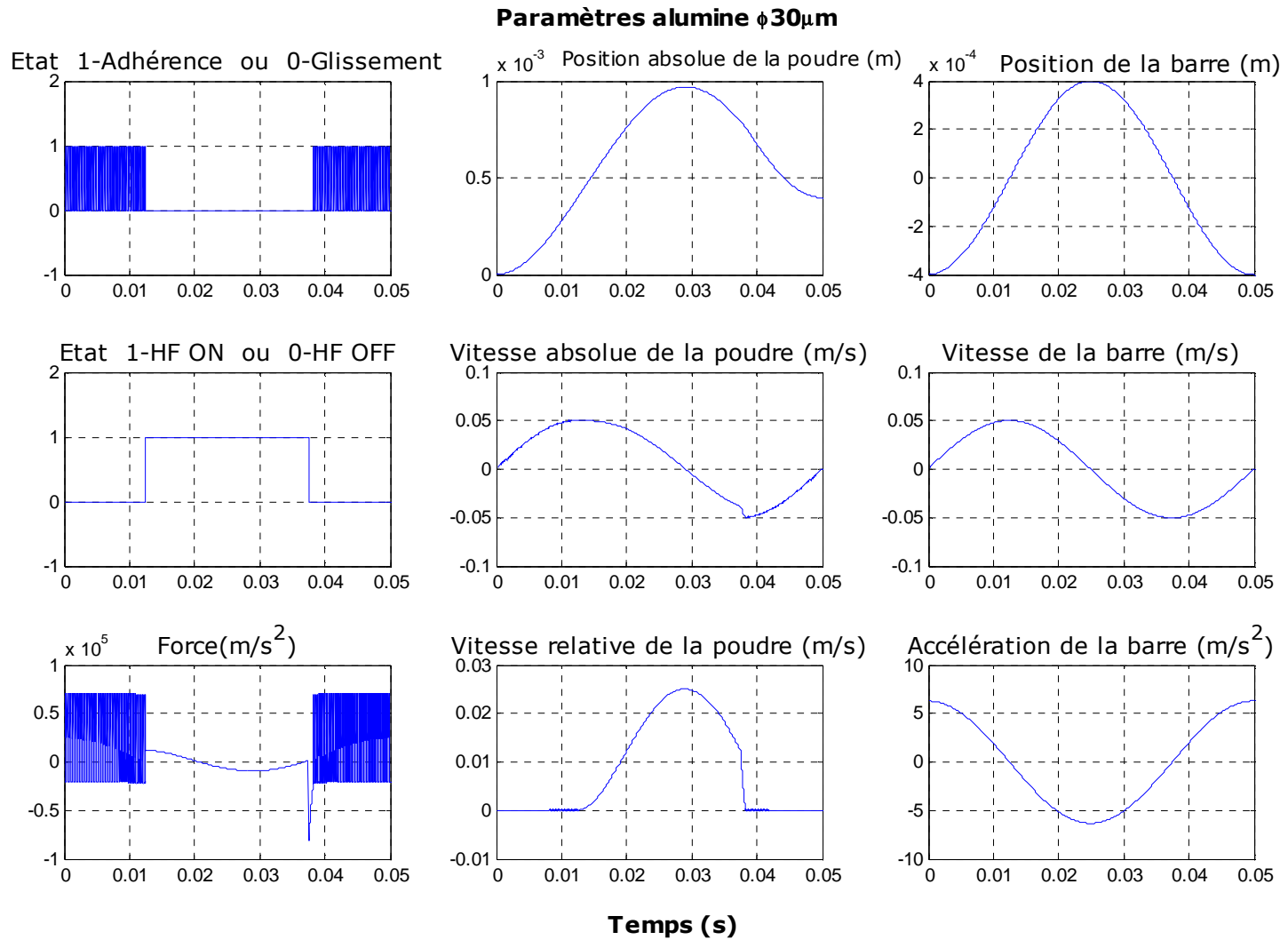


Figure II.34 – Simulation d'un cycle de fonctionnement pour l'alumine  $\Phi 30\mu\text{m}$  – alimentation des céramiques quand l'accélération de la barre est négative (déphasage  $90^\circ$ )



### II.4.5. Comparaison avec les résultats expérimentaux

Le modèle de déplacement de la poudre élaboré au paragraphe précédent a permis d'expliquer les phénomènes mis en jeu et de justifier les instants de synchronisation des vibrations ultrasonores sur la translation horizontale. Nous voulons maintenant savoir si les comportements obtenus sur les débits pour différentes poudres sont également conformes à ce modèle. Mais pour cela, il nous faut identifier des paramètres tels que les coefficients de frottement sec et fluide, avec ou sans US :  $\mu_s$  et  $k_f$  puis  $\mu'_s$  et  $k'_f$ .

#### II.4.5.1. Détermination expérimentale des coefficients de frottement

Afin de comparer avec les mesures expérimentales, nous avons essayé de mesurer ces coefficients de frottement, en particulier les coefficients de frottement sec qui sont les plus simples à identifier dans notre cas. Pour les mesurer, on prend une poutre sur laquelle on a placé un peu de poudre à l'une des extrémités et on incline la poutre jusqu'à ce que la poudre commence à glisser sur la barre. A ce moment, on mesure l'angle d'inclinaison de la barre qu'on va appeler angle de passage adhérence-glissement. Le coefficient de frottement sec est déterminé en calculant la tangente de cet angle d'inclinaison. De la même façon on peut mesurer le coefficient de frottement sec avec ultrasons en mettant en vibration la barre avec l'aide d'un actionneur piézo-électrique. Les coefficients ainsi déterminés pour différentes poudres sont présentés dans le tableau suivant.

Caractéristiques Poudre	Sans US		Avec US	
	Inclinaison de la barre (°)	$\mu_s$	Inclinaison de la barre (°)	$\mu'_s$
Corindon	40	0.84	8	0.14
Alumine $\Phi 30\mu\text{m}$	46	1.04	19	0.34
Ciment	57	1.54	22	0.4
Alumine $\Phi 10\mu\text{m}$	90	$\infty$	29	0.55

Tableau II.3 – Identification expérimentale des coefficients de frottement sec avec et sans US pour différentes poudres

Comme on peut l'observer, les coefficients de frottement avec ultrasons sont beaucoup plus petits que ceux sans vibrations. Les coefficients avec US ont été déterminés pour une amplitude de vibrations d'environ  $1\mu\text{m}$  crête sur une barre dont la surface usinée est en acier inoxydable.

D'autres essais ont été réalisés pour déterminer les coefficients de frottement visqueux mais il a été très difficile de mesurer une vitesse moyenne de poudre en régime permanent et de façon répétable. Ces paramètres ne seront donc pas identifiés explicitement.

### II.4.5.2. Résultats de la modélisation

La comparaison entre les résultats du modèle et ceux issus des mesures est réalisée en prenant comme grandeur de recalage la vitesse moyenne de déplacement de la poudre tracée par rapport à l'amplitude du déplacement basse fréquence.

Parmi les quatre coefficients de frottement, deux sont connus par la mesure (les frottements secs) et les deux autres sont imposés de manière arbitraire (les frottements visqueux) et ensuite modifiés jusqu'à l'obtention d'une courbe de vitesse théorique qui suive celle de la vitesse moyenne mesurée de manière expérimentale. Pour cela on utilise la fonction Matlab « *polyfit* ». Comme la courbe de tendance est une droite (cf Figure II.21) elle est déterminée par l'équation suivante :

$$Y_m = p_m X + O_m \quad \text{II.13}$$

Où  $p_m$  est la pente de la droite correspondante à la vitesse mesurée et  $O_m$  est l'ordonnée à l'origine correspondante à la vitesse mesurée.

L'idée est d'obtenir une courbe de tendance pour la vitesse théorique qui a les mêmes paramètres que celle de la vitesse expérimentale. En modifiant les coefficients de frottement, on peut observer que l'abscisse à l'origine de la courbe théorique est influencé par le coefficient de frottement sec avec ultrasons et que la pente de la même courbe est influencée par le frottement visqueux toujours avec US.

Sur la Figure II.35 on peut observer que la vitesse calculée commence croître à partir d'une valeur minimale appelée amplitude minimale de déplacement. Cette croissance est plus visible sur les figures Figure II.36, Figure II.37 et Figure II.38. Le même phénomène est observé sur la courbe de la vitesse mesurée qui est décelée à partir d'environ  $100\mu\text{m}$ , ce qui représente la valeur minimale de l'amplitude basse fréquence de déplacement de la barre pour laquelle on a un déplacement de la poudre. On observe aussi que les deux courbes de tendances ne sont pas strictement identiques mais qu'on parvient cependant à trouver des paramètres de friction qui les rendent tout à fait proches. Nous pouvons donc en conclure que la structure de notre modèle mathématique est correcte.

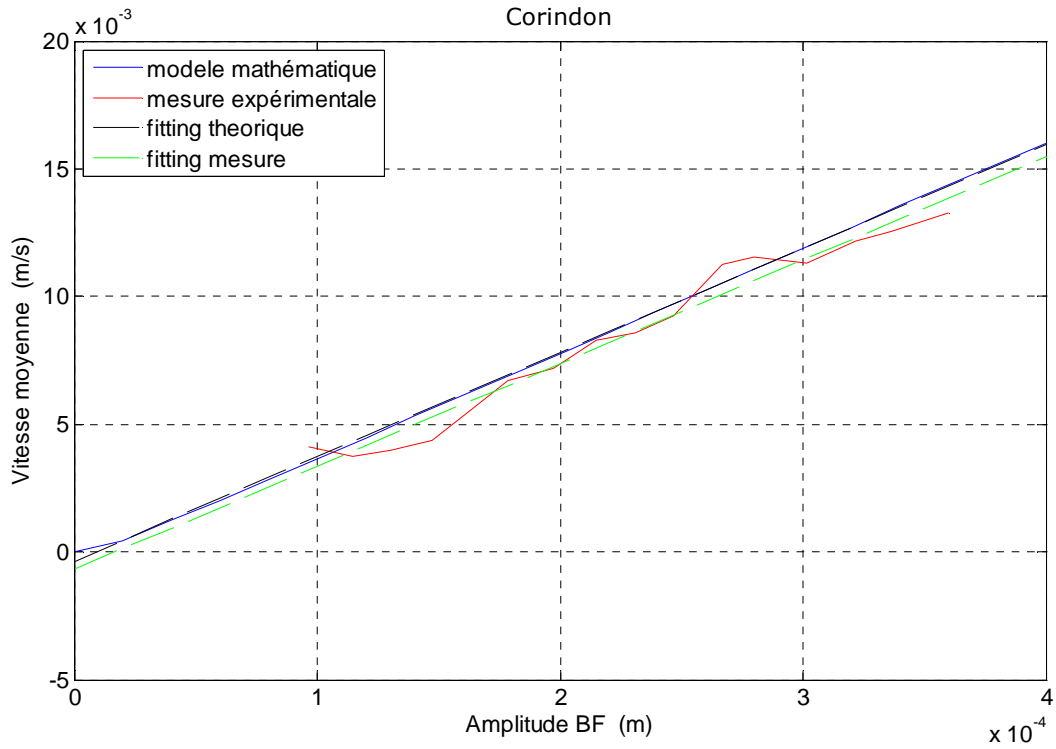


Figure II.35 – Vitesses moyennes mesurée et calculée pour le corindon

Les résultats obtenus pour l'alumine  $\Phi 30\mu\text{m}$  sont présentés à la Figure II.36. On observe un comportement similaire d'un point de vue qualitatif à celui du corindon avec une différence en ce qui concerne la valeur maximale de la vitesse qui est plus faible.

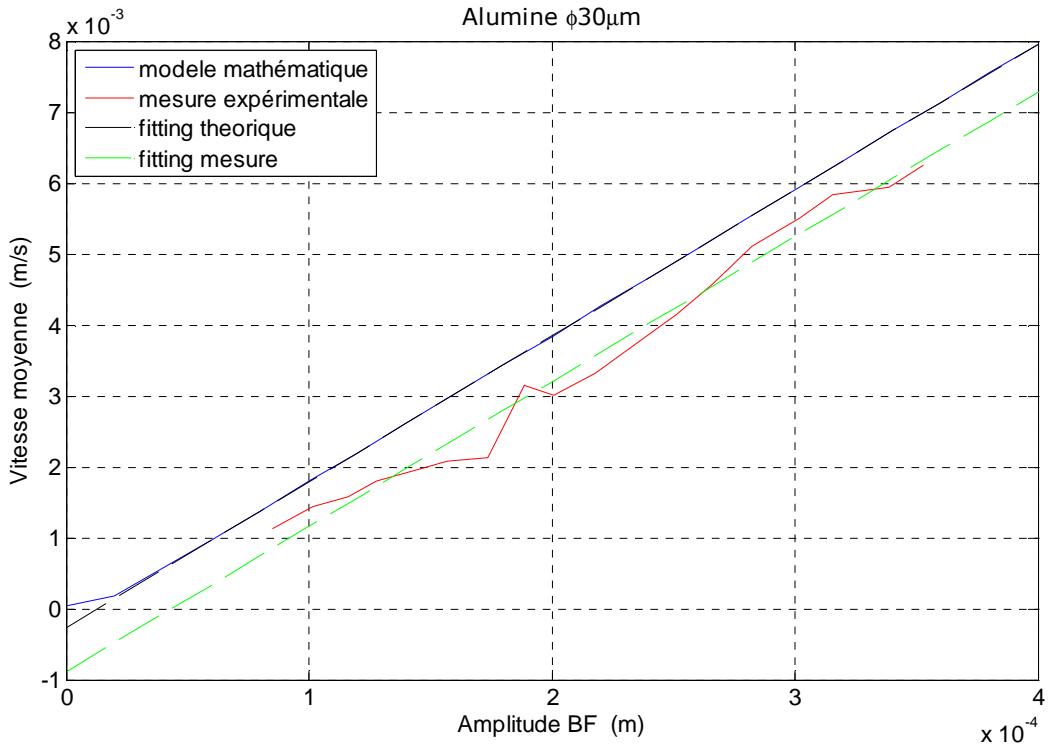


Figure II.36 – Vitesses moyennes mesurée et calculée pour l'alumine  $30\mu\text{m}$

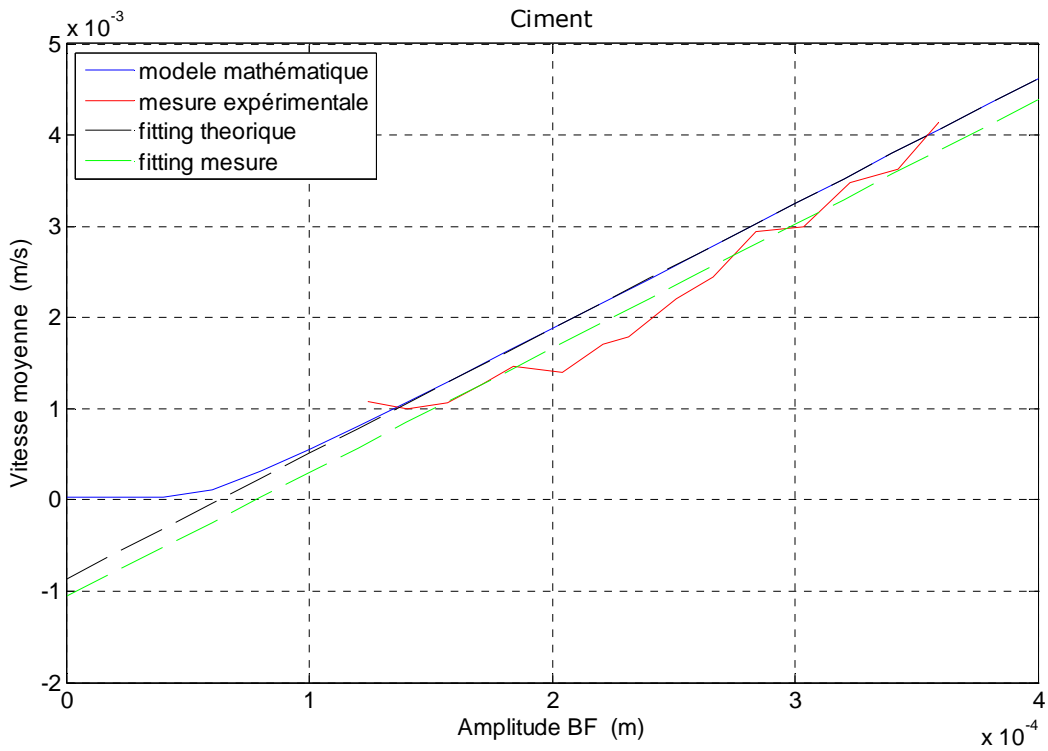


Figure II.37 – Vitesses moyennes mesurée et calculée pour le ciment

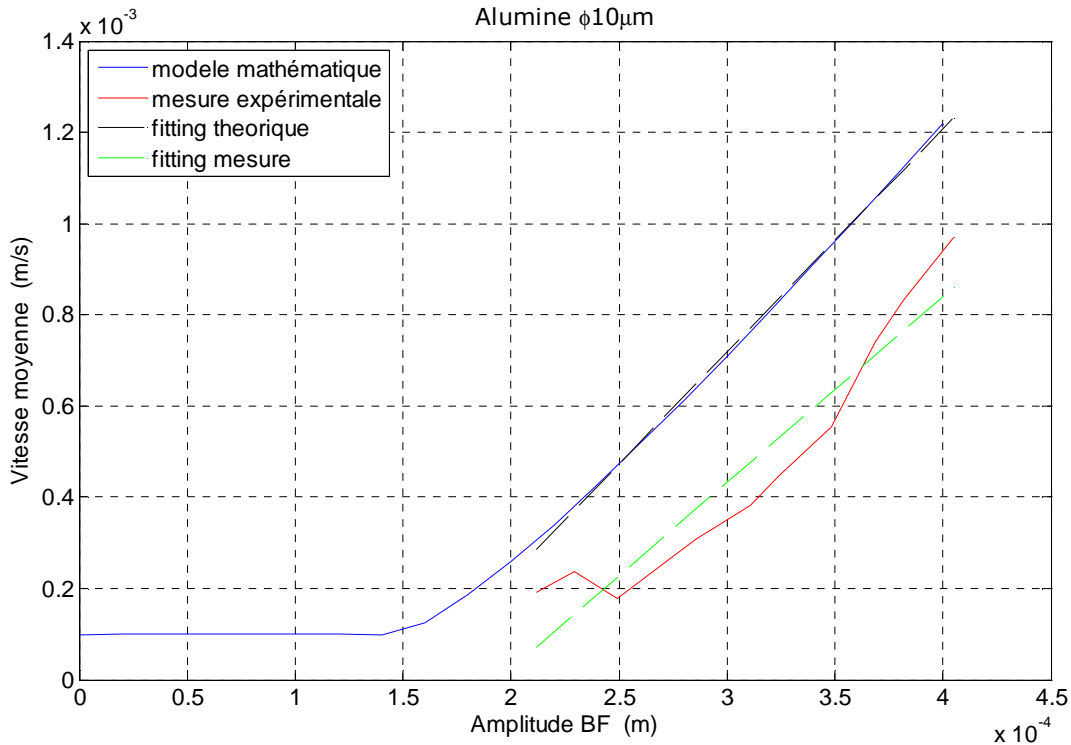


Figure II.38 – Vitesse moyennes mesurée et calculée pour l’alumine 10 $\mu$ m

On constate une divergence accrue entre les résultats du modèle et ceux issus de l’expérience, à mesure que nous travaillons avec des poudres de plus en plus fines. La cohésivité de la poudre, son adhésion avec la surface de la barre ainsi que les forces interparticulaires sont certainement en cause. Sans rentrer dans des considérations tribologiques fines, on peut simplement penser que pour ces poudres très fines, les forces interparticulaires deviennent très importantes.

## II.5. Conclusions

Ce chapitre nous a permis d’analyser, de manières expérimentale et théorique un principe de transport de poudre original, basé sur la dissymétrie des conditions de frottement lors d’un mouvement de translation. Une maquette expérimentale a été conçue et réalisée afin de vérifier le principe de fonctionnement et d’obtenir les caractéristiques de débit selon les conditions de fonctionnement et les différentes poudres utilisées

Parmi les résultats obtenus, on peut insister en particulier sur :

- La forte influence de la nature de la poudre et en particulier de son diamètre sur les performances de transport obtenues ;
- La possibilité de contrôler le transport de la poudre par les vibrations US : ce sont leurs amplitudes qui caractérisent le débit pour une poudre donnée.

La simulation numérique nous a permis de valider de manière théorique les hypothèses faites dans la partie expérimentale.

Cette approche de transport ne satisfait pas cependant le cahier des charges initial demandé car elle ne s'affranchit pas de l'aspect basse fréquence du mouvement, facteur de détérioration des joints dans l'assemblage de tube ou dans les systèmes de fixation.

Par contre cette approche demeure intéressante pour améliorer le transport dans des conduites existantes, pour soulager les joints en diminuant l'amplitude basse fréquence ou pour assurer éventuellement un décolmatage.

Dans les chapitres suivants, nous allons introduire une autre approche afin de s'affranchir complètement de la composante basse fréquence du mouvement.

# **Chapitre III**

## **Onde progressive – éléments théoriques**

### **III.1. Introduction**

La première partie de ce mémoire présente une méthode de transport de poudre qui combine un actionnement basse fréquence et forte amplitude de déplacement avec un actionnement haute fréquence. Mais, conformément au cahier des charges, l'actionnement basse fréquence doit être complètement éliminé afin d'éviter les trop fortes contraintes aux joints de liaison, le bruit et l'usure prématurée. Pour cela, il faut donc créer le transport de poudre en utilisant uniquement des actionneurs haute fréquence qui ont des amplitudes vibratoires de l'ordre de quelques microns.

A cette fin, ce chapitre présente les éléments théoriques d'une méthode basée sur l'exploitation d'une onde progressive pour créer le transport.

Après avoir rappelé les caractéristiques d'une onde progressive dans un milieu infini, nous décrivons la problématique introduite par la création d'une onde progressive dans un milieu fini, une poutre ou un tube essentiellement. Pour ces deux types de structure, une modélisation analytique et une analyse modales sont entreprises, permettant de mener à l'optimisation de la qualité de l'onde obtenue, par action sur les fréquences d'excitation.

## III.2. Propagation d'une onde progressive dans un milieu de dimension infini

### III.2.1. Hypothèses et notations

Considérons une poutre réalisée dans un matériau isotrope et homogène, et dont la longueur est infinie. Supposons que cette poutre, sous l'effet d'une excitation particulière, subit une déformation de type flexion pure, et que donc les sections droites de la poutre avant déformation restent droites et perpendiculaires à la fibre neutre après déformation [Graff 1991].

Si l'on appelle  $x$  l'abscisse d'un point de la poutre appartenant à la fibre neutre, le déplacement de ce point selon l'épaisseur s'écrira dans le cas d'une onde progressive de flexion :

$$w(x, t) = A \cos k(x - vt) \quad \text{III.1}$$

où  $A$  représente l'amplitude de l'onde progressive,  $v$  sa vitesse et  $k$  est appelé nombre d'onde. Ainsi, dans ce cas, la déformation de la fibre neutre est sinusoïdale ; les maxima de la déformation (les ventres) et les nœuds de vibration (où la déformation s'annule) occupent des positions différentes pour chaque instant  $t$ , ce que montre la Figure III.1.

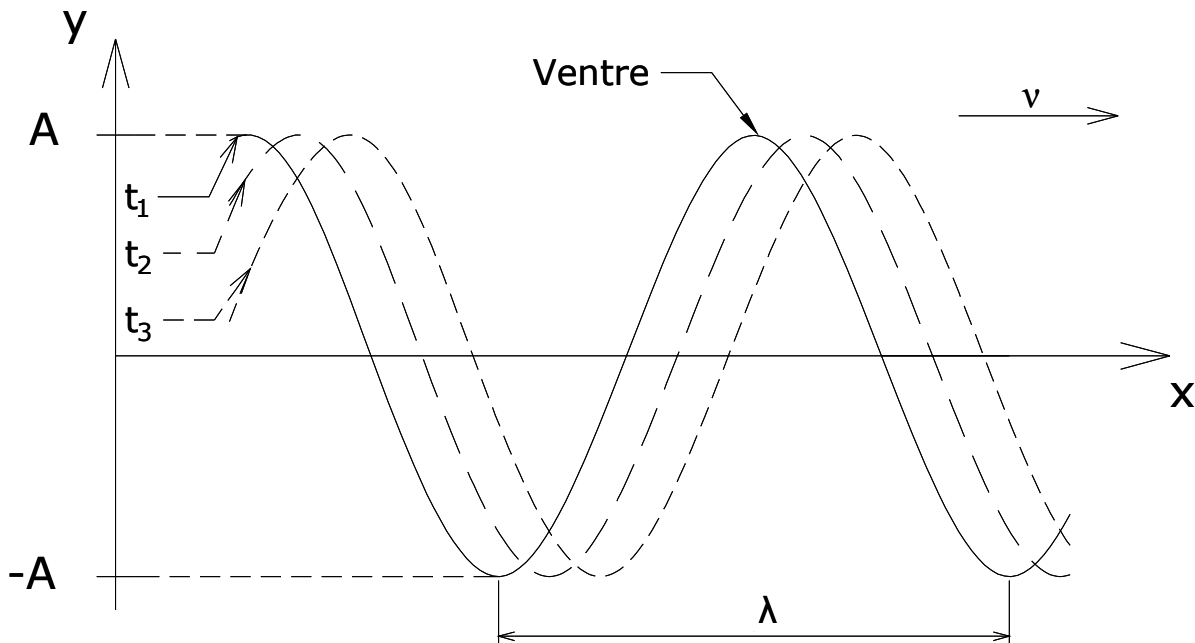


Figure III.1 – Propagation de l'onde progressive

Notons  $\phi$  la phase instantanée de l'onde progressive, définie telle que :

$$\phi = k(x - vt) \quad \text{III.2}$$



On définit alors la longueur d'onde  $\lambda$  comme étant la distance sur la poutre entre deux points successifs avant une déformation maximale, c'est à dire deux points déphasés de  $2\pi$  radians. La longueur d'onde est constante, et (III.2) donne :

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \quad \text{III.3}$$

D'autres grandeurs qui apparaissent souvent dans les équations d'onde acoustique sont la fréquence  $f$  avec  $\omega = 2\pi f$  qui représente la pulsation de l'onde progressive. Les relations entre les diverses grandeurs sont données ci-dessous :

$$\frac{2\pi v}{\lambda} = \omega \quad v = f\lambda \quad \omega = kv \quad \text{III.4}$$

Par ailleurs, les relations trigonométriques permettent de réécrire l'équation (III.1) sous la forme :

$$A \cos k(x - vt) = A \cos(\omega t) \cos(kx) + A \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(kx - \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{III.5}$$

On remarque alors que l'onde progressive peut s'écrire comme la somme de deux déformations, elles aussi sinusoïdales, déphasées spatialement de  $\pi/2$ . Ces déformations sont appelées ondes stationnaires, car les lieux des ventres et des nœuds sont fixes dans le temps, seule l'amplitude de la déformation varie, ce que montre la Figure III.2.

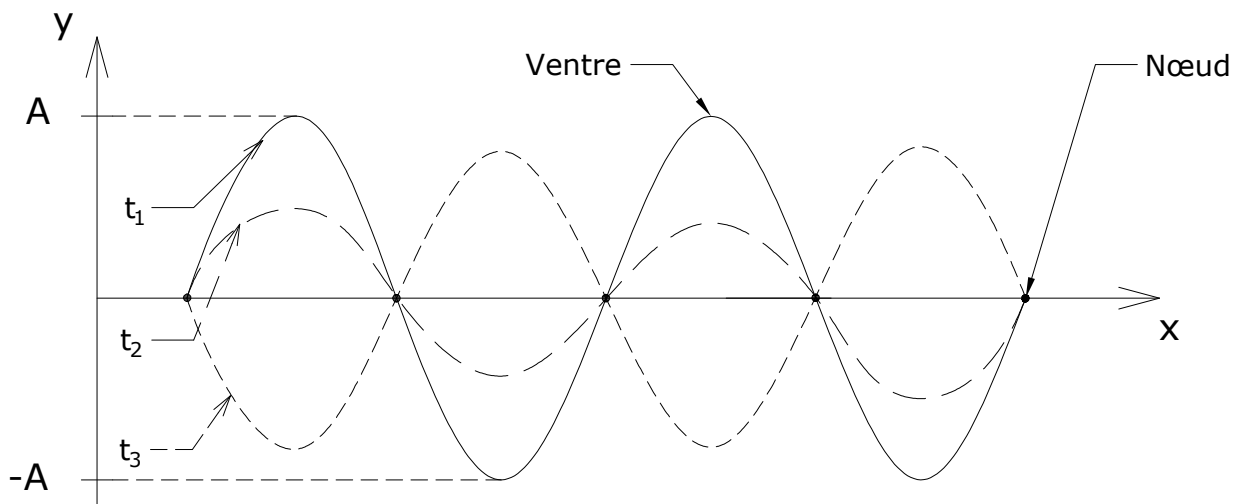


Figure III.2 – Onde stationnaire

Une onde stationnaire lorsqu'elle est seule, s'écrit alors :

$$w_s(x, t) = A \cos(\omega t) \cos(kx) \quad \text{III.6}$$

La décomposition de la relation (III.5) est importante, car c'est la base d'un principe utilisé pour générer une onde progressive dans une poutre de longueur finie [Uchino 1998] par superposition de deux ondes stationnaires, décalées dans le temps et l'espace de  $90^\circ$

### III.2.2. Qualité de l'onde progressive

Même dans un milieu infini, une onde progressive n'est pas obligatoirement parfaite. En effet, les conditions d'excitation de l'onde peuvent être telles que l'amplitude de celle-ci n'est pas constante le long de la poutre, ce que montre la figure 3.3. Pour obtenir un indicateur de la qualité de l'onde, on mesure les écarts d'amplitude le long du milieu de propagation. Le Taux d'Onde Stationnaire (TOS), permet de calculer la « quantité » d'onde stationnaire contenue dans l'onde progressive. Le TOS peut être calculé comme le rapport entre l'amplitude vibratoire maximale ( $A_{max}$ ) et minimale ( $A_{min}$ ) mesurées tout au long du milieu de propagation (équation III.7). Pour mesurer les amplitudes vibratoires on peut soit déplacer un interféromètre laser et pour chaque point de mesure, relever l'amplitude de la déformation soit utiliser un réseau de plusieurs capteurs d'amplitude qui sont positionnés de manière répartie sur une section de la poutre [Bucher 2004] et [Minikes et al. 2005].

$$\text{TOS} = \frac{A_{max}}{A_{min}} \quad \text{III.7}$$

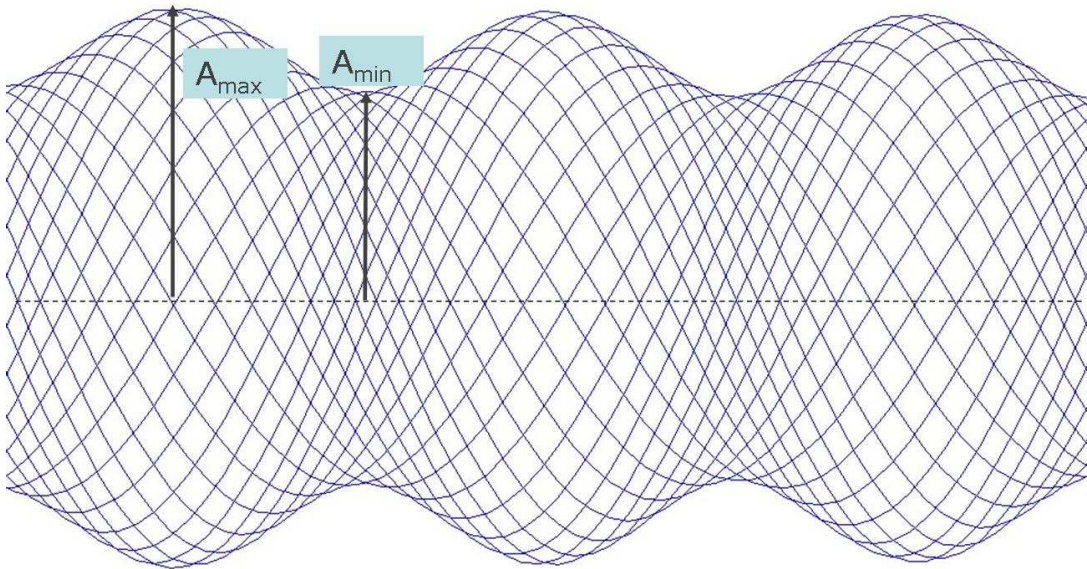


Figure III.3 – Illustration d'une onde progressive imparfaite (TOS différent de 1)

### III.2.3. Vitesse tangentielle idéale de transport

Si l'onde progressive se propage selon une direction privilégiée, avec la vitesse  $v$ , lorsqu'elle est utilisée pour entraîner un objet, ce ne sont ni cette vitesse ni ce sens de déplacement qui sont communiqués à l'objet. Le phénomène est bien connu et exploité par exemple dans les moteurs à onde progressive de type Shinsei [Sashida and Kenjo 1993]. En fait, les mouvements qui sont transmis aux objets à déplacer sont ceux des sommets de l'onde qui sont de nature elliptique (Figure III.4). Pour les poudres, ces sommets d'onde communiquent leur vitesse par adhérence [Mracek and Wallaschek 2005]. La vitesse instantanée de ces sommets de l'onde peut être calculée, si l'on applique le principe de l'onde de flexion.

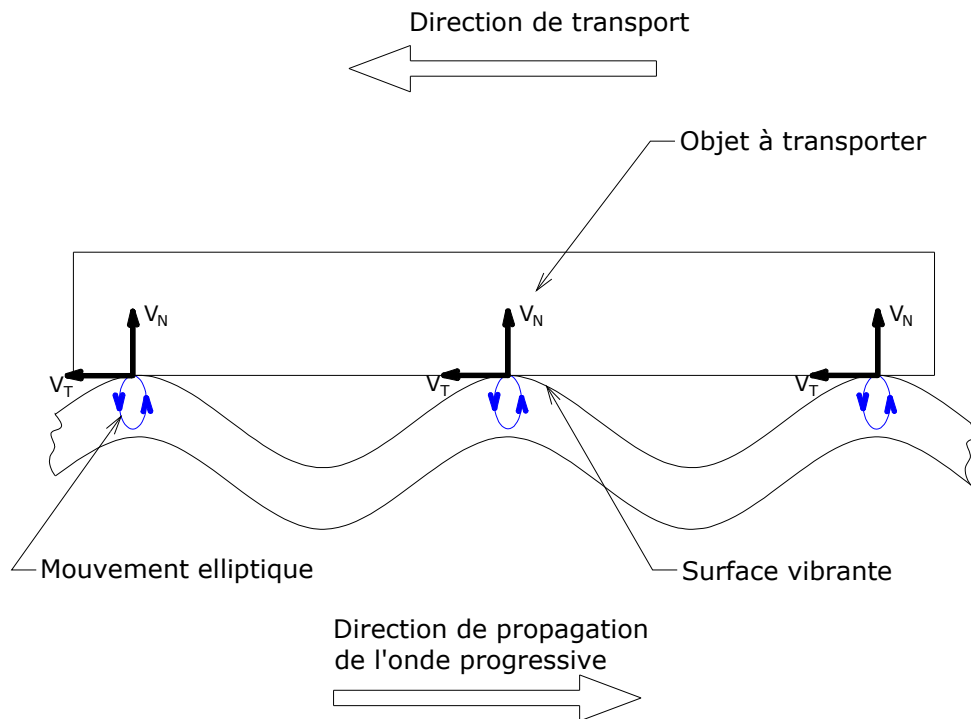


Figure III.4 – Principe d'entraînement des objets par des ellipses locales créées par l'onde progressive

La Figure III.5 montre la flexion de la poutre à un instant donné. Chaque section droite de la poutre se déforme selon deux directions :

- La direction normale, notée  $w(x,t)$  et définie par l'équation (III.1) ;
- La direction tangentielle  $u(x,t)$  [Vloebergh 2010], qui dérive de  $w(x,t)$ , et définie par :

$$u(x,t) = -\frac{h}{2} \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{h}{2} \cdot A \cdot k \cdot \sin k(x - vt) = \frac{\pi Ah}{\lambda} \cdot \sin k(x - vt) \quad \text{III.8}$$

$h$  est l'épaisseur de la surface vibrante.

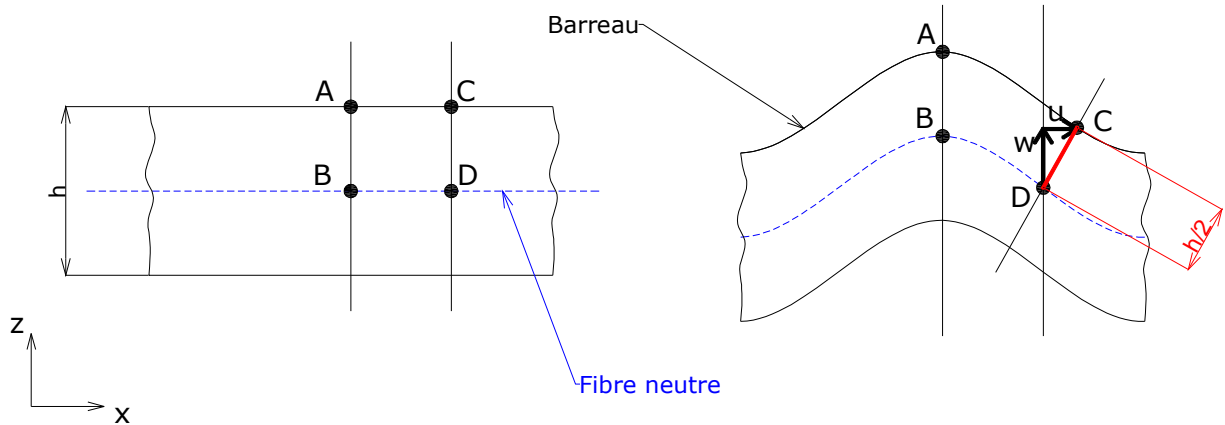


Figure III.5 – La flexion d'une poutre pour un instant donné

Pour une particule située à l'abscisse  $x$  avant déformation, le déplacement engendré par la propagation de l'onde progressive, s'écrit :

$$\begin{aligned} w(x, t) &= A \cdot \cos k(x - vt) \\ u(x, t) &= \frac{\pi Ah}{\lambda} \cdot \sin k(x - vt) \end{aligned} \quad \text{III.9}$$

qui est l'équation paramétrique d'une ellipse de petit axe  $\pi Ah/\lambda$  et de grand axe  $A$ .

La vitesse de chaque point à la surface de la poutre est calculée en dérivant l'expression du déplacement horizontal par rapport au temps. On appelle  $v_T$  la vitesse suivant l'axe tangentiel et on obtient :

$$v_T(x, t) = \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = -\frac{\pi Ah \omega}{\lambda} \cdot \cos k(x - vt) \quad \text{III.10}$$

Dans l'équation de la vitesse tangentielle, on observe que celle-ci est maximale lorsque  $\cos k(x - vt)$  est maximale et donc aux points de l'onde où  $w$  est maximale, car  $w$  aussi est proportionnelle à  $\cos k(x - vt)$ , c'est-à-dire aux sommets de l'onde progressive. Ainsi, aux endroits où la déformation est maximale, l'onde pénètre dans le milieu particulaire, et communique par frottement sa vitesse à la poudre. Le signe négatif observé dans l'équation (III.10) explique pourquoi l'onde progressive se propage dans un sens et l'objet à transporter dans le sens opposé.

De la même façon on peut déterminer la vitesse normale  $v_N(x, t)$  de l'onde progressive dans la poutre, en dérivant l'expression du déplacement vertical  $w(x, t)$  par rapport au temps :

$$v_N(x, t) = \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} = A \omega \cdot \sin k(x - vt) \quad \text{III.11}$$

Le principe idéalisé de transport de poudre consiste donc à dire que la poutre communique sa vitesse à la poudre aux points où l'amplitude vibratoire dans l'axe  $w$  est maximale. Cette hypothèse simplifie à l'extrême le mécanisme de transport, puisqu'il considère de manière implicite la poudre comme un solide, sur lequel s'appliquent des conditions de roulement sans glissement. Mais il s'agit ici de trouver une approche globale au principe, un peu à la manière de ce qui a été proposé dans le cadre des moteurs piézoélectriques rotatifs à onde progressive [Giraud 2002]. En notant que, à chaque instant  $t$ , l'abscisse correspondant à l'amplitude maximale de l'onde (III.1), notée  $x_M$ , est donnée par :

$$x_M = \frac{\omega t}{k} \quad \text{III.12}$$

Et en introduisant (III.12) dans (III.10) et (III.11), on obtient les vitesses tangentielle et normale du point de contact :

$$\begin{aligned} |v_{TM}(x, t)| &= \frac{\pi Ah \omega}{\lambda} \\ v_{NM}(x, t) &= 0 \end{aligned} \quad \text{III.13}$$

Ainsi, l'équation (III.13) explicite les principaux facteurs qui influencent la vitesse de transport de poudre par une onde progressive : on pourra augmenter l'amplitude vibratoire  $A$  mais également la fréquence d'excitation  $\omega$ . Plus la fréquence sera élevée, plus la longueur d'onde  $\lambda$  diminuera. D'un point de vue géométrique, on choisira d'opérer avec des poutres d'épaisseur  $h$  non négligeable.

Prenons un exemple numérique. Une poutre avec une épaisseur  $h=4\text{mm}$  excitée à la fréquence  $f=19700\text{Hz}$ , pour laquelle on obtient une longueur d'onde  $\lambda=45\text{mm}$ , et à une amplitude  $A=1\mu\text{m}$ , nous obtenons une vitesse tangentielle  $v_T=35\text{mm/s}$  et une vitesse normale  $v_N=124\text{mm/s}$ . Ces deux valeurs sont des vitesses maximales théoriques. Maintenant prenons le cas du moteur Shinsei dont le stator propage une onde progressive à  $40\text{kHz}$  entraînant le rotor. Du fait de la géométrie du stator, pour la même amplitude vibratoire  $A=1\mu\text{m}$ , on obtient en ce cas  $v_N \approx v_T = 300\text{mm/s}$  valeur nettement supérieure à celle obtenue pour la poutre.

### III.2.4. Notion de réflexion et d'onde réfléchie

Si l'on considère l'expression (III.6) décrivant une onde stationnaire, on constate qu'elle peut se mettre sous la forme de la somme de deux ondes progressives, de même amplitude, mais de vitesse opposée. En effet :

$$A \cos(\omega t) \cos(kx) = \frac{A}{2} \cos k(x + vt) + \frac{A}{2} \cos k(x - vt) \quad \text{III.14}$$

Ainsi, lorsqu'une onde progressive se propage et rencontre un obstacle, elle se réfléchit, et produit en retour une onde progressive qui se dirige en direction opposée [de Nanteuil 2008]. La combinaison de ces deux ondes progressives qui s'ajoutent, donne naissance à

une onde stationnaire, détériorant la qualité de l'onde progressive incidente, et dégradant le TOS.

Ceci se produit pour des poutres de longueur finie ; les conditions aux limites produisent cet obstacle. Nous verrons dans la suite de ce chapitre, que c'est justement la maîtrise de ces conditions aux limites, ou bien encore la compensation de l'onde réfléchie, qui permet d'obtenir une onde progressive de qualité ou dit autrement, on peut obtenir soit une onde progressive soit une onde stationnaire en changeant uniquement les conditions aux extrémités de la barre [Graff 1991].

### **III.3. Propagation d'une onde progressive dans un milieu de dimension finie**

#### **III.3.1. Problématique**

Comme nous venons de le voir, il est plus difficile d'obtenir une onde progressive dans un milieu fini que dans un milieu infini, car la réflexion de l'onde produit une nouvelle onde se déplaçant en sens inverse, qui se combine avec l'onde incidente pour produire une onde stationnaire.

Il existe toutefois plusieurs méthodes pour créer une onde progressive dans un milieu de longueur finie ; dans la suite, nous nous focalisons sur la génération d'une onde progressive dans un barreau de section cylindrique (tube) ou rectangulaire (poutre).

La première méthode consiste à utiliser deux actionneurs piézo-électriques, qui induisent chacun dans le milieu une onde stationnaire. La superposition de ces deux ondes corroborée avec de bonnes conditions aux limites produiront alors l'onde progressive recherchée. Les paramètres de l'excitation, comme la fréquence et la position des actionneurs seront déterminés dans les paragraphes suivants. Mais pour comprendre ce principe, les notions de mode de résonance d'une poutre se doivent d'être abordées, ce qui sera fait dans la partie suivante.

Dans la deuxième méthode, on cherche à éliminer l'onde réfléchie pour éviter la constitution de l'onde stationnaire. Pour ce faire, un des actionneurs fonctionne en générateur et impose l'onde progressive incidente, tandis que le second actionneur a pour rôle d'absorber et de dissiper l'énergie de l'onde réfléchie dans une résistance

#### **III.3.2. Analyse modale - types de modes d'excitation selon la structure exploitée**

##### **III.3.2.1. Notion de mode de déformation**

Soit un actionneur piézo-électrique qui excite dans une structure de longueur finie, une onde de vibration. Cette onde produit dans le barreau une déformation qui dépend des conditions limites imposées à ses extrémités et des conditions d'excitation (fréquence et amplitude).

La théorie de vibration montre que cette vibration peut s'écrire comme une somme infinie de déformations appelées modes propres ou modes normaux de déformation. A ces modes propres correspondent des fréquences de résonance, pour lesquelles le mode associé est prépondérant.

Dans le cadre de nos travaux, deux types de structures ont été exploités :

- Structure poutre ;
- Structure tubulaire.

Le chapitre suivant décrit les modes propres rencontrés dans ces structures.

### III.3.2.2. Modes propres de déformation des structures poutre et tubulaire

Chaque structure a ses modes propres spécifiques de déformation. Prenons l'exemple de la poutre : on a les modes de flexions, les modes de torsions et les modes de dilatation-compression [Devalan 2012] (Figure III.6).

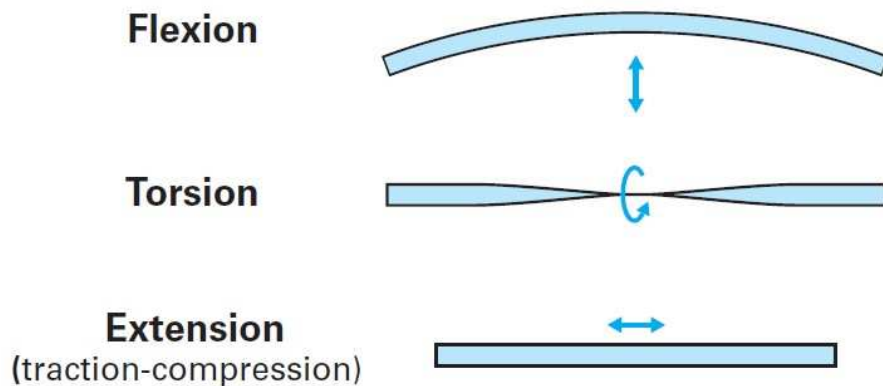


Figure III.6 – Modes de déformation d'une poutre

Pour les tubes on a : les modes de flexions, les modes de dilatation-compression (appelés aussi modes longitudinaux), les modes radiaux (Figure III.7) et les modes circonférentiels (voir le paragraphe III.5 « Modèle analytique de l'onde progressive en longitudinal pour un tube » pour plus de détails) [Amabili 2008].

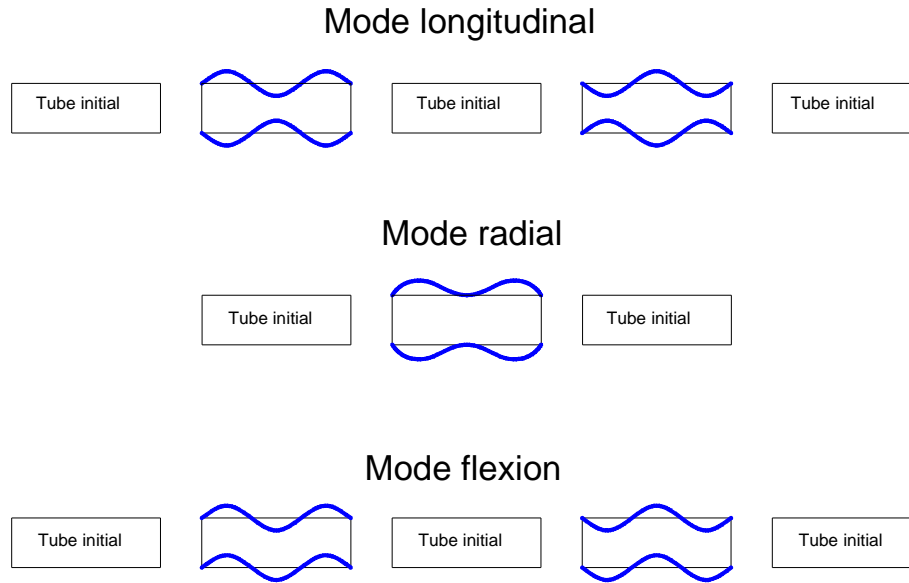


Figure III.7 – Les modes du tube : les modes de dilatation-compression, les modes radiaux et les modes de flexions

Pour les deux structures (poutre ou tube), ces modes de déformation peuvent être obtenus en excitant la structure uniquement dans une seule direction (Figure III.8) :

- Soit dans une direction transversale pour obtenir préférentiellement des modes de flexion pour la poutre ou le tube ;
- Soit dans une direction longitudinale en privilégiant ainsi la dilatation-compression.

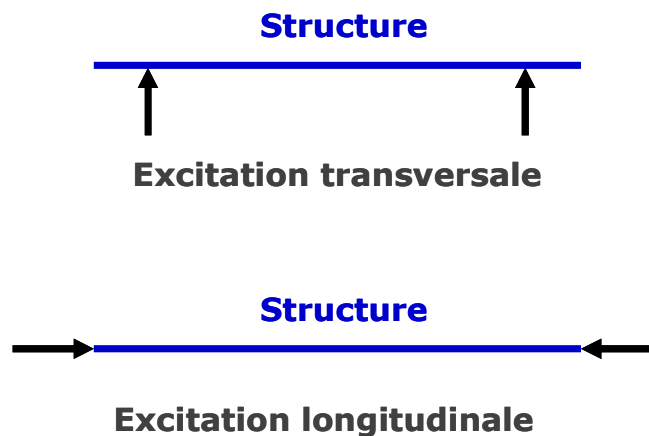


Figure III.8 – Excitation transversale et longitudinale

Pour une poutre, la déformation la plus facile à obtenir est la flexion, par contre sur une structure tubulaire on peut obtenir assez facilement la flexion et la dilatation axiale (mode longitudinal). Ces trois types d'excitation vont être présentés dans les paragraphes suivants.



L'état de l'art scientifique fait apparaître un certain nombre de travaux démontrant la possibilité d'obtenir une onde progressive soit en excitant les modes de flexion d'une poutre [Hashimoto et al. 1998] [Loh and Ro 2000] [Minikes et al. 2005] [Vloebergh 2010], soit en excitant les modes longitudinaux d'un tube [Sun et al. 2010] [Dongming Sun et al. 2009].

### III.3.3. Génération de l'onde progressive par approche modale

Pour faciliter le développement des équations, on a choisi la structure la plus simple qui est la poutre, pour laquelle on considérera uniquement les modes de flexion. Soit une poutre d'Euler-Bernoulli (pour laquelle les phénomènes de cisaillement sont négligés) que l'on excite dans la direction transversale par deux actionneurs situés à une distance  $l$  des extrémités de la poutre (Figure III.9). Les deux forces  $F_1$  et  $F_2$ , ont une fréquence  $\omega$ , une amplitude  $F_0$  et on note  $\varphi$  le déphasage entre  $F_2$  et  $F_1$ .

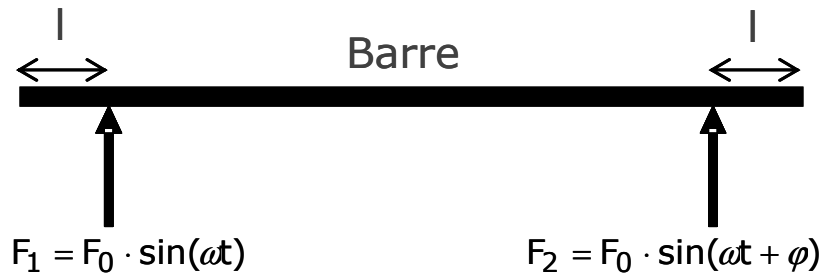


Figure III.9 – Excitation d'une poutre par deux générateurs de force déphasés

Cette méthode d'obtention de l'onde progressive a été suggérée par Loh [Loh and Ro 2000] et ensuite reprise et développée par [Minikes et al. 2005] et [Vloebergh 2010]. On considère ici que la vibration forcée d'une poutre en flexion peut être exprimée en utilisant la décomposition modale, c'est-à-dire par la superposition d'un nombre infini de modes de déformation. La contribution de chaque mode à la déformée globale, à une fréquence donnée, est déterminée par un facteur participatif notée  $a_n$  [Vloebergh 2010] :

$$a_n(x) = \frac{2F_0}{L} \frac{\sin(\beta_n l)}{EI(\beta_n^4 - \beta^4)} \quad \text{III.15}$$

où  $L$  est la longueur de la poutre,  $E$  et  $I$  représentent le module d'élasticité respectivement le moment inertiel. Le facteur  $\beta_n$  donne le mode de déformation et il sera calculé dans le paragraphe suivant. Le terme  $\beta$  est décrit par l'équation suivante :

$$\beta^4 = \frac{\omega^2}{g^2} \quad g^2 = \frac{EI}{\rho S} \quad \text{III.16}$$

Dans ce cas, la superposition des modes de déformation produite par un seul actionneur s'écrit :

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(\beta_n x) \sin(\omega t) \quad \text{III.17}$$

Pour un deuxième actionneur placé de manière symétrique par rapport au milieu de la poutre considérée, les facteurs participatifs pour chaque mode  $a_n$  se trouvent ainsi :

- égaux pour les  $n$  pairs ;
- opposés pour les  $n$  impairs.

Ainsi, la vibration totale parcourant le barreau pour deux actionneurs produisant une excitation déphasée de  $\varphi = \pi/2$  peut s'écrire comme la somme des contributions associées à chaque actionneur par :

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(\beta_n x) \sin(\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n \sin(\beta_n x) \cos(\omega t) \quad \text{III.18}$$

La figure suivante illustre la participation de chaque mode de déformation à la création de l'onde progressive. On observe que plus on se rapproche de la fréquence  $\omega_n$  correspondante à un mode propre, plus sa contribution à l'amplitude de vibration est prédominante. Inversement, si la fréquence d'excitation se trouve entre deux modes propres successifs, la vibration sera influencée en partie par chaque mode, même si aucun ne prédomine dans la déformation.

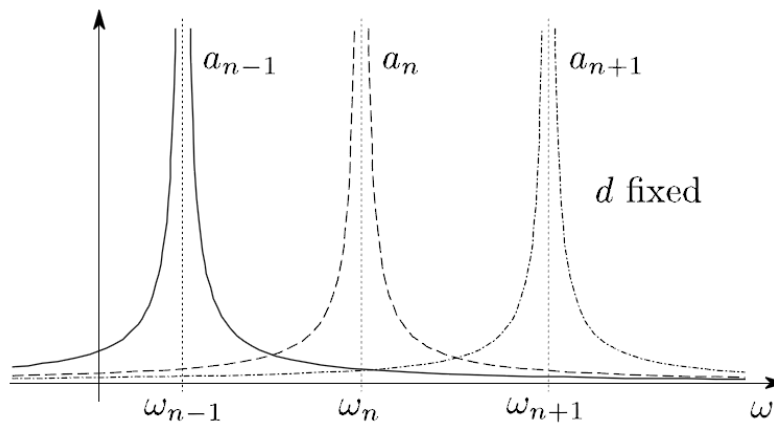


Figure III.10 – Evolution de la participation de chaque mode propre en fonction de la fréquence d'excitation [Vloebergh 2010]

En partant de cette observation, et du fait qu'une onde progressive peut se décomposer en la somme de deux ondes stationnaires d'après l'équation (III.5) [Minikes et al. 2005] et [Vloebergh 2010] ont montré que si chaque mode se trouve excité de façon similaire (fréquence d'excitation égale à la fréquence moyenne de deux modes consécutifs) alors, on peut créer une onde progressive dans la barre.

Mais, comme le montre Vloebergh dans sa thèse [Vloebergh 2010], par la recombinaison de deux modes propres, on ne crée pas une onde progressive parfaite, qui serait caractérisée par un TOS=1. Cependant, il est possible d'optimiser la position

d'excitation  $I$  et la fréquence  $\omega$ , afin de diminuer la part d'onde stationnaire dans l'onde progressive.

Une des conditions pour obtenir une participation égale des deux modes consécutifs, est d'exciter le système exciteur-poutre-exciteur à une fréquence qui se trouve au milieu de l'intervalle entre deux modes propres.

### III.3.4. Préservation de l'onde progressive par l'absorption de l'onde incidente

Soit un actionneur piézo-électrique qui excite dans une poutre de longueur finie, une onde de vibration. Cette onde se propage dans la poutre jusqu'à ce qu'elle arrive à l'extrémité de cette dernière. Pour éviter la formation d'une onde réfléchi dans la poutre, on peut ajouter un deuxième transducteur piézo-électrique, à son extrémité, pour absorber la vibration produite par le premier actionneur. L'énergie de vibration sera ainsi absorbée et dissipée, sous forme de chaleur, sur un circuit électrique simple réalisé avec une inductance et une résistance en parallèle (Figure III.11) [Hashimoto et al. 1998] et [Kuribayashi et al. 1985].

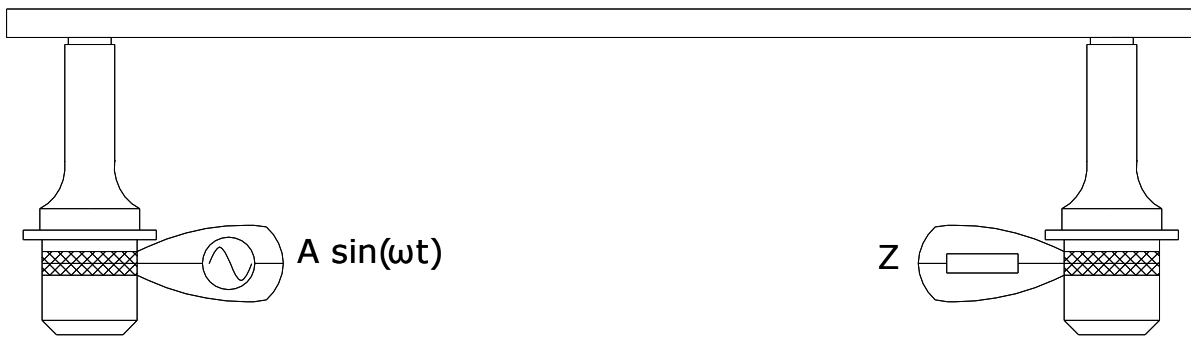


Figure III.11 – Adaptation de l'impédance

Ce système est alimenté avec une tension sinusoïdale à la fréquence de résonance du système actionneurs piézo-électriques/barreau. Ce montage permet le changement de la direction de transport en inversant le rôle des deux moteurs.

Le désavantage de ce type d'installation est qu'il est nécessaire d'avoir une adaptation d'impédance mécanique entre la poutre et le transducteur récepteur. Pour cela on doit calculer l'impédance de la poutre qui est donnée par la formule :

$$Z_0 = \frac{Edh^3k^3}{24\pi f} \quad \text{III.19}$$

Où  $E$  – le module de Young ( $\text{N/m}^2$ ) ;  
 $d$  et  $h$  – la largeur et la hauteur de la section transversale de la poutre (m) ;  
 $k$  – le nombre d'onde ( $1/\text{m}$ ) ;  
 $f$  – la fréquence de vibration (Hz).

Connaissant l'impédance de la poutre et les paramètres internes du transducteur, on peut déterminer l'impédance  $Z$  que l'on doit connecter aux bornes de l'actionneur pour qu'il soit adapté par rapport à la poutre. L'impédance est donnée par l'équation suivante :

$$Z = \frac{A^2}{n^2} \frac{1}{Y_d + Y_L} \quad \text{III.20}$$

Où  $A$  – le facteur de force ;

$n$  – le facteur d'amplification de vibration du pavillon du transducteur ;

$Y_d$  – l'admittance bloquée du transducteur -  $Y_d = j\omega C_d$  ou  $C_d$  est la capacité du transducteur ;

$Y_L$  – l'admittance de la charge qui est composée d'une résistance et une inductance montées en parallèle.

Pour que l'onde réfléchi soit complètement éliminée, l'impédance  $Z$  du couple transducteur-charge, doit être égale à l'impédance  $Z_0$  de la poutre. Cela se fait en deux temps: d'abord en adaptant l'inductance connectée en parallèle du transducteur pour qu'elle compense la capacité bloquée du transducteur. Puis en rajoutant en parallèle une résistance de valeur  $Z_0$  qui absorbera l'onde [Sashida and Kenjo 1993].

En regardant l'équation (III.19), on observe que l'impédance  $Z_0$  de la poutre dépend de la fréquence d'excitation du moteur et des paramètres structurels de la poutre. Par ailleurs, l'impédance  $Z$  à rajouter dépend quant à elle de la capacité bloquée du transducteur. Or, ces valeurs peuvent varier sous l'effet des conditions expérimentales et principalement de la température ambiante ou des conditions d'essai. La valeur d'impédance doit donc s'adapter à ces conditions, ce qui n'est pas très pratique ; ainsi, le système n'est donc pas très robuste car le circuit électrique doit être réadapté en cours de fonctionnement. Par ailleurs, ce système, souffre d'un rendement faible, puisque une grande partie de l'énergie injectée est dissipée sous forme de chaleur.

Dans ce qui suit, nous développons les modèles analytiques associées à l'établissement d'une onde progressive dans une poutre et dans un tube.

Ces deux modèles analytiques reposent sur la résolution de l'équation générale de propagation d'une onde acoustique en utilisant les fonctions de Green.

### **III.4. Modèle analytique de l'onde progressive dans une poutre excitée en flexion**

Comme on l'a vu dans le chapitre introductif, la majorité des références bibliographiques traitent de la création d'une onde progressive dans une structure de type poutre de longueur finie, et non tube, du fait de la facilité d'exciter des ondes de flexion dans une telle structure. C'est pour cela que le premier modèle analytique qui décrit la création de l'onde progressive sera développé pour une poutre. Il s'agit là d'une étape intermédiaire dans le cadre du projet de transport de poudre par vibrations ultrasonores, pour lequel l'utilisation d'une structure tubulaire sera plus adaptée mais dans le même

temps, plus complexe à cause de la multitude de modes de déformation présents dans un tube.

### III.4.1. Calcul analytique des fréquences de résonance en flexion

On considère une poutre de section rectangulaire dont l'aire est notée  $S$  et de longueur  $L$ . La poutre a une masse volumique  $\rho$ , un module élastique  $E$  et un moment d'inertie  $I$ .

Tout d'abord, on va déterminer les modes propres de déformation d'une poutre de longueur finie. Pour cela nous partons de l'équation générale de propagation d'une onde acoustique sur une direction transversale dans une poutre [Graff 1991] :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{1}{g^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad \text{III.21}$$

avec

$$g^2 = \frac{EI}{\rho S} \quad \text{III.22}$$

et  $w$  représente le déplacement transversal de la poutre.

Pour pouvoir déterminer les modes propres, le principe de séparation des variables est utilisé en posant :

$$w(x, t) = Y(x)T(t) \quad \text{III.23}$$

La substitution de l'équation (III.23) dans l'équation (III.21), donne la solution suivante :

$$T(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t) \quad \text{III.24}$$

$$Y(x) = D_1(\cos(\beta x) + \cosh(\beta x)) + D_2(\cos(\beta x) - \cosh(\beta x)) + D_3(\sin(\beta x) + \sinh(\beta x)) + D_4(\sin(\beta x) - \sinh(\beta x)) \quad \text{III.25}$$

avec

$$\beta^4 = \frac{\omega^2}{g^2} \quad \text{III.26}$$

Dans notre cas, la poutre est libre aux deux extrémités, les conditions aux limites (en  $x=0$  et en  $x=L$ ) étant décrites par les équations suivantes :

$$\frac{d^2Y(0)}{dx^2} = \frac{d^3Y(0)}{dx^3} = 0$$

III.27

$$\frac{d^2Y(L)}{dx^2} = \frac{d^3Y(L)}{dx^3} = 0$$

Appliquées à l'équation (III.25), les conditions à  $x=0$  imposent que  $D_2=D_4=0$  et les conditions à  $x=L$  donnent l'équation transcendante :

$$\cos(\beta L) \cosh(\beta L) = 1$$

III.28

Qui se résout uniquement de façon numérique. Les premières racines de l'équation (III.28) sont :

$$\beta_0L = 0 \quad \beta_1L = 4.73 \quad \beta_2L = 7.85$$

III.29

$$\beta_3L = 10.99 \quad \beta_4L = 14.13 \quad \beta_5L = 17.28$$

En utilisant ces valeurs on peut déterminer les fréquences propres d'une poutre libre-libre avec la formule suivante :

$$f_n = \frac{(\beta_n L)^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho S}}$$

III.30

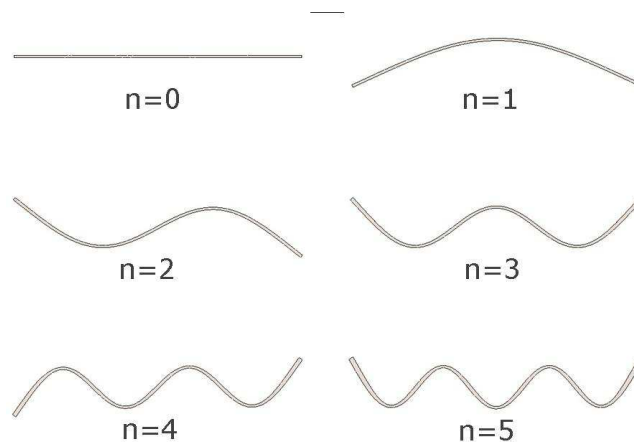


Figure III.12 – Les premiers modes de déformation de la poutre

La Figure III.12 montre les premières déformations modales de la poutre correspondantes à l'équation (III.29).

Ce calcul montre que la solution de propagation d'une onde dans un milieu fini possède des solutions pour des valeurs particulières de fréquence. Ces fréquences sont appelées fréquences de résonance, et des allures particulières de déformation qui apparaissent pour ces fréquences sont appelées « modes propres » de la poutre. Ce calcul est important,

puisque nous avons vu que la fréquence de travail pour une onde progressive doit se situer au milieu de deux modes.

Dans ce chapitre, nous ne donnons pas les équations de déformation de ces modes propres. Nous nous intéressons en effet à l'allure de la déformée obtenue pour cette condition de fréquence, ce qui implique la propagation de plusieurs modes propres simultanément.

### III.4.2. Modèle analytique de la déformée dans le cas d'une onde progressive

Dans ce chapitre, nous reprenons l'équation (III.21), pour laquelle nous introduisons les coefficients d'amortissement, ainsi que le chargement mécanique produit par les excitateurs [Abu-Hilal 2003]

$$E \cdot I \cdot w'''' + \mu \cdot \ddot{w} + r_a \cdot \dot{w} + r_i \cdot w'''' = p(x, t) \quad \text{III.31}$$

Où  $\mu$  – la masse linéique de la poutre

$r_a$  – e coefficient d'amortissement externe

$r_i$  – le coefficient d'amortissement interne

$p(x, t)$  – la charge linéique de la poutre dans le point  $x$  et le moment  $t$ .

où  $w'$  représente la différentielle de  $w$  en fonction de la position  $x$ , et  $\dot{w}$  la différentielle en fonction du temps  $t$ .

On suppose une force ponctuelle positionnée à l'abscisse  $\xi$ , c'est-à-dire que l'on note  $p(x, t) = F_0 \delta(\xi)$  où  $\delta(\xi)$  représente l'impulsion de Dirac.

Dans ces conditions, la résolution de (3.30) est donnée par [Abu-Hilal 2003] :

$$w(x, t) = F_0 \cdot C \cdot [g_{23}(\xi) \cdot \Phi_2(x) + g_{24}(\xi) \cdot \Phi_1(x)] \cdot e^{i\omega t} \quad \text{III.32}$$

Ici, nous utilisons la notation complexe, mais notons :

- que les grandeurs mesurables sont les valeurs réelles des nombres complexes ;
- que  $g$  et  $\Phi$  sont des fonctions de  $\Re$  vers  $\Re$ .

Comme précédemment détaillé dans le paragraphe III.3.3 « Génération de l'onde progressive par approche modale », pour créer une onde progressive dans une poutre deux actionneurs piézo-électriques sont placés à une certaine distance par rapport aux extrémités de la poutre, qui seront alimentés avec la même tension mais avec un déphasage temporel de 90°. L'équation (III.32) donne alors la déformation totale de la poutre créée par les deux forces :

$$w_t(x, t) = w_1(x, t) + w_2(x, t) = F_0 \cdot C_1 \cdot e^{i\omega t} + F_0 \cdot C_2 \cdot e^{i\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)} \quad \text{III.33}$$

avec

$$C_1 = C \cdot [g_{23}(\xi) \cdot \Phi_2(x) + g_{24}(\xi) \cdot \Phi_1(x)]$$

III.34

$$C_2 = C \cdot [g_{23}(L - \xi) \cdot \Phi_2(x) + g_{24}(L - \xi) \cdot \Phi_1(x)]$$

Le développement complet du modèle est présenté dans l'annexe Annexe C « Modèle mathématique de l'onde progressive en flexion ».

Comme on peut observer dans l'équation (III.34), pour pouvoir calculer la déformation de la poutre produite par les deux moteurs, on doit imposer la distance  $\xi$  et la pulsation  $\omega$ . Afin de créer une onde progressive homogène et uniforme sur toute la longueur de la poutre, la position et la fréquence d'excitation des transducteurs doivent avoir des valeurs très précises. Concernant le choix de la fréquence d'excitation, comme précisé dans la partie introductive, elle doit se trouver entre deux fréquences de résonance de la poutre, afin de créer une onde progressive par la combinaison de leur mode propre ; cette fréquence est calculable grâce à (III.30).

En ce qui concerne la position des transducteurs, elle a été déterminée en utilisant une formule de calcul proposée par Kuribayashi [Kuribayashi et al. 1985] :

$$l = n \cdot \frac{\lambda}{2} + \frac{7}{8} \cdot \lambda$$

III.35

Où  $l$  – la position du transducteur ;

$\lambda$  – la longueur d'onde correspondante à la fréquence d'alimentation ;

$n$  – nombre entier.

Il s'agit de positionner les transducteur à environ  $\frac{3}{4}$  de longueur d'onde du bord de la poutre. Cependant [Minikes et al. 2005] montre que d'autres positions sont possibles, à condition d'adapter les conditions d'excitation des transducteurs.

### III.4.3. Applications du modèle analytique

Le modèle analytique ainsi développé, a été implémenté sous Matlab et a pu être simulé. Cette modélisation nous a permis de vérifier l'obtention d'une onde progressive dans une poutre et de l'optimiser. Pour cela nous avons réalisé plusieurs calculs :

- Calcul du spectre fréquentiel de la poutre et comparaison avec les modes propres de la poutre, prédéterminés par l'équation (III.30) ;
- Calcul de la déformée de la poutre obtenue par l'addition des deux déformations produites par les deux transducteurs ;
- Optimisation de l'onde progressive en fonction du taux d'onde stationnaire TOS.

#### III.4.3.1. Analyse des résultats du modèle

Le premier calcul a été fait pour déterminer les modes propres de déformation d'une poutre, les résultats obtenus étant ensuite comparés avec les modes propres de la poutre calculés avec la formule (III.30). Cette comparaison a été réalisée pour vérifier que le modèle analytique donne de bons résultats. La poutre utilisée pour ce calcul est une poutre



en acier de section 12×4mm et de longueur 485mm. La comparaison est présentée dans la Figure III.13. Cette figure montre bien un comportement résonant, car l'amplitude vibratoire atteint des valeurs bien plus grandes à des fréquences particulières, qu'autour de ces fréquences. Par ailleurs, en notant sur ce graphique et par des traits verticaux les valeurs calculées par (III.30), nous constatons une bonne correspondance du modèle analytique de [Abu-Hilal 2003] que nous avons implanté, avec les valeurs analytiques de [Graff 1991].

Le spectre est calculé pour amortissement nul à un point de mesure qui se trouve au centre de la poutre.

Ce modèle a également été utilisé pour analyser l'influence de certains paramètres comme :

- La fréquence d'excitation du système transducteurs – poutre ;
- Le déphasage entre les deux tensions d'alimentation des transducteurs ;
- La position des transducteurs ;
- La longueur totale de la poutre ;
- L'amortissement du matériau.

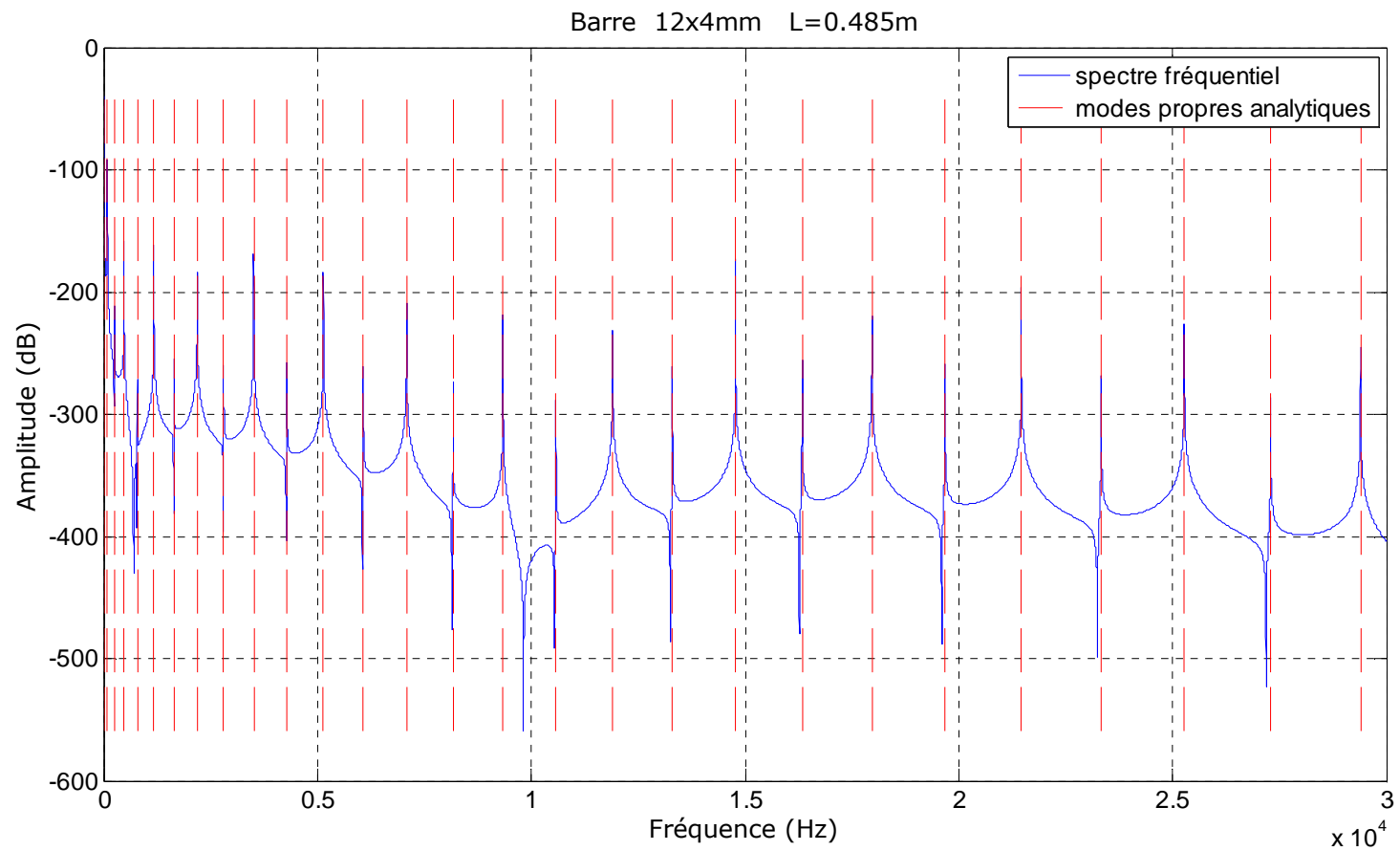


Figure III.13 – Spectre fréquentiel de la poutre en acier 12×4×485mm : en bleu, résultats du modèle analytique ; en rouge, fréquences de résonance obtenues par analyse modale

Pour la Figure III.14, les conditions supposées optimales sont imposées, avec un amortissement nul, et nous traçons la déformée de la poutre en fonction de  $x$ , sur la partie centrale de celle-ci, à différents instants. On observe qu'entre chaque instant, la déformée est décalée en position, ce qui démontre la présence d'une onde progressive dans la poutre.

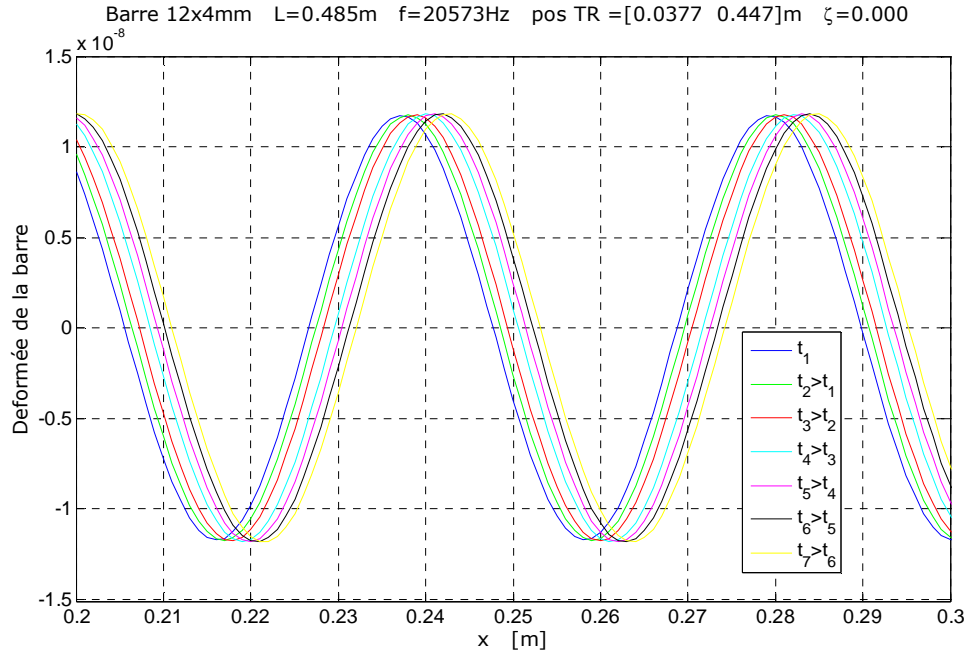


Figure III.14 – Déformée de la poutre sur la partie centrale, pour deux forces déphasées de  $90^\circ$  et pour la fréquence médiane entre deux modes

D'autres tests viennent éprouver la validité du modèle. Par exemple en mettant le déphasage nul entre les deux forces  $F_1$  et  $F_2$ , on va obtenir une succession de déformées qui gardent la même position, mais qui changent d'amplitude, autrement dit une onde stationnaire (figure non reportée).

La Figure III.15 présente la déformée de la poutre en fonction du temps  $t$  et de la position  $x$ . Comme on peut l'observer, dans la partie centrale de la poutre, on a une succession uniforme de bandeaux inclinés bleu, vert et rouge. L'inclinaison de ces bandeaux est garant de l'existence d'une onde progressive et leur uniformité donne un aperçu de la qualité de cette onde. Les couleurs rouge et bleu représentent les ventres positifs et négatifs de la déformation, par rapport à la fibre neutre de la poutre. On peut observer qu'aux extrémités de la poutre les conditions aux limites présentées dans l'équation (III.27) sont respectées. On observe aussi, toujours aux extrémités, que la déformée  $w$  subit une onde stationnaire parce que la déformation de la poutre est représentée par une succession de zones bleues, vertes et rouges qui sont en fait les nœuds et les ventres d'une onde stationnaire. Par contre, entre les deux transducteurs, on obtient une onde progressive qui a l'amplitude vibratoire constante. Les deux traits verticaux noir représentent les positions des transducteurs.

Ces calculs ont été faits en considérant une poutre idéale qui n'amortit pas la vibration. En réalité, les matériaux parfaits n'existent pas, et les figures suivantes introduisent une valeur plus importante de l'amortissement.

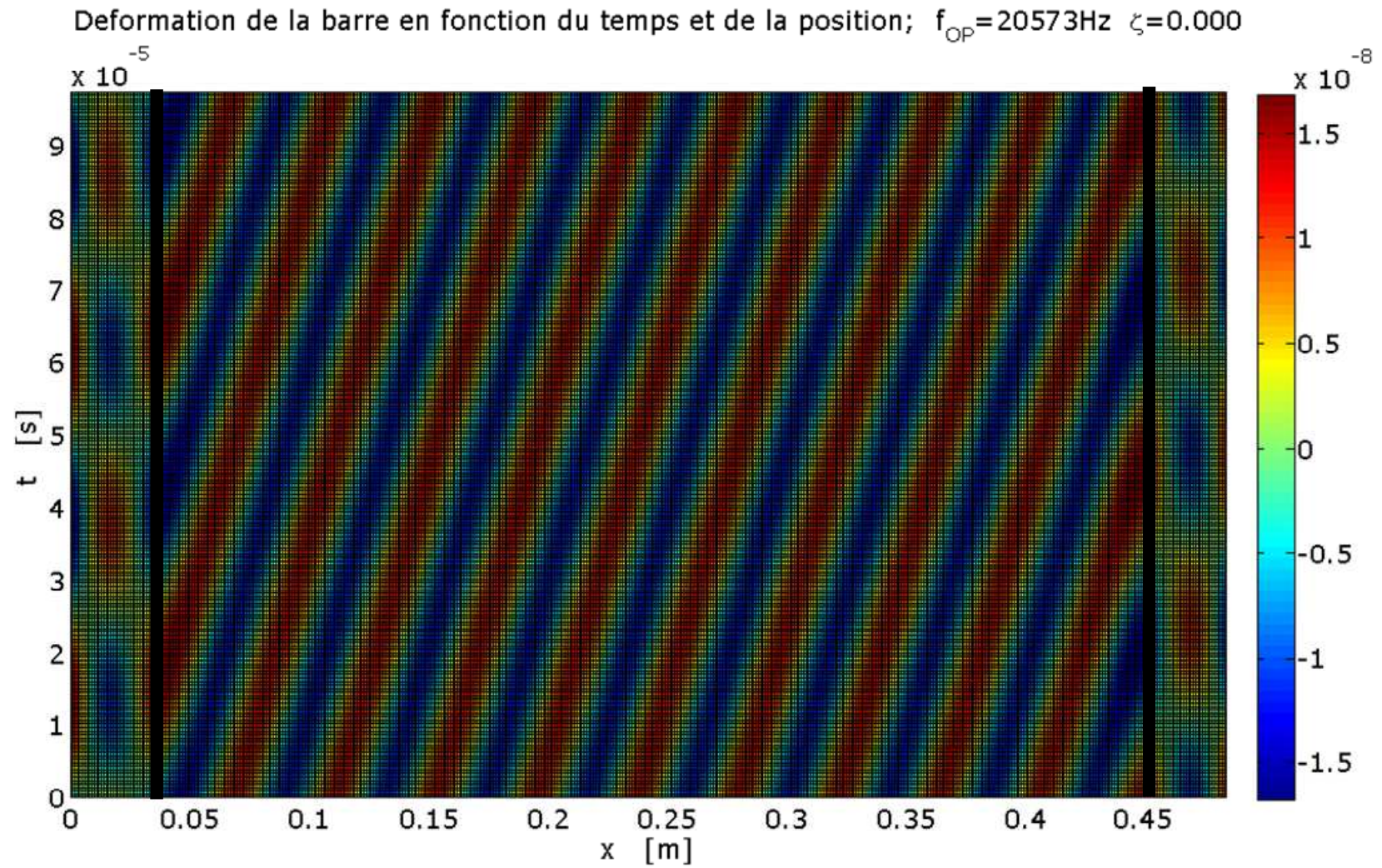


Figure III.15 – Déformée de la poutre en fonction du temps  $t$  et de la position  $x$ , pour un amortissement nul

Dans la suite, nous introduisons donc un facteur d'amortissement [Abu-Hilal 2003] calculé par la formule suivante :

$$r_a = 2 \zeta \mu \omega \quad \text{III.36}$$

Où  $r_a$  – coefficient d'amortissement externe ;  
 $\zeta$  – le taux d'amortissement ;  
 $\mu$  – la masse linéique de la poutre ;  
 $\omega$  – la pulsation correspondante à la fréquence d'excitation.

Enfin, nous n'envisageons ici que des amortissements externes, et l'amortissement interne  $r_i$  sera posé à 0 (voir III.31). La Figure III.16 reprend les conditions de la Figure III.14, mais en rajoutant cet amortissement  $\zeta=0.003$ . Dans la Figure III.17 on présente la même déformée, mais cette fois sur toute la longueur de la poutre.

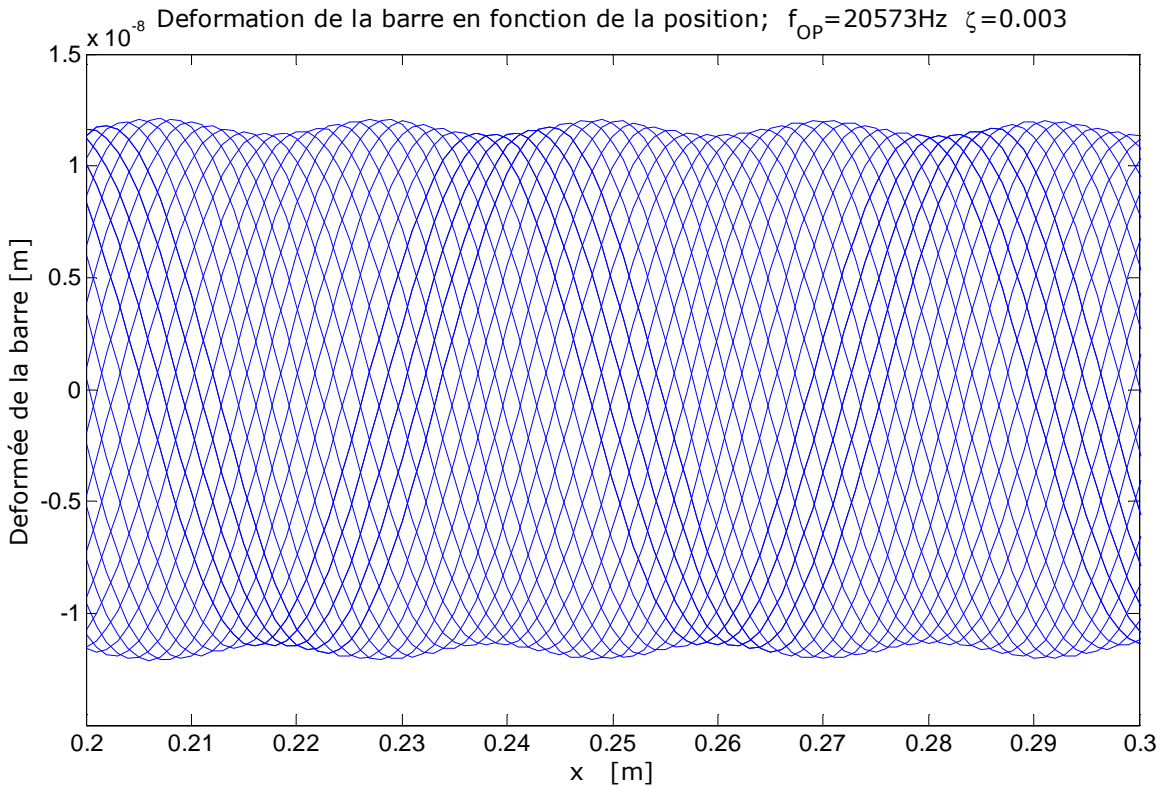


Figure III.16 – Déformée de la poutre dans sa partie centrale, en utilisant un taux d'amortissement  $\zeta=0.003$

Ainsi, bien que nous imposons les conditions d'excitations optimales au sens des relations (III.30) et (III.35), l'onde progressive obtenue montre un TOS non égal à 1 lorsque l'amortissement de la poutre n'est pas nul. C'est pourquoi, dans la suite de cette partie, nous tentons de trouver la nouvelle condition d'optimalité, dans le cas où  $\zeta=0.003$ .



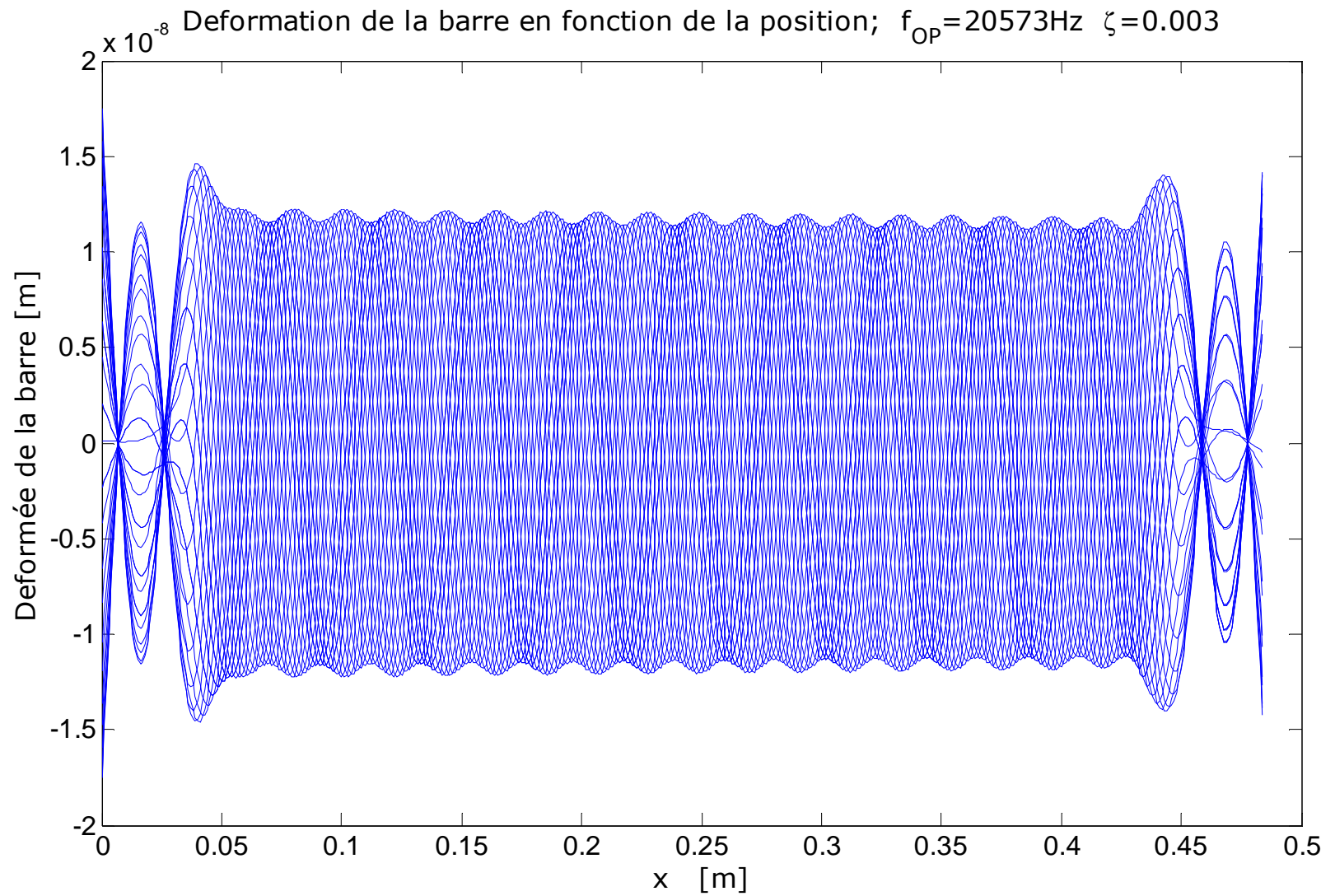


Figure III.17 – Déformée de la poutre sur toute la longueur de la barre avec un taux d'amortissement de 0.003

### III.4.3.2. Optimisation du TOS

Nous nous intéressons maintenant à l'optimisation de cette onde progressive, c'est à dire, à la recherche des valeurs de l'excitation (fréquence, amplitude et phase des forces produites par les excitateurs) qui donne une onde progressive la meilleure possible d'un point vue du maintien de l'amplitude constante sur toute la longueur de la poutre. Pour cela on a réalisé une optimisation de l'onde progressive en fonction du taux d'onde stationnaire (TOS).

Le TOS a été calculé à partir de l'amplitude vibratoire de la poutre, déterminée avec l'équation (III.32), qui a été réécrite pour séparer la partie réelle et la partie imaginaire. En traçant la courbe  $\Im(W_t) = f(\Re(W_t))$  on obtient une ellipse [Bucher 2004]. L'excentricité de l'ellipse représente le TOS. Plus la courbe devient un cercle plus le TOS tend vers 1 et plus l'onde progressive est meilleure. Pour déterminer l'excentricité de l'ellipse nous avons utilisé la fonction Matlab nommée « *fitellipse* » [Brown 2007]. Cette fonction donne les paramètres de l'ellipse qui sont les coordonnées du centre et les semi-axes  $x$  et  $y$ . Pour trouver les paramètres de l'ellipse, la fonction « *fitellipse* » a besoin d'au moins six points de mesure de l'amplitude vibratoire (les six petits cercles bleus de la Figure III.18).

La Figure III.18, présente  $\Im(W_t) = f(\Re(W_t))$  (en vert) et le résultat obtenu de l'ellipse passant au mieux des points (en rouge) pour les conditions suivantes d'excitation : un déphasage de  $\varphi = \pi/2$  entre les deux forces, une fréquence  $f$  d'excitation éloignée de la fréquence médiane et sans introduire d'amortissement. Dans ce cas le TOS a la valeur de 1.8718.

En Figure III.19, on montre la même courbe présentée dans la Figure III.18, mais cette fois en introduisant un amortissement. On observe une fluctuation de l'amplitude de déformation donnée par l'épaississement de la courbe verte. Cette même fluctuation d'amplitude, est observée aussi dans la Figure III.17. Dans ce cas le TOS à une valeur de 1.8727 qui est un petit peu plus grande que dans le cas sans amortissement.

Concernant les figures Figure III.18 et Figure III.19, une remarque importante doit être faite : pour illustrer la forme ellipsoïdale de la courbe  $\Im(W_t) = f(\Re(W_t))$ , nous avons réalisé les calculs à une fréquence éloignée de la fréquence médiane entre les deux modes de résonance successifs.

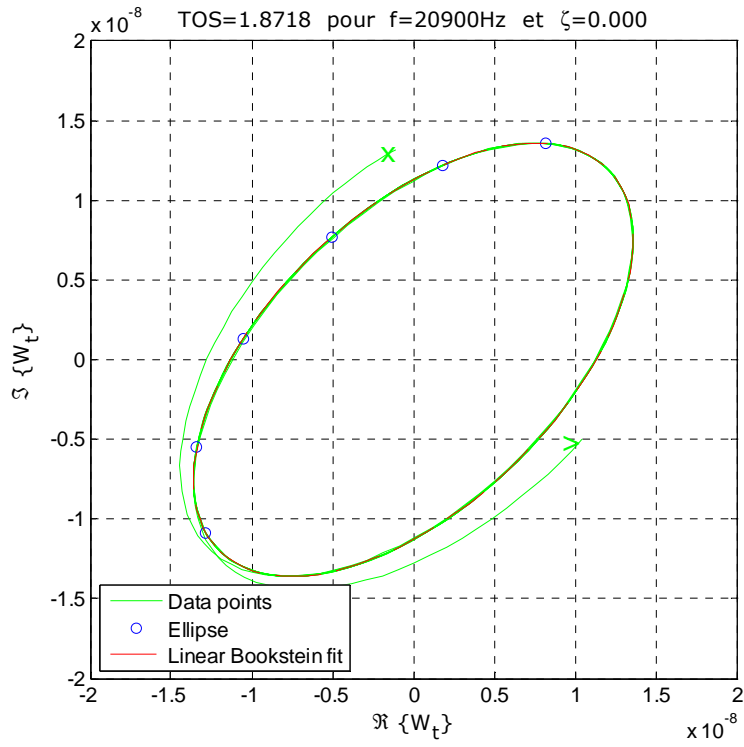


Figure III.18 – Détermination du TOS sans amortissement pour  $f=20900\text{Hz}$

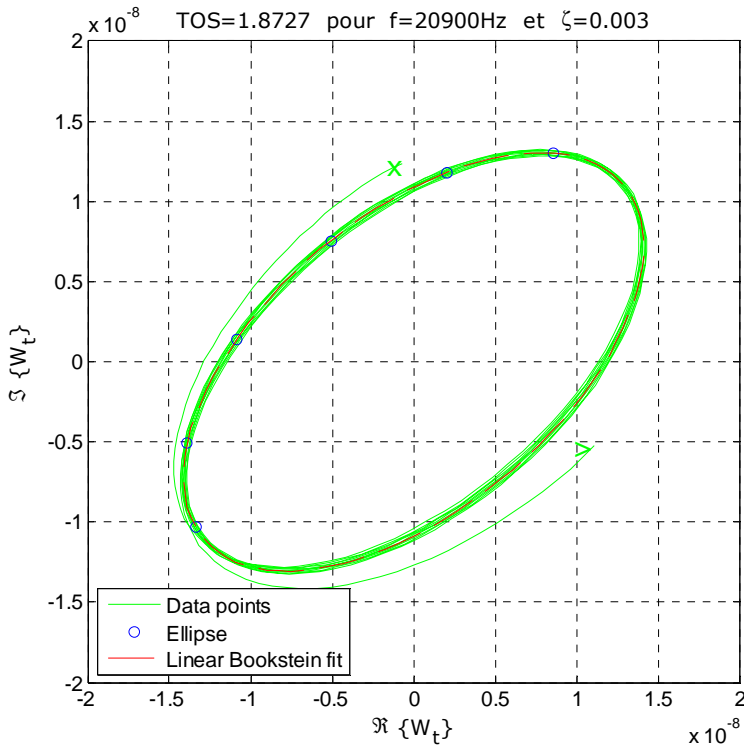


Figure III.19 – Détermination du TOS avec amortissement pour  $f=20900\text{Hz}$



Nous traçons maintenant en Figure III.20, le TOS à différentes valeurs de fréquence en présence d'amortissement. Nous constatons la présence d'un minimum, ce qui correspond à la valeur de la fréquence optimale. On observe que la fréquence optimisée à la valeur de 20563Hz par rapport à la fréquence médiane qui est de 20573Hz et pour laquelle le TOS a la valeur de 1.056.

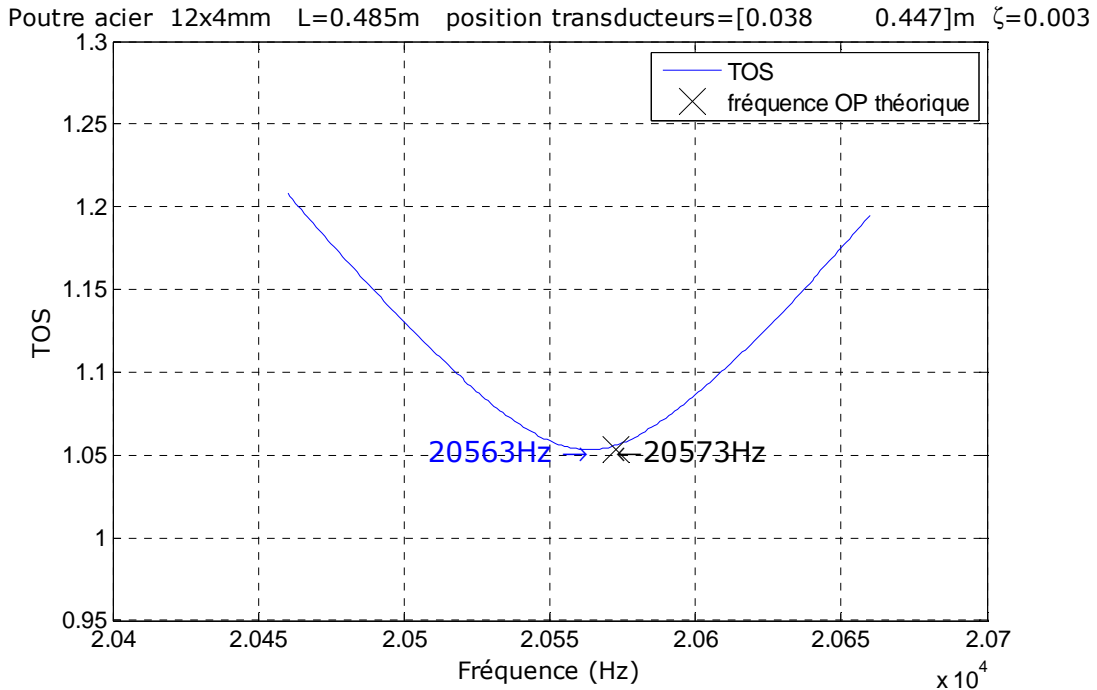


Figure III.20 – Fréquence optimisée avec amortissement  $\zeta=0.003$

En mettant cette nouvelle fréquence optimisée dans le modèle, on obtient une nouvelle courbe  $\Im(W_t) = f(\Re(W_t))$  qui est présentée à la figure suivante et qui est cette fois très proche d'un cercle, ayant un TOS de 1.053. On peut noter aussi que dans le cas d'un amortissement nul, la fréquence optimisée reste inchangée, le seul paramètre qui change étant le TOS qui devient dans ce cas 1.0002.

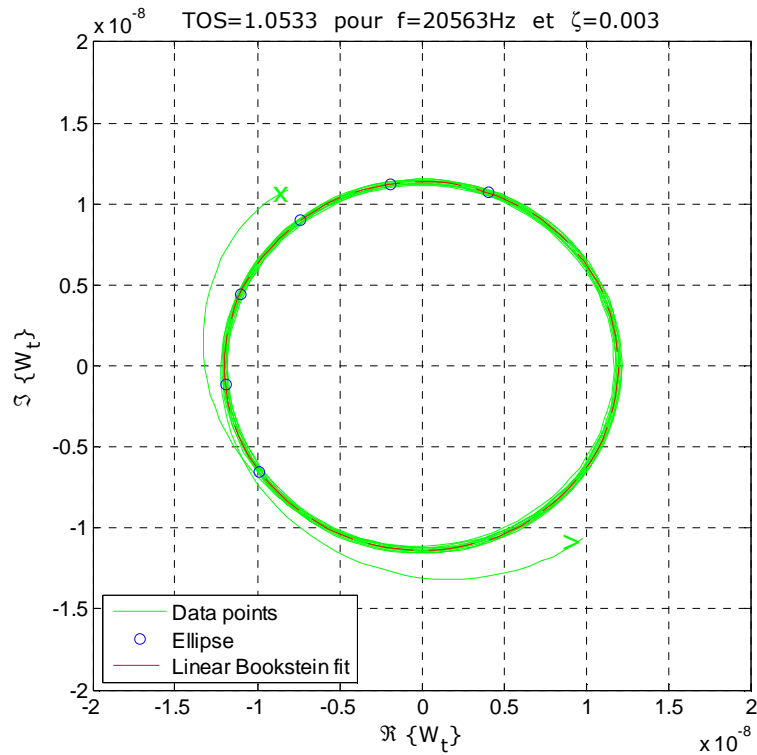


Figure III.21 – Vérification de fréquence optimisée avec amortissement

### III.4.4. Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons établi les conditions théoriques de l'obtention d'une onde progressive de flexion dans une poutre. Nous avons montré l'influence de l'amortissement de cette poutre, qui détériore la qualité de l'onde progressive, pour un réglage des excitateurs pré-calculé.

Nous avons alors mis en place, toujours par simulation, une optimisation de la condition d'alimentation en fréquence. Cela nous a permis de réduire le TOS de 1.87, à 1.053.

Si l'étude de l'onde progressive à partir des modes de flexion est facilitée par la bonne description de ces modes, elle a permis de déterminer simplement les conditions d'alimentation. Cependant, nous devons aller plus loin dans notre étude, puisque la poutre ne constitue pas un guide de poudre fermée. C'est pourquoi, la suite de ce chapitre traite du cas des tubes.

## III.5. Modèle analytique de l'onde progressive en longitudinal pour un tube

Mis appart les modes de flexion, qui ont été étudiés dans les paragraphes précédents, l'autre grande famille de formes d'onde obtenues dans une structure de dimensions finies, sont les modes de dilatation-compression appelés aussi modes longitudinaux. Comme nous avons besoin d'un guide de poudre fermé, la solution est d'utiliser des structures de forme tubulaire. C'est pour cela que ce paragraphe cherche à montrer la possibilité d'exciter une onde progressive en utilisant des modes longitudinaux qui sont facilement excitable sur une structure de type tube (voir paragraphe III.3.2).

### III.5.1. Calcul analytique des modes propres de déformation

On considère un tube avec un rayon moyen  $R$  et une longueur  $L$ . Le matériau qui constitue le tube a la masse volumique  $\rho$ , le module élastique  $E$  et le moment inertiel  $I$ . Comme présenté dans le paragraphe III.3.2.2 « Modes propres de déformation des structures poutre et tubulaire », une structure tubulaire a plusieurs types de modes propres de déformation. Pour déterminer ces modes de résonance on utilise une formule de calcul proposée par [Amabili 2008] et [Arnold and Warburton 1949] :

$$f = \frac{\sqrt{\Omega}}{2 \cdot \pi \cdot R} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho \cdot (1 - \nu^2)}} \quad \text{III.37}$$

Où  $f$  est la fréquence et  $\nu$  le coefficient de Poisson.

$\Omega$  est un paramètre qui sera déterminé ultérieurement par la résolution de l'équation (III.37) [Arnold and Warburton 1949] ; considérons pour l'instant qu'il s'agit d'un réel. La résolution de cette équation, produit trois racines, qui correspondent chacune à un mode propre du tube, ayant une déformation prédominante radiale, longitudinale ou circonférentielle [Amabili 2008].

$$\Omega^3 - K_2 \cdot \Omega^2 + K_1 \cdot \Omega - K_0 = 0 \quad \text{III.38}$$

avec

$$\begin{aligned} K_0 &= \frac{1-\nu}{2} \cdot \left[ (1-\nu^2) \cdot \tilde{\lambda}^4 + \delta \cdot (n^2 + \tilde{\lambda}^2)^4 \right] \\ K_1 &= \frac{1-\nu}{2} \cdot \left[ (3+2 \cdot \nu) \cdot \tilde{\lambda}^2 + n^2 + (n^2 + \tilde{\lambda}^2)^2 + \frac{3-\nu}{1-\nu} \cdot \delta \cdot (n^2 + \tilde{\lambda}^2)^3 \right] \\ K_2 &= 1 + \frac{3-\nu}{2} \cdot (n^2 + \tilde{\lambda}^2) + \delta \cdot (n^2 + \tilde{\lambda}^2)^2 \end{aligned} \quad \text{III.39}$$

et

$$\tilde{\lambda} = \frac{m \cdot \pi \cdot R}{L} \quad \text{III.40}$$

$$\delta = \frac{h^2}{12 \cdot R^2} \quad \text{III.41}$$

Où  $n$  - le nombre des modes circonférentiels (voir Figure III.22) ;  
 $m$  - le nombre des demi-longueurs d'ondes dans la direction axiale ;  
 $h$  - l'épaisseur du tube.

Les modes propres d'une structure tubulaire sont déterminés par le couple de valeurs  $n$  et  $m$ . Par exemple, tous les modes propres déterminés pour  $n=0$  et toutes les valeurs de  $m$ , sont des modes axisymétriques – les modes longitudinaux et radiaux. Par contre, les modes déterminés pour  $n=1$  et tous les  $m$ , sont des modes qui n'ont pas une symétrie axiale, l'exemple le plus courant étant les modes de flexion. Pour  $n \geq 2$ , on obtient des modes qui ont une déformation circonférentielle plus complexe comme on peut voir dans les figures Figure III.22 et Figure III.23.

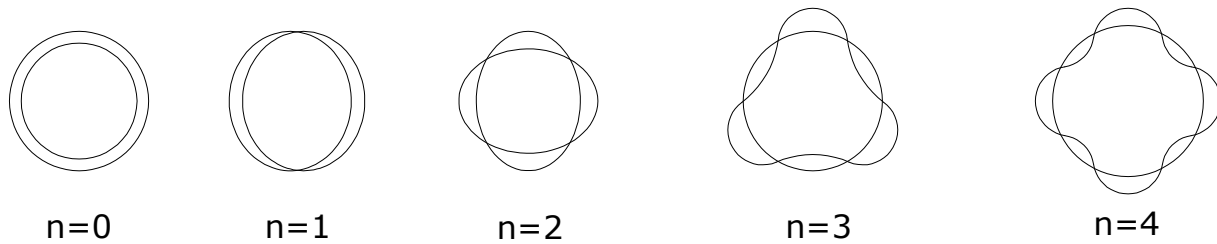
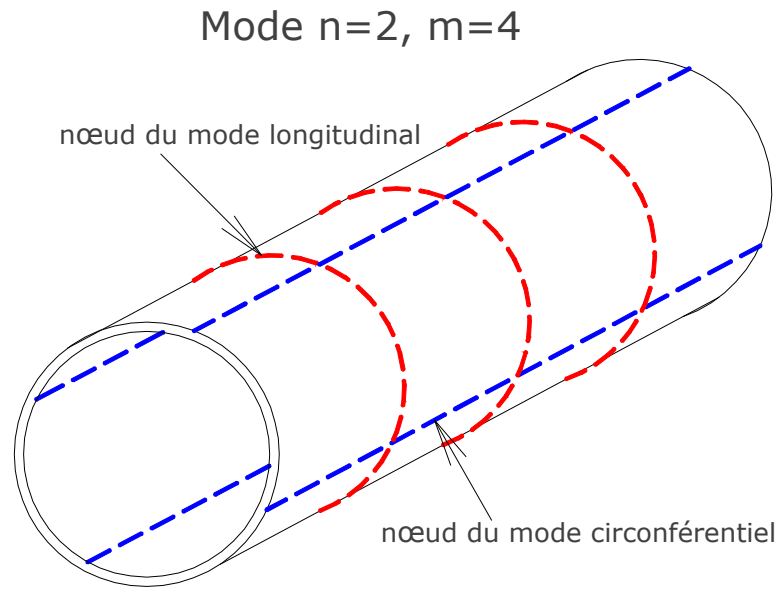


Figure III.22 – Représentations des déformations circonférentielles d'un tube



*Figure III.23 – Exemple de la déformation du mode  $n=2$  et  $m=4$*

En résolvant l'équation (III.37), on obtient une infinité de modes propres de la structure tubulaire définis par le couple  $n$  et  $m$ . La figure suivante présente les modes propres pour  $n$  compris entre 0 et 6, d'un tube en acier inoxydable de dimensions  $\Phi_{\text{ext}}=48.3\text{mm}$   $\Phi_{\text{int}}=44.3\text{mm}$   $L=1000\text{mm}$ .

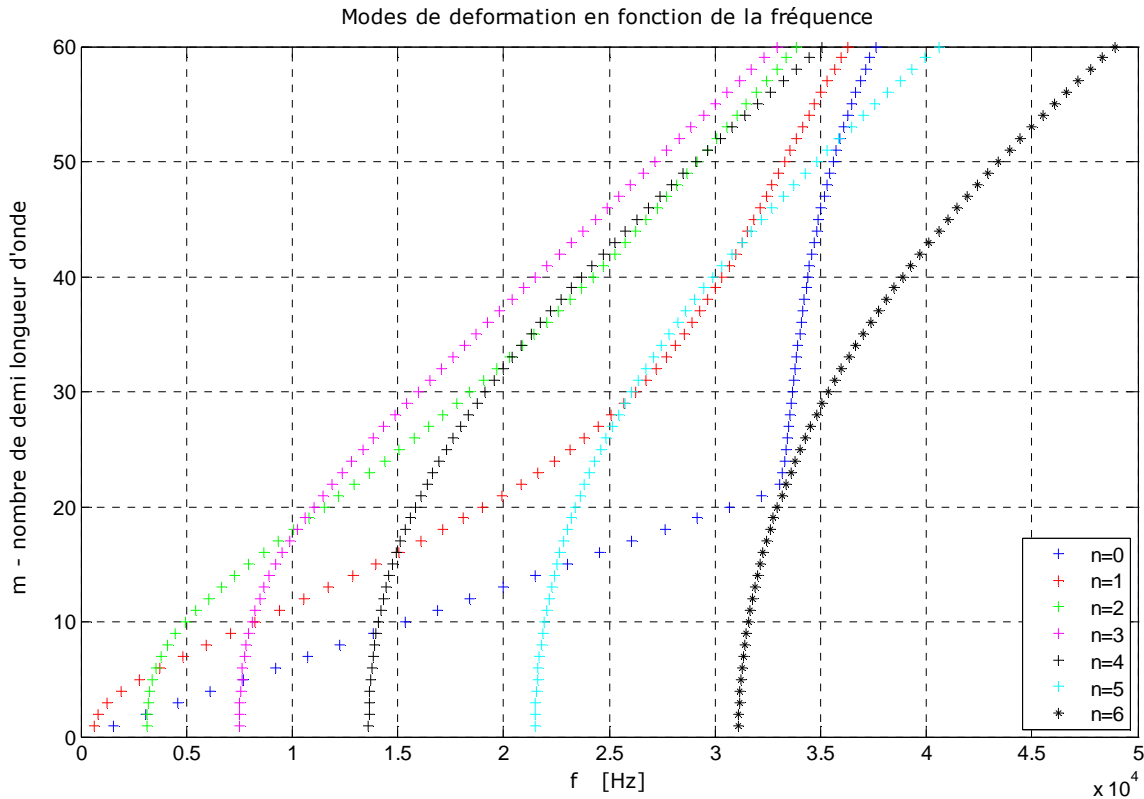


Figure III.24 – Les modes de déformation  $n=(0,1,\dots,6)$  pour le tube en acier inoxydable

La Figure III.24 nous montre les modes de déformation  $n=(0,1,\dots,6)$  pour un tube en acier inoxydable qui sera utilisé dans le Chapitre IV. Les modes de flexion sont représentés en rouge sur la figure précédente tandis que les modes longitudinaux sont en bleu. On observe que, en plus des modes de flexion et des modes longitudinaux, on a un grand nombre d'autres modes de déformation présents. Tous ces modes qui s'intercalent avec les modes que l'on cherchera à exciter, peuvent perturber les vibrations et ainsi nuire à l'obtention d'une onde progressive.

Si on ne considère, pour faciliter l'explication, que les modes de flexions et les modes longitudinaux, on observe que dans la zone comprise entre  $1 \times 10^4 \text{ Hz}$  et  $2.5 \times 10^4 \text{ Hz}$ , les modes de flexions sont plus nombreux que ceux de dilatation – compression. Donc pour pouvoir exciter une onde progressive en flexion, on doit se trouver dans cette région fréquentielle. Par contre, si on veut exciter les modes longitudinaux, on doit choisir une zone où la densité des modes de dilatation-compression est plus grande. Cette zone est comprise entre  $3 \times 10^4 \text{ Hz}$  et  $3.5 \times 10^4 \text{ Hz}$ .

Pour montrer la distribution des modes propres d'une structure tubulaire générale, on a paramétré les dimensions du tube. Cette paramétrisation amène à une réécriture des coefficients introduits précédemment. Ainsi nous posons :

$$\delta = \frac{\alpha^2}{12} \quad \text{III.42}$$

$$\tilde{\lambda} = m \cdot \pi \cdot \beta \quad \text{III.43}$$

avec

$$\alpha = \frac{h}{R} \quad \text{III.44}$$

$$\beta = \frac{R}{L} \quad \text{III.45}$$

Pour avoir un paramétrage complet on doit réécrire l'équation (3.36) sous la forme suivante :

$$f \cdot R = \frac{\sqrt{\Omega}}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho \cdot (1 - \nu^2)}} \quad \text{III.46}$$

Le calcul a été réalisé sous Matlab, et les résultats sont présentés dans la Figure III.25. Les courbes sont déterminées en considérant  $n=0$ , c'est-à-dire donc uniquement les modes axisymétriques qui sont les modes de dilatation-compression, ceci pour plusieurs valeurs des paramètres  $\alpha$  et  $\beta$ . Pour ce calcul on a utilisé les paramètres d'un tube en acier inoxydable.

Cette étude nous permet de déterminer les paramètres dimensionnant  $\alpha$  et  $\beta$  qui donneront pour une plage de fréquences, la densité de modes la plus importante et ce faisant, favoriseront la propagation d'un mode voulu. Afin d'illustrer le raisonnement, prenons un exemple numérique d'un tube de longueur  $L=1000\text{mm}$  et un rapport  $\beta=0.03$ , ce qui fait un rayon moyen de  $30\text{mm}$ . Le rapport  $\alpha$  doit être choisi assez faible, car plus le tube est épais plus il sera difficile de l'exciter, pour des considérations énergétiques. On choisit alors la courbe correspondante à un facteur  $\alpha=0.1$ , pour laquelle on obtient une épaisseur du tube de  $3\text{mm}$ . Donc pour un tube de longueur  $L=1000\text{mm}$ , rayon moyen  $30\text{mm}$  et épaisseur  $3\text{mm}$ , on doit exciter, d'après la Figure III.25 la structure dans une région de forte densité de ces modes, c'est-à-dire une zone où  $f \cdot R$  est compris entre  $810$  et  $900$  ; c'est-à-dire encore, une région fréquentielle comprise entre  $27\text{kHz}$  et  $30\text{kHz}$ .

Le calcul présenté dans la figure suivante est purement théorique, surtout en ce qui concerne les valeurs obtenues pour le rapport  $\alpha=0$  qui n'existe pas d'un point de vue physique (tube d'épaisseur nulle).

Modes de déformations pour tous les  $\alpha=h/R$  et tous les  $\beta=R/L$   $n=0$  INOX

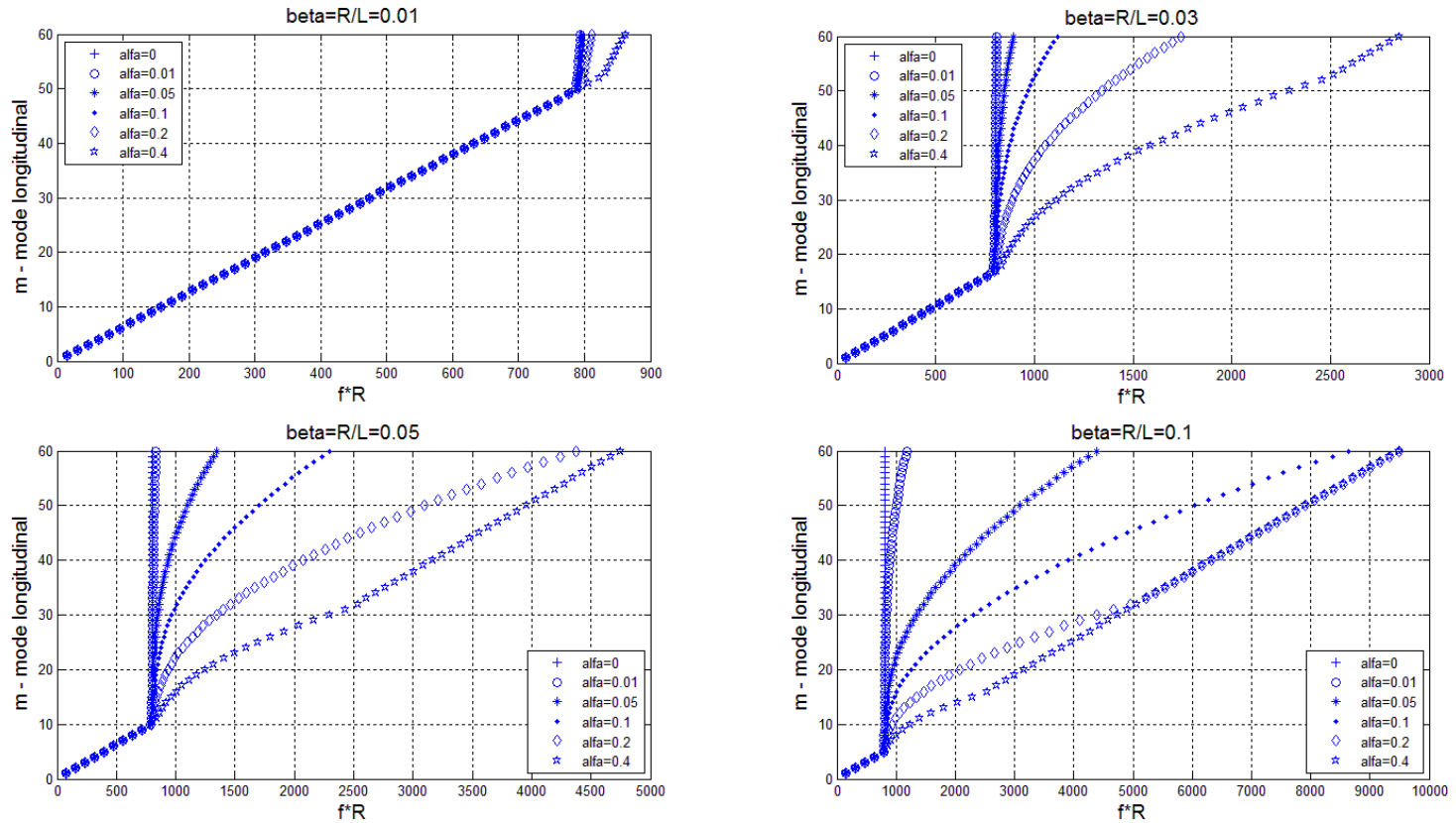


Figure III.25 – Distribution de modes propres de déformation pour une structure tubulaire en acier inoxydable. Représentation des modes axisymétriques uniquement ( $n=0$ ) pour différentes valeurs du ratio rayon/longueur et du ratio épaisseur/rayon



### III.5.2. Modèle analytique

L'objectif de ce modèle est de montrer que, par une étude similaire à celle développée pour la flexion, en utilisant toujours une excitation fréquentielle entre deux modes de résonance consécutifs avec un déphasage temporel de  $\varphi = \pi/2$  et avec les excitateurs positionnés cette fois aux extrémités de la structure, on peut obtenir une onde progressive.

Même si le paragraphe précédent présente les modes de déformation longitudinaux sur une structure tubulaire, le modèle repris ici, s'appuie sur une structure de type poutre ou barreau.

Pour une poutre excitée dans la direction axiale, l'équation générale de propagation d'une onde acoustique est donnée par la formule [Graff 1991] :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -p(x, t) \quad \text{III.47}$$

où  $u$  est la déformation longitudinale de la poutre,  $c_0$  la vitesse de propagation de l'onde acoustique.

On considère que  $p(x, t)$  est une charge concentrée appliquée sur la poutre à l'instant  $t$  et au point  $x$ , qui est en fait l'extrémité de la barre, et qui impose un mouvement harmonique de pulsation  $\omega$  à la poutre. L'expression de  $p$  est donnée, pour les deux extrémités de la poutre, par :

$$\begin{aligned} p(0, t) &= F_0 e^{i\omega t} \\ p(L, t) &= F_0 e^{i\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)} \end{aligned} \quad \text{III.48}$$

Où  $F_0$  est l'amplitude la force.

Considérons que la solution générale de l'équation (III.47) à la forme :

$$u(x, t) = U(x) e^{i\omega t} \quad \text{III.49}$$

où

$$U(x) = C \sin \beta x + D \cos \beta x \quad \text{III.50}$$

avec

$$\beta^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2} \quad c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{III.51}$$

Le barreau est considéré comme étant libre-libre. Comme, pour obtenir une onde progressive on doit imposer une force à chaque extrémité du barreau, on doit avoir deux séries de conditions limites :

$$\begin{aligned} \text{en } x = 0 \quad EA \frac{dU}{dx} \Big|_{x=0} &= -F_0 & \frac{dU}{dx} \Big|_{x=L} &= 0 \\ \text{en } x = L \quad EA \frac{dU}{dx} \Big|_{x=L} &= -F_0 & \frac{dU}{dx} \Big|_{x=0} &= 0 \end{aligned} \quad \text{III.52}$$

Où  $A$  est la surface de la section droite du barreau.

En remplaçant l'équation (III.52) dans l'équation (III.50) on obtient :

$$\begin{aligned} \text{en } x = 0 \quad u_0(x, t) &= -\frac{F_0}{EA\beta} (\sin \beta x + \cot \beta L \cos \beta x) e^{i\omega t} = U_0(x) e^{i\omega t} \\ \text{en } x = L \quad u_L(x, t) &= -\frac{F_0}{EA\beta \sin \beta L} \cos \beta x e^{i\omega t + i\varphi} = U_L(x) e^{i\omega t + i\varphi} \end{aligned} \quad \text{III.53}$$

A partir de cette équation, on peut déterminer la déformation totale du barreau par l'addition des deux déformations créées par les deux forces, en sachant qu'elles sont déphasées de  $\varphi = \pi/2$  :

$$u_T(x, t) = u_0(x, t) + u_L(x, t) = F_0 \cdot C_1 \cdot e^{i\omega t} + F_0 \cdot C_2 \cdot e^{i\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)} \quad \text{III.54}$$

avec

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{F_0}{EA\beta} (\sin \beta x + \cot \beta L \cos \beta x) \\ C_2 &= -\frac{F_0}{EA\beta \sin \beta L} \cos \beta x \end{aligned} \quad \text{III.55}$$

En ce qui concerne la fréquence d'excitation, elle doit se trouver entre deux fréquences de résonance du barreau, afin de créer une onde progressive par la combinaison de ces deux modes propres successifs. Pour cela on a donc calculé la fréquence qui se trouve au milieu de l'intervalle entre les deux modes de résonance successifs.

### III.5.3. Applications du modèle analytique

Le modèle analytique ainsi développé, a été implémenté sous Matlab et a pu être simulé. Cette modélisation nous a permis de vérifier l'obtention d'une onde progressive dans une poutre. Pour cela nous avons réalisé plusieurs calculs :

- Calcul du spectre fréquentiel de la poutre et comparaison avec les modes propres de la poutre sans amortissement;
- Calcul de la déformée de la poutre obtenue par l'addition des deux déformations produites par les deux transducteurs.

Le premier calcul a été fait pour déterminer les modes propres de déformation d'une poutre, les résultats obtenus étant ensuite comparés avec les modes propres de la poutre calculés avec la formule [Graff 1991] :

$$f_n = \frac{nc_0}{2L} \quad (n = 1,2,\dots) \quad \text{III.56}$$

Qui représentent les fréquences propres d'un barreau libre-libre.

Cette comparaison a été réalisée pour vérifier que le modèle mathématique donne de bons résultats. Le barreau utilisé pour ce calcul est une poutre en acier avec les dimensions 30×30mm et de longueur L=1000mm. La comparaison est présentée dans la Figure III.26.

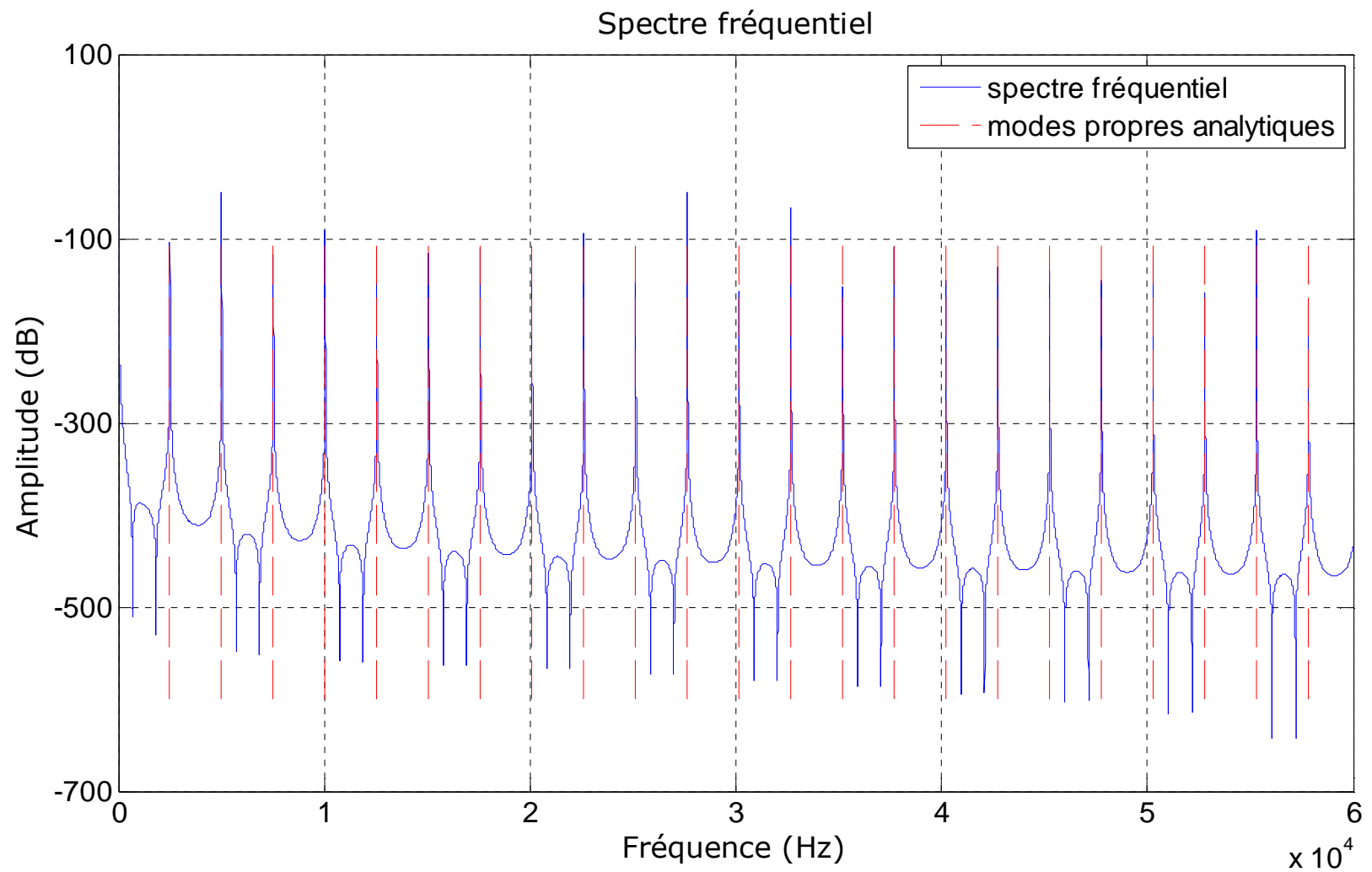


Figure III.26 – Spectre fréquentiel d'un barreau  $30 \times 30 \times 1000 \text{ mm}$

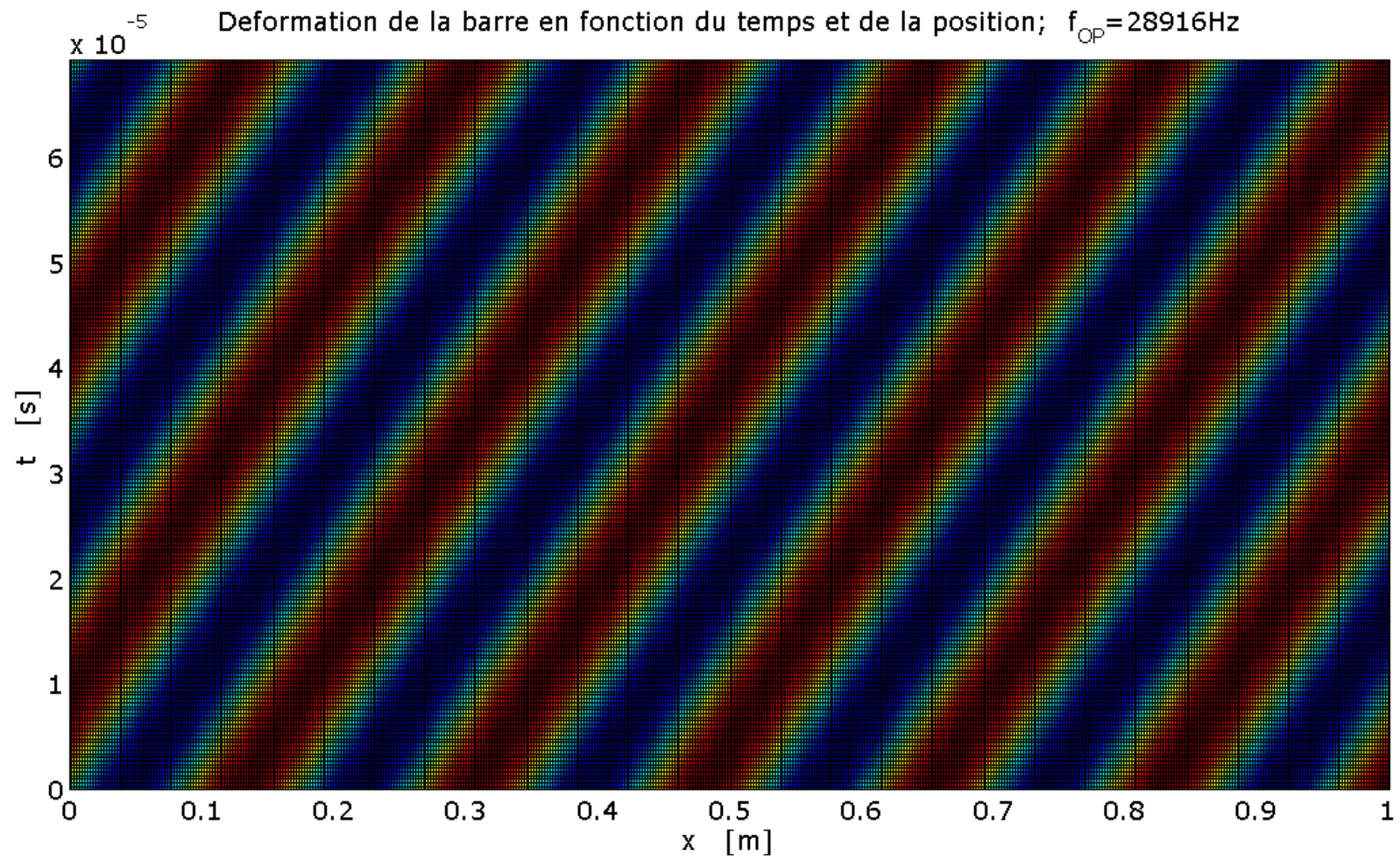


Figure III.27 – Déformée de la poutre en fonction du temps  $t$  et de la position  $x$

La Figure III.27, nous montre la déformée du barreau en fonction du temps  $t$  et de la position  $x$ . Comme pour l'onde progressive en flexion, on observe une succession uniforme de bandeaux inclinés bleu, vert et rouge. L'uniformité des bandeaux donne un aperçu de la qualité de l'onde progressive. Les couleurs rouge et bleu représentent les ventres positifs et négatifs de la déformation, par rapport à la fibre neutre de la poutre qui est montrée en vert.

#### **III.5.4. Conclusion**

Cette étude complète l'analyse dans l'objectif d'obtenir une onde progressive dans un tube : d'une part au paragraphe III.5.1 l'analyse modale permet de déterminer une zone fréquentielle appropriée compte tenu d'une forte densité de modes ; d'autre part le modèle analytique montre que dans les conditions d'excitation longitudinale, se placer entre deux modes de résonance, permet d'obtenir une onde progressive.

### **III.6. Conclusions**

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés aux conditions de propagation d'une onde progressive ; dans un milieu infini tout d'abord, ce qui a permis de rappeler un certain nombre de définitions et d'introduire la vitesse de transport d'un objet entraîné par les crêtes de vibration. Nous nous sommes ensuite intéressés au cas de la propagation d'onde dans un milieu fini, avec la notion d'onde réfléchie, cause de l'apparition dans la structure d'une onde stationnaire, peu propice au transport.

Deux approches ont alors été citées pour pallier le problème de stationnarité : l'une qui consiste à absorber l'onde réfléchie, l'autre qui consiste à exciter la structure entre deux modes de résonance consécutifs. La première solution passe par l'adaptation d'impédance de la structure à celle de l'absorbeur et de sa charge, ce qui la rend intrinsèquement peu robuste, et détériore également le bilan énergétique. La seconde, a donc retenu notre attention et nous avons donc cherché à décrire les différents modes mécaniques que nous pouvons obtenir dans une structure de type barre tout d'abord, puis dans une structure de type tube, plus adaptée au transport de poudre.

Dans les deux cas (barre excitée de façon transversale et tube excité de façon longitudinale), une modélisation analytique a été développée et a permis d'obtenir par simulation les déformées de la structure en fonction de la position et du temps.

Au niveau des conclusions, pour obtenir une onde progressive de qualité, avec un TOS le plus proche possible de 1, on doit pour la poutre, connaître avec précision d'une part la position où on doit appliquer les excitations, ainsi que la fréquence d'excitation qui doit se situer entre deux modes de résonance consécutifs de la poutre.

Dans le cas de l'onde progressive en longitudinale dans un tube, les positions des transducteurs, puisqu'ils sont situés aux extrémités du tube, ne sont plus à déterminer. Par contre, la fréquence d'excitation doit se positionner toujours entre deux modes consécutifs de résonance.

# Chapitre IV

## Onde progressive – Mise en œuvre expérimentale et analyses

### IV.1. Eléments généraux

Dans ce chapitre, nous présentons les différentes réalisations expérimentales visant à vérifier les principes théoriques d'établissement d'une onde progressive vus dans le chapitre précédent. Les maquettes reposent sur des caractéristiques structurelles différentes qui peuvent être classées selon :

- Le type de la structure : poutre ou tube ;
- La direction des effort d'excitation : direction transversale (excitation des modes de flexions) ou direction longitudinale (excitation des modes de traction-compression).

Dans une première partie, nous nous focalisons sur l'établissement d'une onde progressive en flexion pour poutres de sections rectangulaires. Ce type de structure étant le plus couramment utilisé dans la littérature, il nous offre une base de travail significative et intéressante pour le passage à d'autres structures. Nous verrons ensuite que le passage d'une poutre à un tube, tout en conservant une excitation transversale, n'est pas immédiat. De fait, des recommandations de conception sont présentées dans cette partie. La dernière expérimentation concernera l'analyse des ondes de propagation produites par l'excitation des modes de traction-compression d'un tube.

On notera que l'utilisation d'un tube est associée aux contraintes imposées dans le cahier des charges. Une structure la plus hermétique possible évitera la perte de poudre pendant le transport.

## IV.2. Onde progressive en flexion dans des poutres

### IV.2.1. Dimensionnement des bancs d'essais

D'après les éléments développés dans le chapitre précédent, pour pouvoir obtenir une onde progressive dans une poutre de longueur finie, l'excitation du système doit être produite à la fréquence médiane entre deux modes propres consécutifs de résonance de même type, ou du moins, proche de celle-ci. Dans la suite, nous exciterons des modes de flexion de la poutre, et les excitateurs doivent être montés à une position précise, pour exciter ces modes.

Le problème est qu'à ce stade, la longueur de la poutre n'est pas déterminée, et la fréquence des modes propres non plus par conséquent. Or, on ne peut pas prendre cette longueur de poutre de façon arbitraire, car la position des modes dépend justement de la longueur de la poutre

Ainsi, nous commençons par nous fixer une fréquence de travail  $f$ , et une poutre que l'on définit par sa section et le matériau qui le constitue. Alors, nous pouvons calculer la position des transducteurs par rapport au bord de poutre en utilisant l'équation (III.35), reprise ici :

$$l = n \cdot \frac{\lambda}{2} + \frac{7}{8} \cdot \lambda \quad \text{IV.1}$$

où  $l$  – la position du transducteur par rapport au bord de la poutre ;  
 $\lambda$  – la longueur d'onde correspondante à la fréquence d'excitation ;  
 $n$  – nombre entier.

La longueur d'onde dépend de la fréquence d'excitation et des différentes caractéristiques physiques du matériau de la poutre ; elle est donnée par la relation suivante :

$$\lambda = \frac{2 \cdot \pi}{k} \quad \text{IV.2}$$

Où  $k$  est défini par :

$$k = \sqrt{\omega} \cdot \sqrt[4]{\frac{\rho \cdot S}{E \cdot I}} \quad \text{IV.3}$$

où :  $k$  – nombre d'onde ;  
 $\omega$  – la pulsation ;  
 $E$  – le module de Young ;  
 $I$  – le moment inertiel ;  
 $\rho$  – la densité du matériau ;  
 $S$  – la surface de la section droite.



Pour calculer la longueur  $L$  nécessaire, nous prenons comme hypothèse que les modes utilisés, et au milieu desquels il est nécessaire de se placer, sont d'ordre élevé ne serait-ce que pour des considérations acoustiques. Alors, dans ce cas et compte tenu des conditions aux limites imposées, la longueur d'onde est approximativement liée à la longueur de la poutre pour le mode  $m$  par :

$$L = \frac{\lambda_m}{8} + m \cdot \frac{\lambda_m}{2} + \frac{\lambda_m}{8} \quad \text{IV.4}$$

Où  $\lambda_m$  correspond à la longueur d'onde du mode  $m$ .

Pour le mode  $m+1$ , cette relation devient :

$$L = \frac{\lambda_{m+1}}{8} + (m+1) \cdot \frac{\lambda_{m+1}}{2} + \frac{\lambda_{m+1}}{8} \quad \text{IV.5}$$

Lorsque l'on fait la moyenne de ces deux relations, on trouve que :

$$\frac{L+L}{2} = (m + \frac{1}{2}) \frac{\lambda_m + \lambda_{m+1}}{4} + \frac{\lambda_{m+1}}{4} \quad \text{IV.6}$$

En supposant, toujours pour des nombres de modes élevés, que  $\lambda_m \cong \lambda_{m+1} \cong \lambda$ , alors l'équation précédente aboutit à :

$$L = m \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \text{IV.7}$$

où  $m$  est un entier. Cette formule, approchée, nous montre qu'il est théoriquement possible d'exciter une onde progressive dans des poutres de longueurs très différentes en allant de quelques dizaines de centimètres jusqu'à plusieurs mètres. Cependant, nous n'avons testé en laboratoire que des longueurs inférieures à un mètre.

Cette méthode permet ainsi de fixer la longueur de poutre afin de placer la fréquence médiane entre deux modes de flexion de la poutre, entre le mode  $m$  et  $m+1$ .

Les résultats de ce calcul sont donnés pour deux types de poutres Tableau IV.1 :

- une poutre de section rectangulaire 14x5mm en acier ;
- une poutre de section carrée 11.5x11.5mm en aluminium.

Nous choisissons  $m$ , afin d'obtenir une longueur de poutre d'environ 500mm, et la fréquence de travail choisie est de 19700Hz. Les transducteurs que nous utilisons, des transducteurs standards « 20kHz » de SinapTec, doivent être utilisés à 19700Hz qui est leur vraie fréquence de résonance, ce qui explique la fréquence de travail choisie, à partir de laquelle, d'après l'équation (IV.7), la longueur de la poutre est déterminée. On remarque qu'elle est sensiblement différente pour les deux poutres.

Section transversale $b \times h$	14×4.9 mm	11.5×11.5 mm
Masse volumique $\rho$	7700kg/m <sup>3</sup>	2800kg/m <sup>3</sup>
Module d'élasticité $E$	210GPa	74GPa
Coefficient Poisson $\nu$	0.28	0.33

Tableau IV.1 – Caractéristiques des poutres utilisées

:

Section transversale $b \times h$	14×4.9 mm	11.5×11.5 mm
Longueur de la poutre $L$	476mm	503mm

Tableau IV.2 – Longueur pour les poutres utilisées

Le Tableau IV.3 présente les fréquences des modes de flexion pour chacune de deux poutres.

No mode <b>m</b>	Fréquence (Hz)	
	<b>Poutre 14×4.9mm</b>	<b>Poutre 11.5×11.5mm</b>
11	6513	13292
12	7695	15704
13	8975	18317
14	10354	21132
15	11832	24147
16	13408	27363
17	15083	30781
18	16856	34399
19	18727	38219
20	20697	42239
21	22766	46460
22	24933	50883

Tableau IV.3 – Calcul analytique des modes propres de flexion

Nous constatons que pour chaque poutre, le calcul donne des fréquences de mode différentes. Mais, nous trouvons une fréquence intermédiaire d'environ 19700Hz entre les modes 19 et 20, pour la poutre 14×4mm, et entre les modes 13 et 14, pour la poutre 11.5×11.5mm, ce qui valide l'approche analytique de calcul de la longueur de poutre.

Connaissant à présent la longueur de la poutre, une étude par éléments finis a été entreprise pour valider ce choix sur l'exemple de la poutre rectangulaire. Nous avons retrouvé pour les modes 19 et 20, des fréquences respectivement égales à 18404Hz et 20227Hz, soit un écart de 2% par rapport au modèle analytique. De plus, la fréquence de 19700Hz est comprise entre ces deux fréquences, ce qui corrobore les résultats analytiques.

Regardons maintenant les déformations obtenues par éléments finis de la poutre en acier, correspondant aux modes m19 et m20.

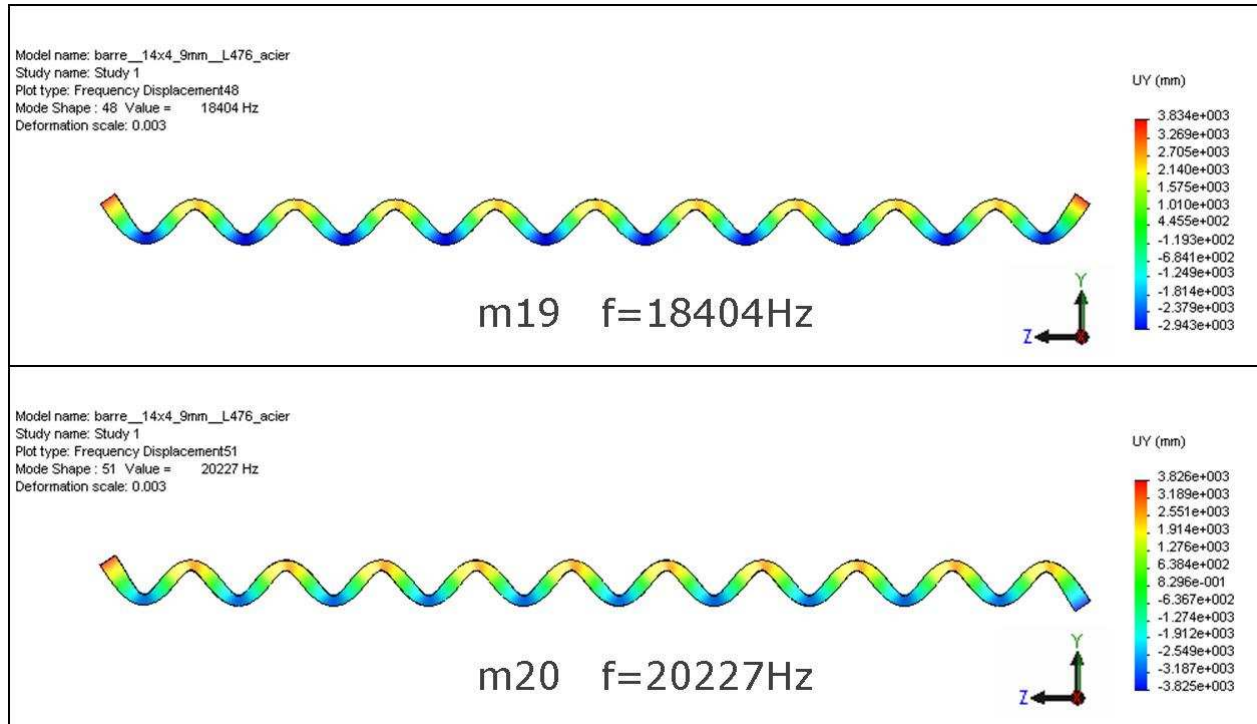


Figure IV.1 – Déformations de la poutre 14×4.9×476mm pour les modes m19 et m20

Sur la Figure IV.1, les zones rouges et bleues représentent les ventres de la déformation et les zones vertes, les nœuds. Ces graphiques montrent que l'on obtient bien :

- 19 ventres et deux huitièmes de longueur d'onde aux extrémités de la poutre pour le mode m19 ;
- 20 ventres et deux huitièmes de longueur d'onde pour le mode m20.

L'étude par éléments finis confirme donc bien l'équation (IV.4). Si on observe l'extrémité de la poutre, on constate qu'il y a encore une petite zone bleue ou rouge de longueur environ  $\lambda/8$ . La Figure IV.2 souligne les caractéristiques des deux courbes de déformation.

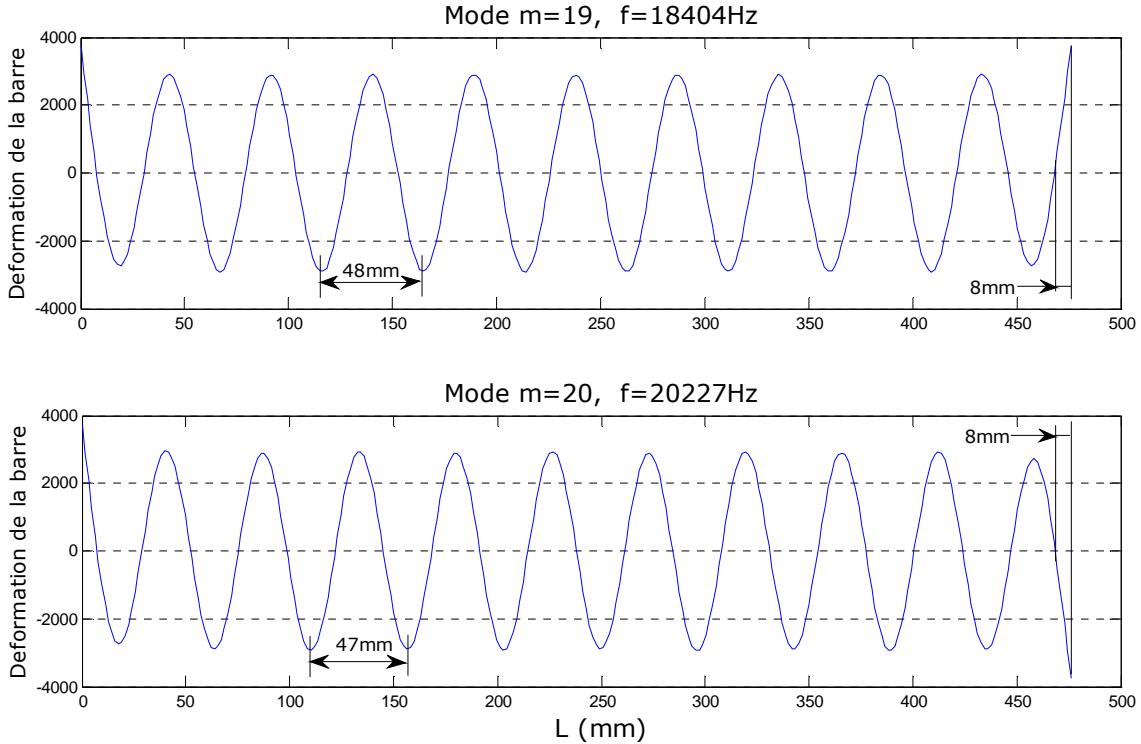


Figure IV.2 – Déformations de la poutre pour les modes  $m_{19}$  et  $m_{20}$  (résultats par éléments finis)

Ainsi, l'étude analytique est confirmée par l'étude numérique et ainsi que le choix de la longueur  $L$ .

D'un point de vue pratique, les maquettes que nous avons utilisées donnent des conditions qui diffèrent de l'étude théorique par le fait que l'excitation se fait par l'intermédiaire de transducteurs de Langevin comme source d'effort. Ces appareils associent des éléments piézoélectriques à des pièces mécaniques, appelées contre-masse et pavillon, et dont le rôle est de coupler l'élément piézoélectrique à l'environnement. Or, ces pièces ne sont pas infiniment rigides aux fréquences de travail, si bien que la force produite n'est pas une fonction simple des conditions d'alimentation.

Toutefois, si on travaille à la résonance du transducteur, en raisonnant sur son schéma électrique équivalent, on peut montrer que la force produite est proportionnelle à la tension d'alimentation du transducteur [Mason 1948], [Piecourt 1995] et [Hernandez 2010].

De plus la fixation de ces transducteurs doit être conçue avec soin, car elle doit assurer plusieurs fonctions. Tout d'abord, elle doit permettre de transmettre les efforts alternatifs, il faut donc assurer un contact réversible. Ensuite, ce contact doit être ponctuel, afin de ne pas modifier les conditions aux limites. Enfin, dans notre cas, nous avons cherché une méthode simple de montage. Notre choix technologique s'est porté sur un contact vissé, tel que décrit à la Figure IV.3. Un goujon d'adaptation de diamètre le plus petit possible a été inséré pour limiter la surface de contact. Les transducteurs sont simplement posés ou maintenus par une structure flexible.

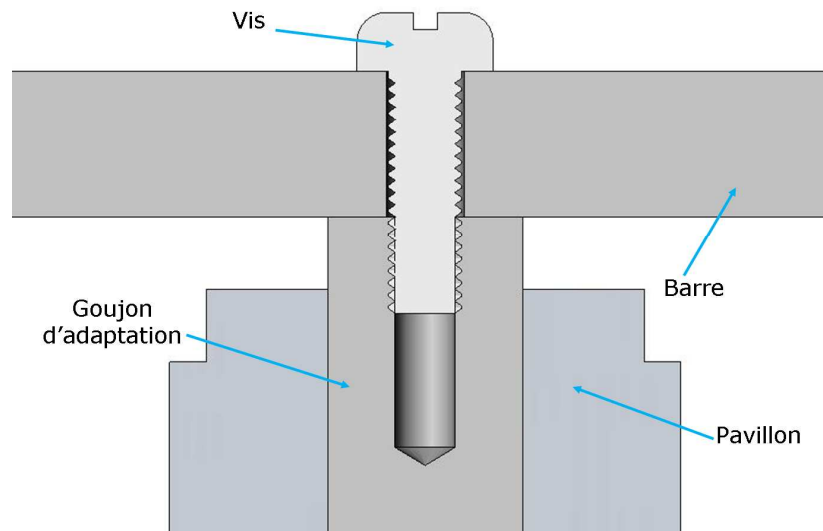


Figure IV.3 – Fixation de la poutre sur le transducteur avec la vis.

La maquette complète pour la poutre  $14 \times 5 \text{ mm}^2$  est présentée à la Figure IV.4.

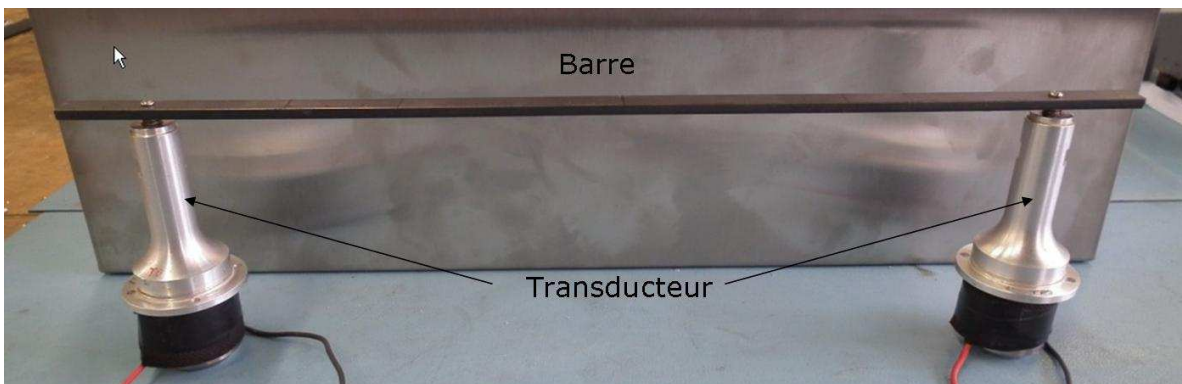


Figure IV.4 – Montage complet : poutre avec les deux transducteurs.

Dans le paragraphe suivant, afin de vérifier la robustesse de notre méthode, nous allons étendre l'étude à différentes maquettes réalisées en changeant :

- La section : rectangulaire, carrée, ronde ;
- Le matériau : acier, aluminium.

En combinant ces deux paramètres, nous avons choisi cinq poutres :

- Poutre rectangulaire en aluminium  $15 \times 2 \text{ mm}^2$  ;
- Poutre carrée en aluminium  $6 \times 6 \text{ mm}^2$  ;
- Poutre carrée en aluminium  $11.5 \times 11.5 \text{ mm}^2$  ;
- Poutre rectangulaire en acier  $14 \times 4.9 \text{ mm}^2$  ;
- Poutre ronde en aluminium  $\Phi_{\text{ext}} = 11.5 \text{ mm}$ .

### IV.2.2. Onde progressive en flexion

Nous développons ici l'étude expérimentale réalisée pour la poutre en acier de  $14 \times 5 \text{mm}^2$ .

Un analyseur d'impédance [“4194A Impedance/Gain-Phase Analyzer” 2013] mesure le spectre fréquentiel de l'impédance d'une charge. Il est utilisé pour mesurer l'impédance de l'un des transducteurs (Figure IV.5) ce qui va faciliter la recherche des modes. Le spectre fréquentiel nous permet de déterminer les modes susceptibles de produire de « bonnes déformations ». Sur ce relevé, nous notons les fréquences de chaque pic de résonance. Ces pics peuvent correspondre à des modes de flexion, qui sont ici recherchés, ou à d'autres modes de résonance non désirés, comme de la torsion par exemple. A ce stade cependant, il est difficile de connaître la nature des modes mécaniques, identifiés par mesures électriques sur ce graphique.

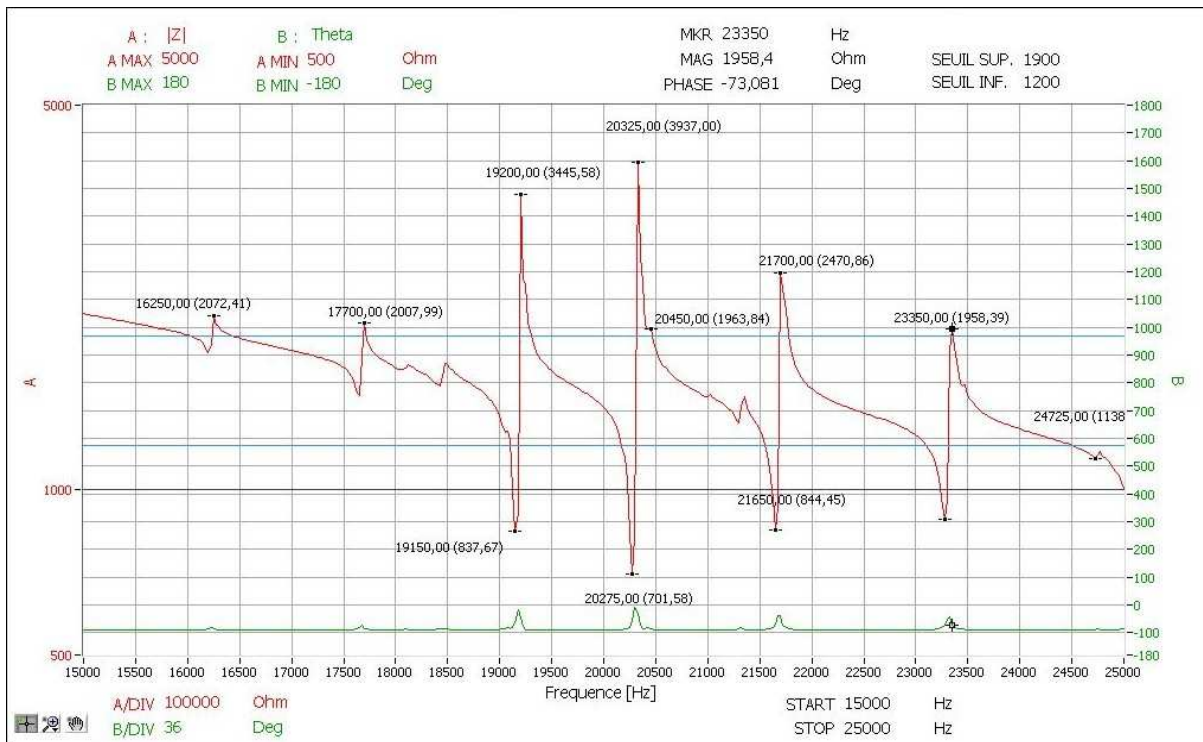


Figure IV.5 – Spectre fréquentiel pour la maquette présentée dans la Figure IV.4 ; mesure obtenue par l'analyseur d'impédance

C'est pourquoi, avec l'aide d'un interféromètre laser Polytec [“Polytec - Controleur modulaire OFV5000” 2013] couplé avec une tête optique [“Polytec - tête optique OFV505” 2013] on cartographie la poutre afin de déterminer la nature des modes observés. Pour les structures simples que sont les poutres, les modes de flexion sont facilement détectables. En effet, si on regarde tout au long de la poutre, on trouve une succession homogène (équidistante) de noeuds et de ventres. Dans notre cas, nous retrouvons bien les fréquences identifiées à la Figure IV.5 à 19150Hz et 20275Hz comme des fréquences de modes de flexion. La fréquence 19700Hz est bien alors une fréquence médiane. Cependant, ces flexions correspondent aux modes  $m=20$  et  $m=21$  et non pas aux modes  $m=19$  et  $m=20$

comme cela avait été défini dans l'étude analytique. Cette différence peut être imputée au fait que les études analytique et par éléments finis ont été réalisées pour la barre seule alors que les mesures expérimentales concernent la barre connectée à ses transducteurs.

En alimentant ces transducteurs à cette fréquence intermédiaire (voir Tableau IV.4 : la fréquence de 19732Hz comprise entre les mode 20 et 21), et en les déphasant de 90°, nous trouvons bien une onde progressive. Le TOS a été estimé en relevant le rapport entre l'amplitude maximale et minimale de vibration sur la poutre. Le tableau suivant présente les fréquences correspondant aux modes de flexion trouvés avec l'interféromètre laser.

No mode m	Fréquences expérimentales (Hz)	F <sub>OP</sub> (Hz)	TOS
19	17753		
20	19167	18460	1.33
21	20298	19732	1.14
22	21621	-	-

Tableau IV.4 – Les modes de flexion pour la poutre 14×4.9mm ; résultats expérimentaux issus de l'analyse interférométrique

Ce tableau montre tout d'abord que les fréquences identifiées au vibromètre diffèrent légèrement de fréquences identifiées par l'analyse de l'impédance. La raison tient peut être dans le fait que ces mesures ne sont pas simultanées, et qu'entre les deux essais, des paramètres comme la température (qui agit sur les propriétés mécaniques et les longueurs par dilatation) ont pu varier. On rappelle aussi que nous avons vu déjà une différence entre le calcul analytique et les résultats expérimentaux sur les fréquences, due à l'influence du montage des transducteurs. Or, le bon choix de la fréquence est déterminant dans l'obtention de l'onde progressive. Pour parvenir à régler cette fréquence sur un vrai dispositif, il faut donc d'abord identifier expérimentalement les fréquences des modes et ensuite choisir la fréquence de travail. Puisque celle-ci est susceptible de varier d'un essai à l'autre, une identification préalable à chaque campagne de mesures est donc nécessaire.

Une deuxième remarque porte sur le choix des deux modes consécutifs : il n'est pas restrictif. Par exemple ici nous avons travaillé avec les modes 20 et 21 et la fréquence 19732Hz. Mais, on obtient également une onde progressive à la fréquence 18460Hz qui se trouve entre les modes 19 et 20, avec un TOS cependant plus grand. En effet, les transducteurs ne travaillant plus à leur résonance pour cette fréquence là, on ne peut donc pas considérer que la force produite par les transducteurs est proportionnelle à la tension. Alors, même en réglant un déphasage de 90° entre leurs tensions d'alimentation, le déphasage des forces peut être différent. C'est peut-être ce qui explique l'augmentation du TOS lorsque les modes considérés changent. Signalons enfin que pour le couple de modes 21 et 22, nous n'avons pas pu obtenir d'onde progressive de flexion. Une raison possible est que dans l'intervalle fréquentiel d'excitation, des modes d'un autre type que la flexion viennent perturber l'onde progressive. En effet, le graphique de la Figure IV.5 montre une résonance « parasite » entre les modes de flexion à 20325Hz et 21700Hz.

Nous avons ensuite appliqué la procédure du paragraphe précédant à chaque type de poutre, et nous avons choisi les deux modes consécutifs qui permettaient d'avoir une fréquence médiane associé au meilleur TOS. Par ailleurs, nous calculons également les

vitesse tangentielle et normale en exploitant les formules du paragraphe III.2.3 « Vitesse tangentielle idéale de transport ». Le Tableau IV.5 synthétise ces différents essais et calculs en adaptant les notations.

<b>Poutre (b×h×L mm)</b>	<b>Matériau poutre</b>	<b>l (mm)</b>	<b>f<sub>OP</sub> (Hz)</b>	<b>λ (mm)</b>	<b>TOS</b>	<b>A<sub>max</sub> (μm)</b>	<b>V<sub>T max</sub> (mm/s)</b>	<b>V<sub>N max</sub> (mm/s)</b>
14×4.9×476	acier	38	19732	45	1.22	0.71	25	88
11.5×11.5×498	aluminium	65	18071	70	1.58	0.75	44	85
15×2×500	aluminium	27	19107	33	1.95	3.20	73	384
6×6×493	aluminium	47	18937	52	2.10	2.80	121	333
Φ11.5×1000	aluminium	71	19147	82	1.50	0.43	23	52

*Tableau IV.5 – Caractéristiques de l’onde progressive obtenue pour les poutres en flexion ; le dimensionnement de ces poutres a suivi la méthode analytique.*

*l* est la position de transducteurs, *f<sub>OP</sub>* la fréquence d’excitation de l’onde progressive qui a donné le meilleur TOS, *λ* est la longueur d’onde correspondante à la fréquence d’excitation, et *A<sub>max</sub>*, *V<sub>Tmax</sub>*, *V<sub>Nmax</sub>* représentent les valeurs maximales de l’amplitude de vibration, de la vitesse tangentielle respectivement de la vitesse normale.

### **IV.2.3. Essais de transport de poudre**

L’objectif de ce paragraphe est d’aboutir à une caractérisation du transport de poudre par onde progressive par l’établissement d’un modèle simple liant la vitesse de la poudre à la vitesse tangentielle des « crêtes » de l’onde progressive. Ce modèle sera déterminé de façon empirique.

Exception faite du cas de la poutre à section circulaire qui ne le permet pas (il est difficile d’y fixer une structure souple pour canaliser la poudre), la vitesse moyenne de déplacement de la poudre a été estimée en mesurant le temps nécessaire à la poudre pour parcourir une distance donnée. Les essais ont été réalisés pour deux poudres différentes : le corindon et le ciment. Dans le Tableau IV.6 sont synthétisées les vitesses de déplacement et les débits pour les quatre poutres différentes, avec en comparaison les valeurs calculées au Tableau IV.5.

Pour pouvoir comparer les valeurs du débit *Q* pour les quatre poutres, on a calculé le débit rapporté à la largeur de chaque poutre.



Poudre	Poutre (b×h×L mm)	U (V)	A <sub>max</sub> (μm)	Q (g/s/mm)	V <sub>p</sub> (mm/s)	v <sub>T max</sub> (mm/s)	A <sub>seuil</sub> (μm)
<b>Corindon 50μm</b>	11.5×11.5×498	470	0.75	0.0109	12	25	0.216
	14×4.9×485	370	0.71	0.0077	10	44	0.117
	15×2×500	370	3.20	0.0300	30	73	0.445
	6×6×493	400	2.80	0.0303	30	121	0.411
<b>Ciment 17μm</b>	11.5×11.5×498	470	0.75	0.0017	9	25	0.579
	12×4×485	370	0.71	0.0073	9	44	0.304
	15×2×500	370	3.20	0.0024	7	73	0.790
	6×6×493	400	2.80	0.0014	6	121	0.805

Tableau IV.6 – Paramètres de transport de la poudre sous l'action de l'onde progressive ; mesure effectuée pour les quatre poutres et deux poudres différentes

Pendant les essais on observe qu'une amplitude minimale de vibration est nécessaire pour que la poudre commence à se déplacer. Cette amplitude est appelée amplitude de seuil et notée  $A_{seuil}$  dans le Tableau IV.6. Cette amplitude de décollement est différente pour chaque poutre et pour chaque poudre. On observe également que les débits sont plus importants dans le cas du corindon, ce qui est en conformité avec les résultats obtenus pour la maquette basée sur le principe du Frottement contrôlé présentée dans le Chapitre II mais aussi avec les résultats présentés dans le Chapitre I qui concernent les forces d'adhésions nettement inférieures à la force de vibration.

On observe aussi que les vitesses moyennes de déplacement de la poudre sont nettement inférieures aux valeurs de la vitesse tangentielle théorique présentées dans le Tableau IV.5.

Pour tenter de comprendre ce phénomène, nous pourrions nous intéresser à la description mécanique microscopique des phénomènes de contact entre la surface vibrante et les grains, un peu à la manière de ce qui a été fait au Chapitre II. Or cette mécanique est complexe dans le cas de l'onde progressive à haute fréquence, et nous préférons lui substituer une approche macroscopique, générale, qui globalise l'ensemble des phénomènes.

Ainsi, nous traçons dans le plan  $(v_T, v_p)$  les points correspondant à nos relevés pour le corindon, et nous éliminons le point qui correspond à la poutre 6×6mm, qui ne permet pas de tracer raisonnablement une tendance linéaire. Puis, nous cherchons la droite qui passe au mieux des points. Dans nos relevés, elle s'écrit :

$$v_{p\_estimée} = k(v_T - v_{T0}) \quad \text{IV.8}$$

Avec  $k=0.43$  et la vitesse seuil  $v_{T0}=7.3\text{mm/s}$ .

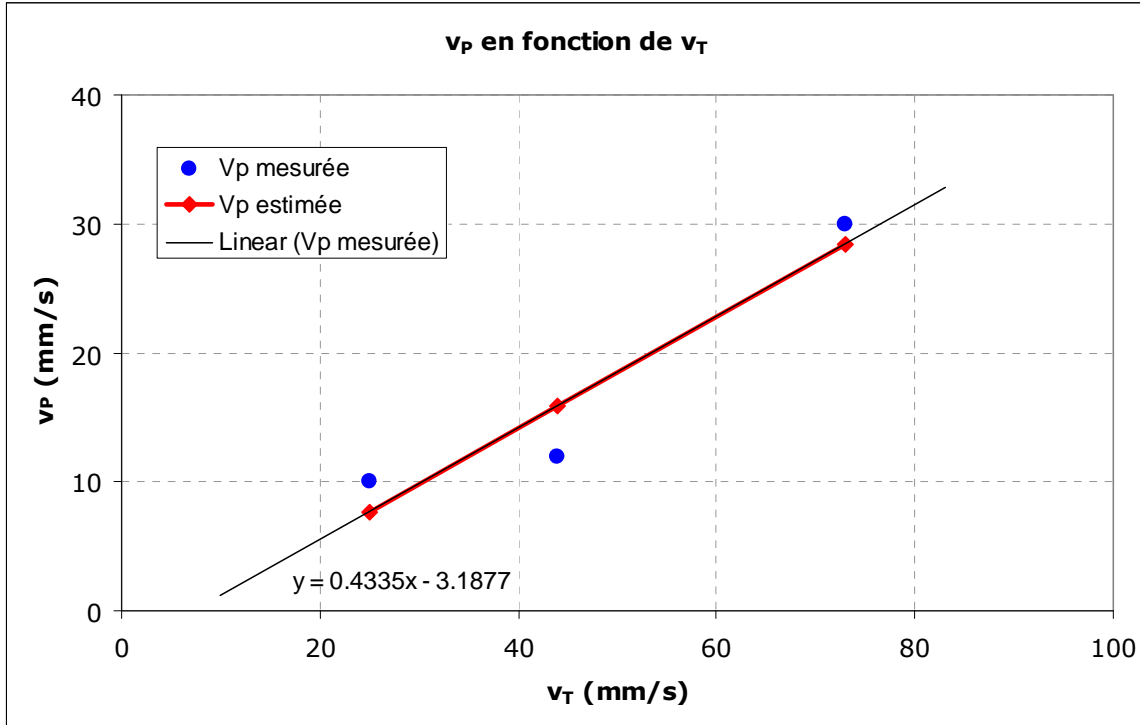


Figure IV.6 – Vitesses moyennes de la poudre corindon mesurée et approchée linéairement en fonction de la vitesse tangentielle théorique de crête d’onde, résultats obtenus pour trois types des poutres

Nous partons ensuite de l'hypothèse que le seuil observé sur la vitesse tangentielle  $v_{T0}$  correspond à l’amplitude de seuil observée sur chaque couple poutre/poudre. Ainsi, nous recalculons donc ces seuils en inversant la relation donnant la vitesse en fonction de l'amplitude vibratoire (voir le paragraphe III.2.3 « Vitesse tangentielle idéale de transport ») :

$$v_T = \frac{\pi h \omega}{\lambda} A - v_{T0} \tag{IV.9}$$

A l’amplitude de seuil (voir Tableau IV.6), la vitesse tangentielle devient nulle, d’où l’équation :

$$A_{\text{seuil\_estimée}} = \frac{\lambda}{\pi h \omega} v_{T0} \tag{IV.10}$$

<b>Poutre (b×h×L mm)</b>	<b>A<sub>seuil_mesurée</sub> (µm)</b>	<b>A<sub>seuil_estimée</sub> (µm)</b>
14×4.9×476	0.117	0.174
11.5×11.5×498	0.216	0.115
15×2×500	0.445	0.312

Tableau IV.7 – Les amplitudes vibratoires de seuil, mesurées et estimées, pour le corindon

Nous trouvons ainsi des valeurs relativement proches, ce qui valide a posteriori le modèle. Bien sûr, celui-ci peut être amélioré par l'utilisation d'un nombre des points d'identification plus importants. Dans le cas du ciment une approche similaire est envisageable mais bien sûr avec des paramètres différents, car pour le ciment la vitesse tangentielle de seuil est différente.

Par ailleurs, il existe un seuil d'amplitude vibratoire en dessous duquel la poudre ne pourra pas se déplacer. Ce seuil, comme le montre le tableau 4.6, n'est pas constant. Le modèle qui vient d'être décrit, propose lui que le paramètre  $v_{70}$  soit une constante de l'interaction poutre vibrante – poudre, et qu'il vaut environ 7mm/sec pour les essais concernant le corindon.

Cette proposition, si elle se confirmait, pourrait avoir des conséquences importantes pour la conception d'un dispositif de transport de poudre par onde progressive en flexion. En effet, on pourrait penser optimiser le dispositif en recherchant une amplitude vibratoire la plus importante possible. Mais le lien entre  $v_t$  et l'amplitude vibratoire n'étant pas constant on pourrait, à cause du seuil qui est un seuil en vitesse, être amené à utiliser une partie importante de la vibration rien que pour amorcer le mouvement la poudre.

Signalons enfin que la poudre se comporte différemment selon la nature de la poutre utilisée. En effet, nous constatons un transport uniforme et continu pour les poutres 14×5mm et 11.5×11.5mm, par contre pour les deux autres poutres, la poudre suit un chemin serpenté sur la poutre. L'effet est plus visible pour le ciment que pour le corindon. Il s'agit peut être là de l'influence de la vitesse normale, qui possède des valeurs bien différentes entre ces deux essais (voir Tableau IV.7).

La Figure IV.7 nous montre un exemple de transport uniforme et continu de la poudre sur la poutre 14×5mm dans le cas du ciment et du corindon. Le transport est continu pour les deux poudres, qui n'est pas le cas Figure IV.8, qui présente un transport discontinu pour la poutre 15×2mm. Ce phénomène est d'autant plus important dans le cas du ciment.

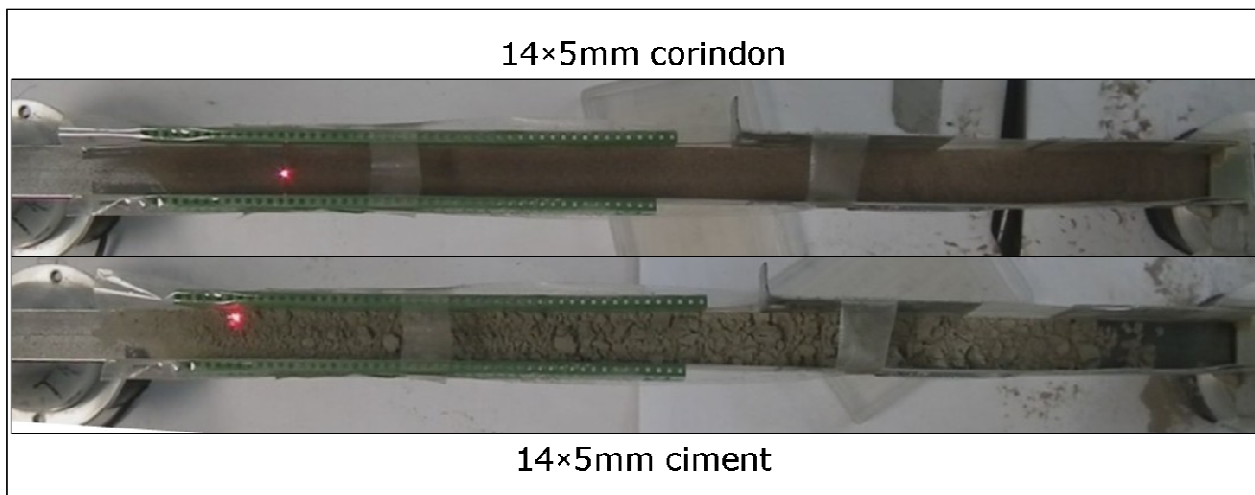


Figure IV.7 – Transport uniforme de la poudre sur la poutre 14×5mm

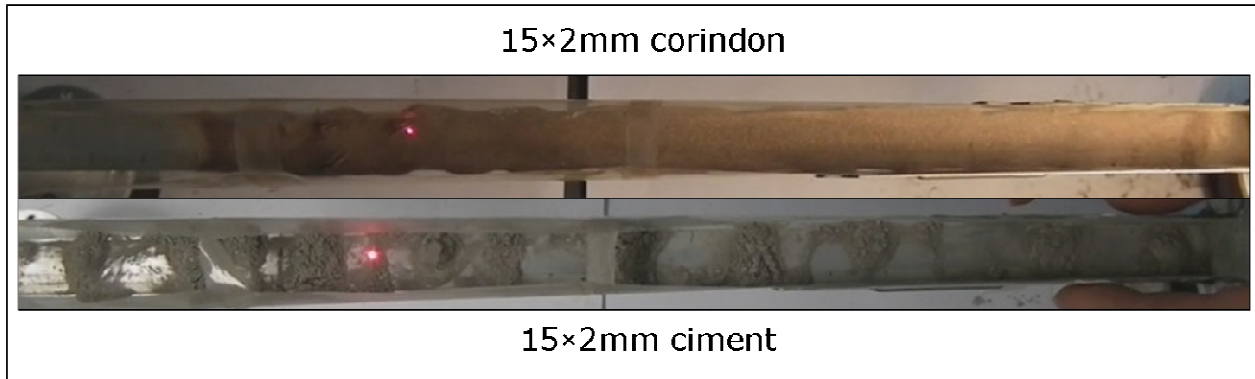


Figure IV.8 – Transport discontinu de la poudre sur la poutre 15x2mm : des paquets de poudre se forment

Cette étude a permis de produire les premières interactions poudre-onde progressive de flexion. Le transport de poudre à proprement parler n'est cependant pas simple compte tenu de la structure non adapté de la poutre.

Convaincus du potentiel de ce principe grâce aux bons résultats obtenus, nous avons décidé de poursuivre l'étude par la conception d'une maquette tubulaire.

#### IV.2.4. Onde progressive en flexion sur une structure tubulaire

Dans le paragraphe précédent, nous avons présenté les résultats obtenus sur des maquettes qui utilisent les modes de flexion d'une poutre pour exciter une onde progressive. Ces poutres ont une structure géométrique très simple, qui facilite l'obtention des modes de flexion sans autres modes de déformation intercalés. L'étape précédente nous a permis aussi de valider la méthodologie à suivre pour obtenir une onde progressive, et nous a fourni quelques résultats concernant l'interaction poudre-onde progressive.

Dans ce paragraphe, nous cherchons à produire une onde progressive dans un tube de dimensions plus grandes. Pour cela, nous nous intéressons d'abord au dimensionnement et à la conception du dispositif tube+ transducteurs + connexions.

Le tube est dimensionné pour une longueur de 1m, et nous avons choisi d'utiliser de l'acier inoxydable pour sa composition. Ses caractéristiques sont rappelées au Tableau IV.8.

Section transversale $\Phi_{ext} \times \Phi_{int}$	48.3x44.3 mm
Masse volumique $\rho$	8000kg/m <sup>3</sup>
Module d'élasticité $E$	193GPa
Coefficient Poisson $\nu$	0.28
Longueur du tube $L$	1000mm
Position du transducteur $l$	167mm

Tableau IV.8 – Caractéristiques du tube

Les modes propres du tube ont été déterminés analytiquement en utilisant la relation (III.37) reprise ici :

$$f = \frac{\sqrt{\Omega}}{2 \cdot \pi \cdot R} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho \cdot (1 - \nu^2)}} \quad \text{IV.11}$$

Les résultats de l'étude analytique sont ensuite comparés au Tableau IV.9 avec une étude par éléments finis.

On a vu dans le Chapitre III qu'il est plus difficile de trouver deux modes propres consécutifs de même type pour une structure tubulaire que pour une structure simple comme celle de la poutre (voir III.3.2 « Analyse modale - types de modes d'excitation selon la structure exploitée »).

No mode m	Fréquence (Hz)	
	Calcul analytique	Simulation éléments finis
18	17110	17554
19	18093	18489
20	19038	19372
21	19942	20160
22	20806	20908
23	21627	21930

Tableau IV.9 – Les modes de déformation déterminés par calcul analytique et par simulation numérique

A titre d'illustration, l'image de la Figure IV.9 présente le calcul numérique de la déformation du tube pour le mode m=21 à la fréquence 20160Hz :

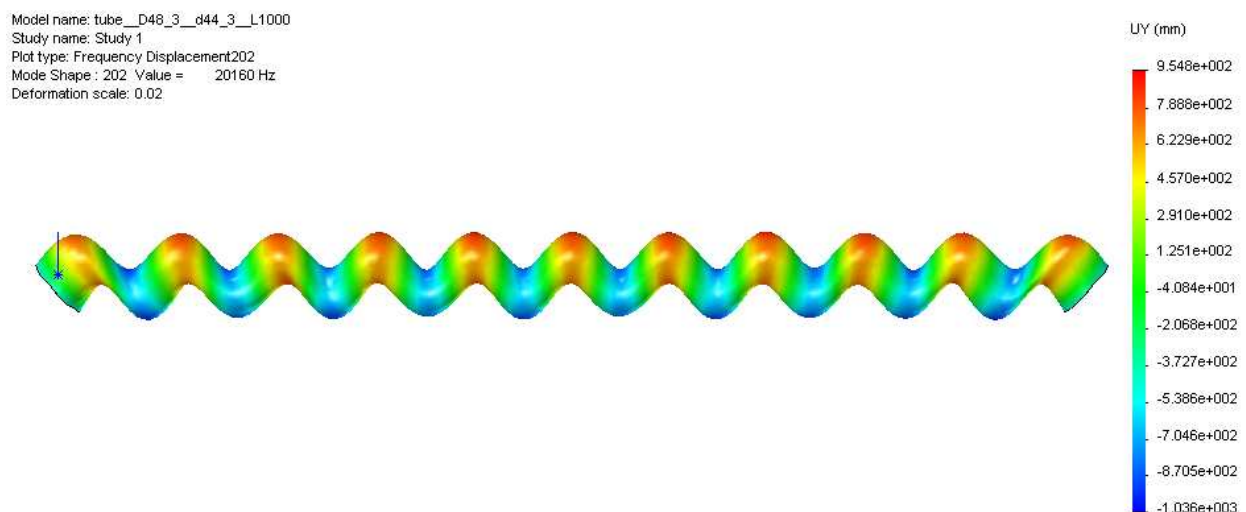


Figure IV.9 – Déformation de la poutre pour le mode  $f=20160\text{Hz}$

La vitesse tangentielle produite dans le cas du tube se calcule de la même manière que dans le cas des poutres ; la fibre neutre à considérer est l'axe du tube [Fanchon 2001], et nous aurons donc :

$$v_T = \frac{\pi AD \omega}{\lambda} \quad \text{IV.12}$$

Les transducteurs ont été fixés sur le tube par une nouvelle pièce d'adaptation montrée à la Figure IV.10.

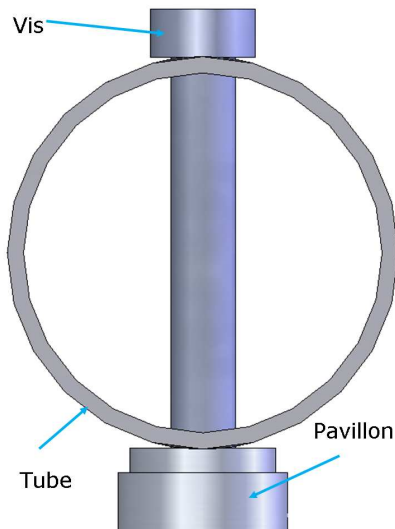


Figure IV.10 – Fixation du tube sur le transducteur avec la vis

La maquette complète est présentée Figure IV.11.



Figure IV.11 – Montage complet : tube avec les deux transducteurs

Puis, en utilisant la même procédure d'obtention de l'onde progressive que dans le cas de la poutre en flexion, on détermine les fréquences de résonance, puis les fréquences intermédiaires, et enfin nous choisissons les meilleurs réglages vis-à-vis du TOS. Le Tableau IV.10 présente les résultats obtenus.

<b>Poutre</b> <b>(<math>\Phi_{ext} \times \Phi_{int} \times L</math> mm)</b>	<b>Matériau</b> <b>poutre</b>	<b>l</b> <b>(mm)</b>	<b>f<sub>OP</sub></b> <b>(Hz)</b>	<b><math>\lambda</math></b> <b>(mm)</b>	<b>TOS</b>	<b>A<sub>max</sub></b> <b>(<math>\mu</math>m)</b>	<b>v<sub>T max</sub></b> <b>(mm/s)</b>	<b>v<sub>N max</sub></b> <b>(mm/s)</b>
48.3×44.3×1000	acier inoxydable	167	20970	90	2.75	0.85	190	112

Tableau IV.10 – Paramètres de l'onde progressive pour les tubes en flexion

Malgré un optimisation fréquentielle, le TOS obtenu n'est pas très bon, certainement parce que la fréquence de travail se situe au delà des 19700Hz, fréquence de résonance des transducteurs. Certes, la vitesse tangentielle  $v_T$  se trouve bien au delà de la vitesse seuil. Néanmoins, avec cette valeur élevée du TOS, nous n'avons pas réussi à obtenir de transport au cours de nos essais.

Ces derniers essais montrent finalement que la solution d'une onde progressive dans un tube n'est pas simple à mettre en œuvre, déjà du point de vue de la qualité de l'onde progressive. De plus, d'un point vue pratique, la position des transducteurs selon un axe radial rend difficile l'introduction de poudre.

#### IV.2.5. Conclusions

Dans ce paragraphe nous avons présenté une méthode de dimensionnement des poutres ayant comme but la création d'une onde progressive en flexion dans ces structures. Même si la méthode est approximative, elle a donnée des résultats très intéressants.

Grâce à cette méthode de dimensionnement, nous avons excité une onde progressive en flexion sur plusieurs maquettes qui ont des longueurs d'environ 500mm. Ces maquettes nous ont permis de montrer la possibilité de transporter de la poudre avec le principe de l'onde progressive. Un modèle permettant d'approcher la vitesse de la poudre à partir des dimensions géométriques de la poutre, de la fréquence de travail et de l'amplitude vibratoire a été proposé dans le cas du corindon.

Après les bons résultats obtenus avec les poutres rectangulaires, nous sommes passés à une structure tubulaire qui n'a pas donné les mêmes bons résultats. La difficulté du tube est due à la richesse des modes propres présents potentiellement dans la structure, ce qui a rendu complexe le calage de la fréquence de travail avec la fréquence de résonance des transducteurs.

Pour tenter de résoudre ce problème, nous avons essayé d'utiliser les modes longitudinaux du tube pour créer une onde progressive. En effet, dans ce cas, les transducteurs eux-mêmes placés cette fois dans l'axe du tube seront mieux intégrés à la structure vibrante.

### IV.3. Onde progressive en longitudinal sur une structure tubulaire

Le dernier banc de tests réalisé correspond au cas de l'obtention d'une onde progressive dans une structure tubulaire en utilisant ses modes de dilatation – compression. Cette solution a été mise en œuvre sur la base de plusieurs références bibliographiques qui mentionnent l'obtention d'une onde progressive dans une structure tubulaire de petite taille comme celle présentée au paragraphe I.1.3.3.2 « Onde progressive dans un tube ». Le principe d'obtention de l'onde progressive est similaire à celui utilisé pour les ondes de flexion : on alimente les deux actionneurs, qui cette fois sont montés aux extrémités du tube, à la même tension, mais avec un déphasage temporel de 90°.

#### IV.3.1. Conception de la maquette

Pour la validation de ce principe, nous avons utilisé le même type de tube que pour la maquette en flexion (cf. paragraphe IV.2.4). Comme l'excitation du tube se fait dans la direction axiale, les actionneurs sont positionnés aux extrémités du tube. Pour la réalisation de cette maquette, nous avons conçu un nouveau transducteur adapté à la structure tubulaire (Figure IV.12).

La longueur du tube avec laquelle nous souhaitons travailler a été choisie égale à 1m.

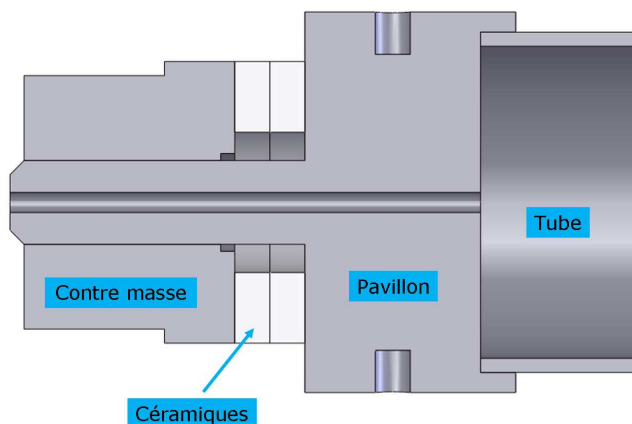


Figure IV.12 – Fixation du tube dans le transducteur

Les dimensions du tube étant posées, on peut passer à l'étape de validation qui consiste en un calcul analytique des modes du tube, couplé à une analyse modale par éléments finis.

Pour augmenter les chances de trouver plusieurs modes longitudinaux consécutifs sans d'autres modes intercalés, nous devons reprendre le calcul réalisé au paragraphe III.5 « Modèle analytique de l'onde progressive en longitudinal pour un tube », cette fois en se concentrant sur la région fréquentielle où la densité des modes longitudinaux est plus grande. Ainsi, en reprenant la Figure III.24, mais uniquement avec les modes de flexions et longitudinaux, on observe que la zone recherchée se trouve entre  $3 \times 10^4 \text{ Hz}$  et  $3.5 \times 10^4 \text{ Hz}$  (Figure IV.13).



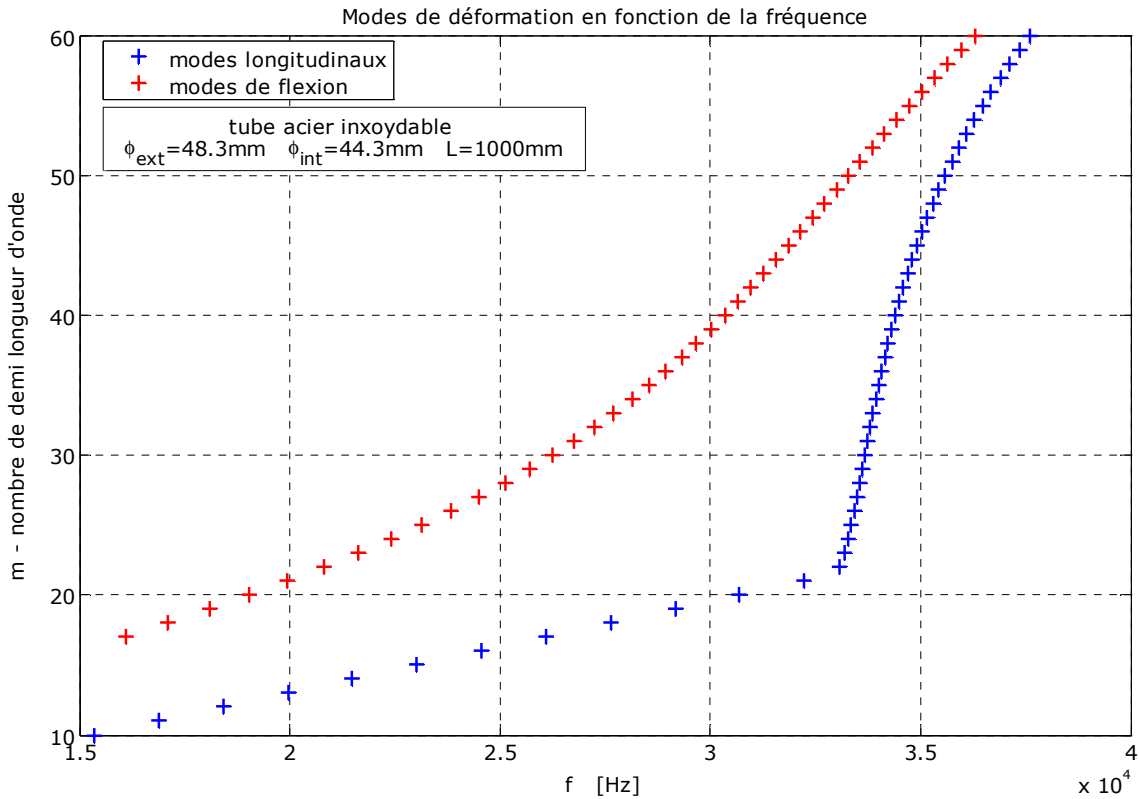


Figure IV.13 – Les modes de déformation  $n=(0,1)$  pour le tube en acier inoxydable

Pour cette maquette, on a réalisé plusieurs analyses modales par éléments finis : une analyse pour le tube seul et une deuxième pour l'assemblage complet transducteur – tube – transducteur. Les résultats sont synthétisés dans le Tableau IV.11.

No mode	Fréquence (Hz)		
	Calcul analytique	Simulation éléments finis	
		Tube seul	Tube seul
m			
17	26093	32298	32085
18	27628	32537	32385
19	29163	32722	32609
20	30698	32869	32793
21	32233	32999	32936
22	33077	33093	33052
23	33182	33177	33144
24	33272	33255	33243
25	33353	33320	33324
26	33426	33387	33401

Tableau IV.11 – Les modes de déformation déterminés par calcul analytique et par simulation numérique

Nous constatons que les fréquences des modes propres de l'assemblage coïncident avec celles du tube seul, ce qui montre que les transducteurs sont bien intégrés à la structure vibrante. Nous constatons également que, pourvu que le mode considéré soit d'ordre élevé, le calcul analytique des fréquences correspond au résultat par élément fini.

La Figure IV.14, présente les déformations du tube seul et de l'assemblage complet. Les deux déformations correspondent au même mode de déformation du tube (donné par le nombre  $m=18$  dans le Tableau IV.11. Les fréquences d'excitation sont elles aussi très proches : pour le tube seul  $f=32537\text{Hz}$  et pour l'assemblage  $f=32385\text{Hz}$ .

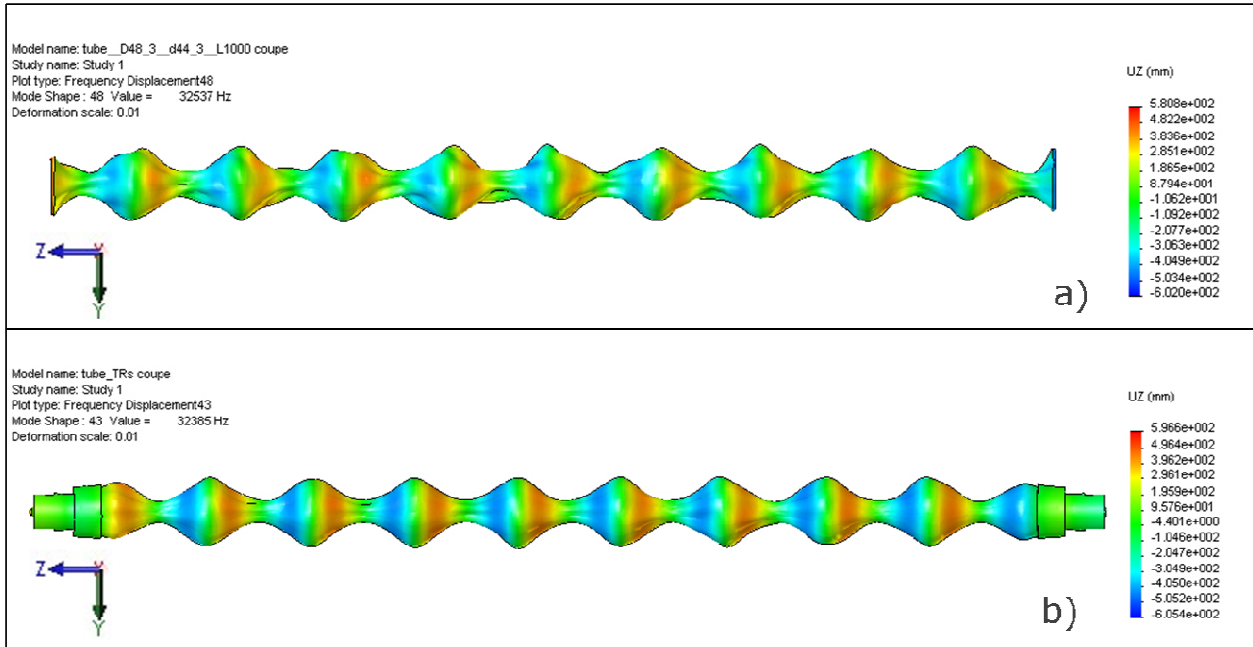


Figure IV.14 – Déformation du tube seul et de l'assemblage complet dans la direction axiale Z ; mode  $m=18$ .

Comme dans l'étude du transport par exploitation des modes de flexion, il est intéressant d'estimer la vitesse tangentielle de la crête d'onde ; le calcul de cette vitesse est différent du cas de l'onde de flexion, car la nature du mode a changé. Nous menons donc l'étude suivante avec comme objectif l'obtention d'une expression analytique de la vitesse tangentielle  $v_T$ .

Considérons le mode  $m=18$  de la structure présentée dans Figure IV.14, et représentons les déformations dans l'axe Z et Y (voir Figure IV.15). Les axes Z et Y sont visibles sur la Figure IV.14. Par analogie avec l'étude de l'onde progressive en flexion, on note  $w$  la déformation selon la direction Y et  $u$  la déformation selon la direction axiale Z. Pour rappel, dans le cas de l'onde en flexion, nous constatons un déphasage spatial de  $90^\circ$  entre les déplacements  $u$  et  $w$ , du moins, au centre.

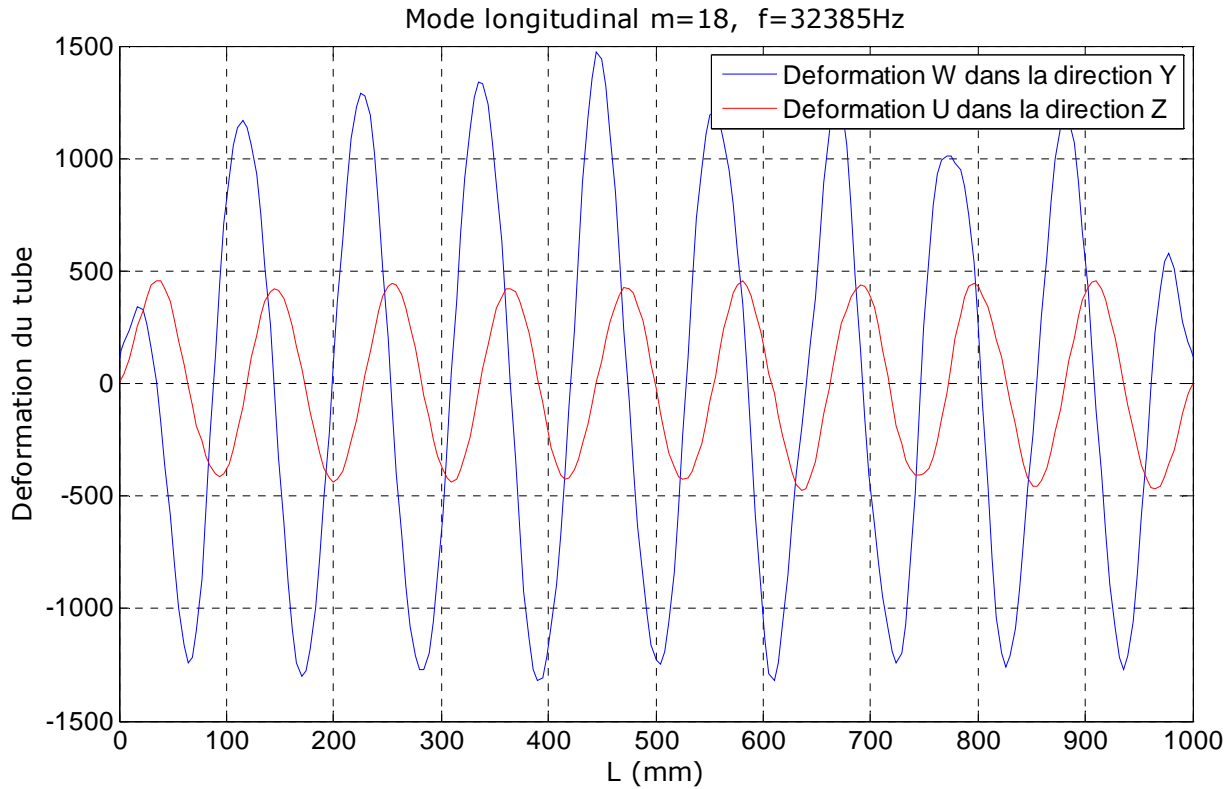


Figure IV.15 – Déformation de la structure en Y et en Z (résultats par éléments finis)

La Figure IV.15 nous montre les déformations (déterminées par éléments finis) de la maquette « Onde progressive en longitudinal », avec en bleu la déformation dans la direction normale et en rouge la déformation selon la direction axiale. Nous constatons que là aussi, les deux déformations ont un déphasage spatial de 90° approximativement, du moins au centre du tube. Ainsi, bien que la déformation soit apparentée à une déformation longitudinale, il se produit également une déformation normale en quadrature avec cette dernière (Figure IV.15) de manière analogue au cas de la flexion traité au paragraphe précédent, et pour laquelle nous avons montré l'existence d'une vitesse tangentielle. Compte tenu de cette similarité, nous supposons que l'on peut écrire la relation entre le déplacement tangentiel  $u$  et le déplacement normal  $w$ , sous la forme :

$$u(x, t) = -\gamma \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \quad \text{IV.13}$$

ou  $\gamma$  est un facteur de proportionnalité.

En approchant encore une fois les déformées par des fonctions sinusoïdales, on obtient :

$$u(x, t) = -\gamma \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} = \gamma k A \sin(kx - \omega t) \quad \text{IV.14}$$

La formule IV.14 est valable pour une déformation normale de la forme suivante :

$$w(x, t) = A \cos(kx - \omega t) \quad \text{IV.15}$$

avec  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ .

Soit  $\Gamma$  le rapport entre l'amplitude de  $w$  et l'amplitude de  $u$  (voir Figure IV.15). En prenant en considération les relations IV.14 et IV.15, nous avons :

$$\Gamma = \gamma k \quad \text{IV.16}$$

La vitesse tangentielle est alors donnée par :

$$v_T(x, t) = \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = -\gamma \omega k A \cos(kx - \omega t) = -\Gamma \omega A \cos(kx - \omega t) \quad \text{IV.17}$$

Cette expression sera utilisée dans le paragraphe suivant pour estimer la vitesse tangentielle pour différentes fréquences.

### IV.3.2. Construction de la maquette et essais réalisés

La maquette est composée d'un tube et de deux transducteurs qui sont soudés sur le tube donnant ainsi une structure complètement fermée (Figure IV.16).

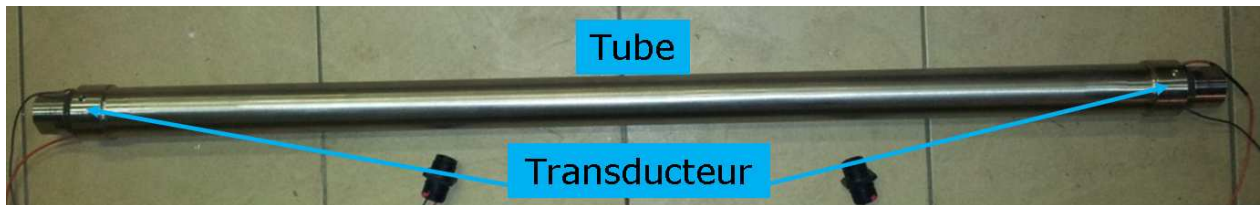


Figure IV.16 – Maquette de développement de l'onde progressive en longitudinale

Pour faciliter la recherche des modes de déformation, on a réalisé tout d'abord une mesure spectrale de la maquette à l'aide de l'analyseur d'impédance. Ensuite, avec des mesures interférométriques, nous avons déterminé le type de mode de déformation. Sur la Figure IV.17, on observe les différents modes de déformation trouvés entre 32kHz et 34kHz. Les modes numérotés sont des modes de dilatation – compression et les étoiles représentent les fréquences pour lesquels une onde progressive a pu être obtenue.

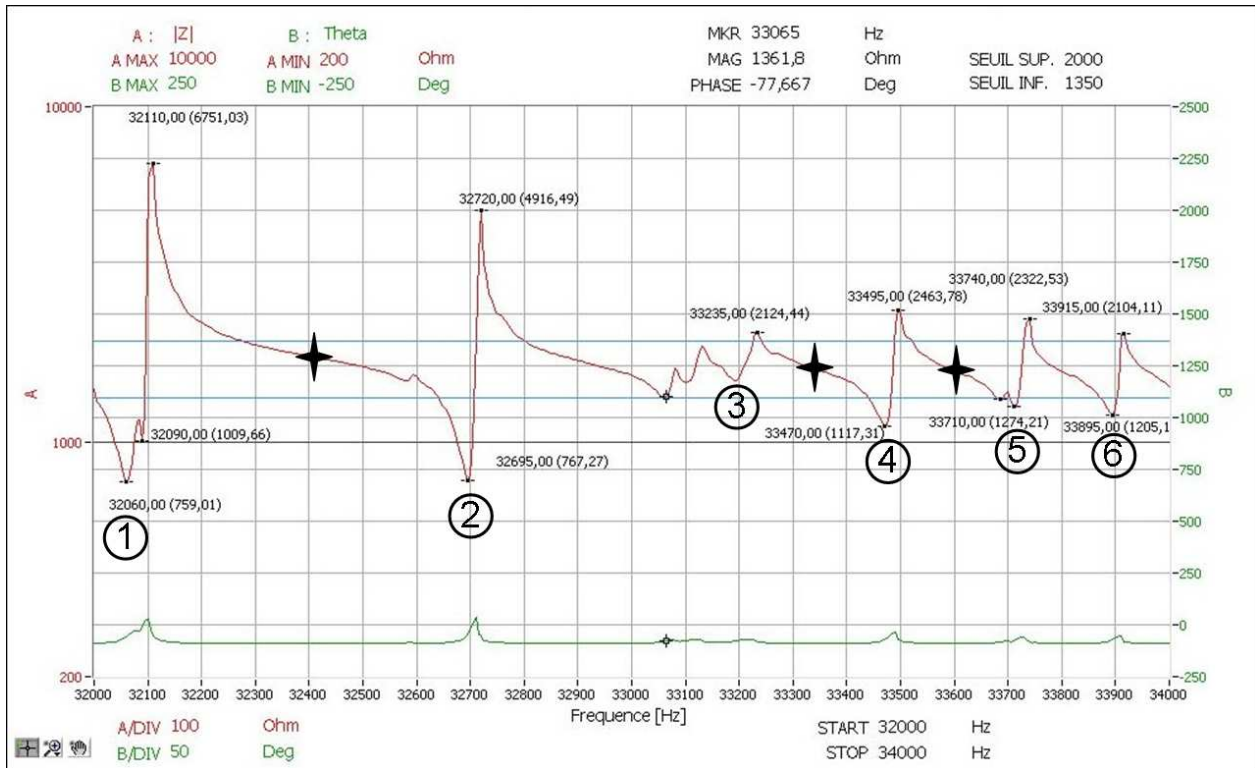


Figure IV.17 – Spectre fréquentiel de la maquette par obtenue par l'analyse d'impédance

De manière théorique, on peut déterminer une vitesse tangentielle approximative en utilisant la formule IV.17. Dans l'exemple de la Figure IV.15, nous mesurons le rapport  $\Gamma=0.3$ . Donc, pour une amplitude moyenne de déplacement (mesurée avec le vibromètre) de 310nm, une fréquence  $f=33614\text{Hz}$  et une longueur d'onde de 105mm on obtient la vitesse tangentielle approximative :

$$|v_T| = 0.4 \cdot 2\pi \cdot 33614 \cdot 310 \cdot 10^{-9} = 20\text{mm/s} \quad \text{IV.18}$$

U (V c)	f <sub>OP</sub> (Hz)	λ (mm)	TOS	A <sub>min</sub> (nm)	A <sub>max</sub> (nm)	v <sub>T</sub> (mm/s)
300	32410	130	1.69	157	265	13
300	33339	115	1.55	215	334	17
300	33614	105	1.47	251	370	20

Tableau IV.12 – Paramètres de l'onde pour la maquette onde progressive en longitudinal

Comme le tube est complètement fermé, le transport peut être vérifié uniquement sur la surface extérieure du tube. Ainsi, on a réussi à transporter du corindon en réalisant un canal en bande adhésive sur la surface du tube. Le transport a été réalisé à la fréquence de 33600Hz pour une tension d'alimentation de 500V crête, pour laquelle on a obtenu une amplitude maximale de vibration de 700nm. Dans ces conditions, la vitesse moyenne de déplacement de la poudre est de 7.2mm/s.

En appliquant l'équation IV.8 du modèle établi pour l'onde progressive en flexion, nous obtenons une vitesse estimée de poudre de :

$$v_p = 0.43 \cdot (20 - 7.3) = 5.5 \text{ mm / s} \quad \text{IV.19}$$

Cette valeur est proche de la valeur mesurée expérimentalement. Cela confirmerait les mécanismes en jeu dans le transport de poudre par une onde progressive en mode longitudinal, bien que la fréquence en jeu soit plus grande. Il faut cependant être prudent vis à vis de ces résultats qui ne concernent qu'un petit nombre d'essais. Une étude plus approfondie devrait être menée afin de conforter ce modèle.

Ensuite nous avons essayé de transporter la poudre à l'intérieur du tube. Pour cela, nous avons réalisé des trous aux extrémités du tube pour pouvoir introduire/extraire la poudre (Figure IV.18).

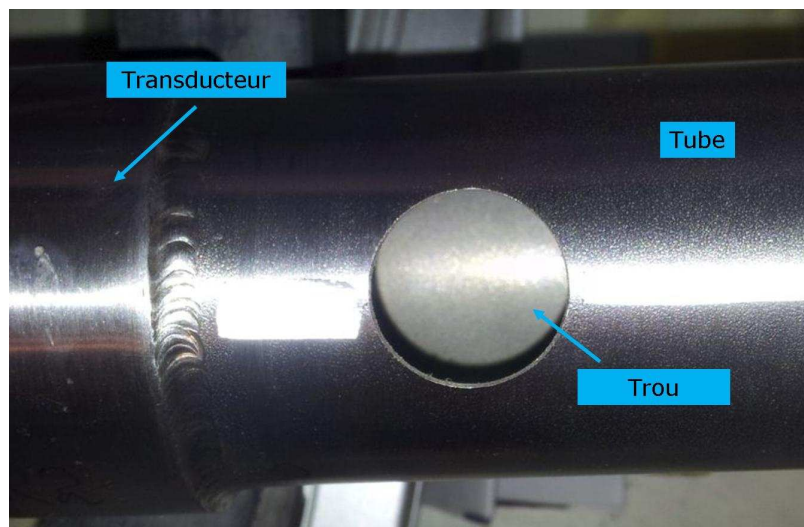


Figure IV.18 – Trou réalisé à l'extrémité du tube pour introduire la poudre

Malheureusement, les trous ont perturbé les déformations du tube ce qui a induit la perte de l'onde progressive dans la structure.

### IV.3.3. Conclusion

Dans ce paragraphe nous avons montré la possibilité d'obtenir une onde progressive en excitant les modes longitudinaux d'un tube. Par analogie avec l'onde progressive en flexion, nous avons proposé un calcul de la vitesse tangentielle qui est propice au transport de poudre. Pour cela, nous avons montré, grâce aux résultats de l'analyse par éléments finis, que le déplacement tangentiel est déphasé de 90° dans l'espace par rapport au déplacement dans l'axe normal, ce qui conduit à une formule analogue au cas de la flexion. Avec la maquette réalisée, nous avons réussi à transporter de la poudre sur la surface extérieure du tube. La vitesse de la poudre trouvée expérimentalement est conforme aux prévisions du modèle établi dans le cas du transport de poudre, ce qui semble montrer que les

mécanismes de transport de poudre sont semblables, que ce soit pour les ondes longitudinales que pour les ondes de flexion.

Une nouvelle étude sur la conception des ports d'entrée et de sortie de la poudre a été menée. Cependant, parce que les discontinuités de la géométrie modifient la répartition des modes de vibration, nous n'avons pas été en mesure de constater dans ce cas l'existence d'une onde progressive.

## **IV.4. Conclusions**

Dans ce chapitre nous avons montré les résultats obtenus avec les maquettes qui mettent en œuvre le principe de l'onde progressive. Ainsi, avec le principe de l'onde progressive en flexion pour des poutres, nous avons obtenu des résultats assez intéressants en terme de transport de poudre avec des vitesses moyennes de déplacement avoisinant les 15mm/s dans le cas du corindon. Ces résultats sont en concordance avec les données présentées dans le Chapitre I concernant les forces d'adhésions.

Pour le principe de l'onde progressive en flexion sur une structure tubulaire, les résultats en terme de transport sont décevants. La difficulté de propagation de l'onde dans le tube est due à la complexité de modes propres existants d'une part et d'autre part aux incertitudes introduites par les fixations des deux transducteurs au tube.

Ensuite, nous avons réussi à obtenir une onde progressive en utilisant les modes longitudinaux dans une structure tubulaire de grandes dimensions. Dans ce cas, on obtient une onde progressive de bonne qualité avec des amplitudes vibratoires très faibles mais qui permettent quand même un transport de poudre avec une vitesse comparable à celle obtenue pour les maquettes à onde progressive en flexion sur une poutre.

# Conclusions générales

Ce travail a pour objectif la proposition de modes de transport de poudre innovants, répondant aux contraintes de maintenance réduite, d'efficacité en terme de débits, et de qualité de transport en termes de préservation des poudres et d'évacuation complète de la matière.

Dans le chapitre introductif, nous avons dressé un état de l'art des méthodes utilisées classiquement dans l'industrie pour transporter les poudres. Les systèmes pneumatiques et mécaniques ont été cités, et leurs inconvénients listés.

Des approches plus innovantes, utilisant les vibrations ultrasonores ont ensuite été introduites. En particulier, les approches génératrices d'onde progressive dans des poutres ou dans des tubes ont retenu notre attention, elles ont été reprises au Chapitre III « Onde progressive – éléments théoriques ».

Une méthode hybride dite « à frottement contrôlé », met en évidence l'apport des vibrations ultrasonores sur un système mécanique actionné à basse fréquence. Brièvement évoqué ici, cette approche a été détaillée dans le second chapitre. Nous avons alors analysé, de manière expérimentale et théorique ce principe de transport de poudre original, basé sur la dissymétrie des conditions de frottement lors d'un mouvement de translation. Une maquette expérimentale a été conçue et réalisée afin de vérifier le principe de fonctionnement et d'obtenir les caractéristiques de débit selon les conditions de fonctionnement et les différentes poudres utilisées.

Parmi les résultats obtenus, on peut insister en particulier sur :

- La forte influence de la nature de la poudre et en particulier de son diamètre sur les performances de transport obtenues ;
- La possibilité de contrôler le transport de la poudre par les vibrations US : ce sont leurs amplitudes qui caractérisent le débit pour une poudre donnée.

La simulation numérique nous a permis de valider de manière théorique les hypothèses faites dans la partie expérimentale.

Cette approche de transport ne satisfait pas cependant le cahier des charges initial demandé car elle ne s'affranchit pas de l'aspect basse fréquence du mouvement, facteur de détérioration des joints dans l'assemblage de tube ou dans les systèmes de fixation.

Par contre cette approche demeure intéressante pour améliorer le transport dans des conduites existantes, pour soulager les joints en diminuant l'amplitude basse fréquence ou pour assurer éventuellement un décolmatage.

Dans le Chapitre III, nous nous sommes intéressés aux conditions de propagation d'une onde progressive ; dans un milieu infini tout d'abord, ce qui a permis de rappeler un certain nombre de définitions et d'introduire la vitesse de transport d'un objet entraîné par les crêtes de vibration. Nous nous sommes ensuite intéressés au cas de la propagation d'onde dans un milieu fini, avec la notion d'onde réfléchie, cause de l'apparition dans la structure d'une onde stationnaire, peu propice au transport.



Deux approches ont alors été citées pour pallier le problème de stationnarité : l'une qui consiste à absorber l'onde réfléchie, l'autre qui consiste à exciter la structure entre deux modes de résonance consécutifs. La première solution passe par l'adaptation d'impédance de la structure à celle de l'absorbeur et de sa charge, ce qui la rend intrinsèquement peu robuste, et détériore également le bilan énergétique. La seconde, a donc retenu notre attention et nous avons donc cherché à décrire les différents modes mécaniques que nous pouvons obtenir dans une structure de type barre tout d'abord, puis dans une structure de type tube, plus adaptée au transport de poudre.

Dans les deux cas (barre excitée de façon transversale et tube excité de façon longitudinale), une modélisation analytique a été développée et a permis d'obtenir par simulation les déformées de la structure en fonction de la position et du temps.

Au niveau des conclusions, pour obtenir une onde progressive de qualité, avec un TOS le plus proche possible de 1, on doit pour la poutre, connaître avec précision d'une part la position où on doit appliquer les excitations, d'autre part la fréquence d'excitation qui doit se situer entre deux modes de résonance consécutifs de la poutre.

Dans le cas de l'onde progressive en longitudinale dans un tube, les positions de transducteurs sont les deux extrémités du tube.

Dans le Chapitre IV, nous avons montré les résultats obtenus avec les maquettes qui mettent en œuvre le principe de l'onde progressive. Ainsi, avec le principe de l'onde progressive en flexion pour des poutres, les résultats se sont avérés intéressants en terme de transport de poudre, avec des vitesses moyennes de déplacement avoisinant les 15mm/s dans le cas du corindon. Ces résultats sont en concordance avec les données présentées dans le Chapitre I concernant les forces d'adhésions. Un modèle grossier a été proposé, permettant de prévoir la vitesse de la poudre en fonction de l'amplitude vibratoire ; il met en évidence l'existence pour le corindon d'une vitesse seuil d'environ 7mm/sec, qu'il faut dépasser avant de voir la poudre se déplacer

Pour le principe de l'onde progressive en flexion sur une structure tubulaire, les résultats en terme de transport sont décevants. La difficulté du tube est donnée par la complexité de modes propres et aussi par un mauvais positionnement des transducteurs.

Ensuite on a réussi d'obtenir une onde progressive en utilisant les modes longitudinaux dans une structure tubulaire de grandes dimensions. Dans ce cas, on obtient une onde progressive de bonne qualité mais avec des amplitudes vibratoires très faibles qui permettent quand même un transport de poudre avec une vitesse comparable avec celle obtenue pour les maquettes onde progressive en flexion sur une poutre. D'ailleurs, le modèle grossier développé pour le corindon en flexion, s'applique également pour l'onde progressive en longitudinal.

Ces travaux ont donc amorcé l'étude sur le transport de poudre, mais ils n'ont pas permis de dégager une solution technologique vraiment convaincante. Des efforts doivent se poursuivre pour obtenir un débit important, invariablement selon le type de poudre transportée. Cela passera d'abord par une structure qui permette de propager les ondes progressives tout en permettant l'introduction de la poudre. De ce point de vue, les dispositifs utilisant les modes longitudinaux semblent les plus performants car les actionneurs se placent dans l'axe du tube. Des travaux supplémentaires sont néanmoins nécessaires afin

de rendre compatible les orifices d'entrée et de sortie avec l'onde progressive. Ensuite, un contrôle devra être implanté, afin de s'assurer de la qualité de l'onde progressive quelles que soient les conditions d'utilisation et d'améliorer ainsi la robustesse des dispositifs. Cela passe par une modélisation de la conversion d'énergie électrique en énergie mécanique, qu'il faudra ensuite contrôler. Enfin, il faudra déterminer des modèles plus rigoureux de l'interaction onde-progressive-poudre. L'approche globale que nous avons montrée dans notre modèle grossier nous semble prometteuse ; mais des essais supplémentaires sont à mener pour en confirmer les résultats. Surtout, cette étude devra également s'intéresser au rapport entre vitesse normale et vitesse tangentielle, qui permet de transporter la poudre dans les meilleures conditions. Ce rapport dépend en effet de la conception du dispositif, c'est un degré de liberté que nous n'avons pas pris en compte dans ces travaux.

# Bibliographie

- "4194A Impedance/Gain-Phase Analyzer." [2013] *Agilent, Site internet*, , <<http://cp.literature.agilent.com/litweb/pdf/5952-7841.pdf>> (Oct. 3, 2011).
- Ahmadi, G. [2013] "London - Van der Waals force," *Clarkson University*, <[http://web2.clarkson.edu/projects/crcd/me437/downloads/5\\_vanderWaals.pdf](http://web2.clarkson.edu/projects/crcd/me437/downloads/5_vanderWaals.pdf)> (Mar. 23, 2013).
- Alavi, R., and Zhou, Z. [2008] *Le transport de poudre. Rapport d'avant projet., IMA 4 EP, USTL - L2EP.*
- Amabili, M. [2008] *Nonlinear Vibrations and Stability of Shells and Plates*, Cambridge University Press.
- Arnold, R. N., and Warburton, G. B. [1949] "Flexural Vibrations of the Walls of Thin Cylindrical Shells Having Freely Supported Ends," *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 197, No.1049, pp. 238 - 256.
- Beaudoin, S., Jaiswal, R., and Kilroy, C. [2007] "A Theoretical and Experimental Study of Surface Forces in Adhesion of Particles to Thin Films," *Presentation*, Purdue University.
- Biet, M. [2007] "Conception et contrôle d'actionneurs électro-actifs dédiés à la stimulation tactile," *Thèse de doctorat*, Université des Sciences et Technologies de Lille 1.
- Biet, M., Giraud, F., and Lemaire-Semail, B. [2007] "Squeeze film effect for the design of an ultrasonic tactile plate," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, Vol. 57, No.12, pp. 2678-2688.
- Brown, R. [2007] "FITELLIPSE: Least squares ellipse fitting demonstration," *Mathworks, Site internet*, , <<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/15125-fitellipse-m/content/demo/html/ellipsedemo.html>> (Mar. 26, 2013).
- Bucher, I. [2004] "Estimating the ratio between travelling and standing vibration waves under non-stationary conditions," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 270, No.1-2, pp. 341-359.
- "Buses de transport pneumatique." [2013] *Alpha Automatismes, Site internet*, , <<http://www.alpha-automatismes.com/buses-de-transport-pneumatique.php>> (Jan. 13, 2013).
- Chitic, R. [2009] *Caractérisation et commandes d'actionneurs linéaires, Projet de fin d'études*, USTL - L2EP, Villeneuve D'Ascq, p. 55.

- Chitic, R., Béarée, R., Giraud, F., Lemaire-Semail, B., Favre, M., Tierce, P., and Jehanno, J. [2012] "Industrial equipment for Powder transportation using piezoelectric 'friction control' method," *ACTUATOR 2012*, Brême, Allemagne, pp. 198–201.
- Chitic, R., Béarée, R., Giraud, F., Lemaire-Semail, B., Favre, M., Tierce, P., and Jehanno, J. [2013] "Modeling of an Ultrasonic Powder Transportation System," *EPE 2013*, Lille, France.
- Chubb, E. C., Colgate, J. E., and Peshkin, M. A. [2009] "ShiverPad: A device capable of controlling shear force on a bare finger," *IEEE*, Salt Lake City, UT, USA, pp. 18–23.
- Condotta, R. [2005] "Coulabilité des poudres cohésives: mesures aux faibles contraintes, granulaires humides et application à une poudre industrielle.," *PhD thesis*, INP Toulouse.
- "Conveyor Belt Guide." [2013] *Conveyor belt guide*, *Site internet*, , <<http://conveyorbeltguide.com/ConveyorSafetyDevices.html>> (Jan. 23, 2013).
- "Convoyeur pneumatique." [2013] *Dynamic Air Conveying Systems*, *Site internet*, , <<http://www.dynamicair.com/pdf/worldcement.pdf>> (Jan. 13, 2013).
- Destoop, T. [1999] "Manutention pneumatique de produits en vrac," *Techniques de l'ingénieur Palettiseurs et manutention continue*, Vol. base documentaire: TIB122DUO., No.ref. article: ag7510.
- Devalan, P. [2012] "Vibrations des structures Systèmes discrets et poutres," *Techniques de l'ingénieur Calcul et modélisation en mécanique*, Vol. base documentaire: TIB178DUO., No.ref. article : bm5023.
- Dongming Sun, Wang, S., Hata, S., and Shimokohbe, A. [2009] "Vibration characteristics of a cylindrical shell with 25 $\mu$ m tickness fabricated by the rotating sputtering system," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, Vol. 56, No.3, pp. 622–630.
- "Élévateur à Godets." [2013] *Groupe 4B Setem*, *Site internet*, , <<http://www.go4b.fr/elevateur-a-godets.php>> (Jan. 23, 2013).
- "Elliptec Motor X15G." [2013] *Elliptec Resonant Actuator AG*, <<http://www.elliptec.com/robots.txt/produkte/motor-x15g/elliptec-motor-x15g.html>> (Jan. 12, 2013).
- Fanchon, J.-L. [2001] *Guide de mécanique*, Nathan.
- "Fluidisation Airlift." [2013] *Claudius Peters*, *Site internet*, , <<http://www.claudiuspeters.com/page/pneumaticconveying/99>> (Jan. 13, 2013).
- Giraud, F. [2002] "Modélisation Causale et commande d'un Actionneur piézo-électrique à Onde Progressive," *Thèse de doctorat*, Université des Sciences et Technologies de Lille 1, Villeneuve D'Ascq.
- Graff, K. F. [1991] *Wave motion in elastic solids*, Dover Publications, Inc., New York.
- Hamaker, H. C. [1937] "The London-Van der Waals attraction between spherical particles," *Physica*, Vol. 4, No.10, pp. 1058–1070.

- Hashimoto, Y., Koike, Y., and Ueha, S. [1998] "Transporting objects without contact using flexural traveling waves," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 103, No.6, pp. 3230–3233.
- Hernandez, C. [2010] "Réalisation d'une micropompe à actionnement piézoélectrique," *Thèse de doctorat*, Université Paris-Sud 11.
- Abu-Hilal, M. [2003] "Forced vibration of Euler-Bernoulli beams by means of dynamic Green functions," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 267, No.2, pp. 191–207.
- Hor, H. E., and Linz, S. J. [2005] "Model for transport of granular matter on an annular vibratory conveyor," *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, Vol. 2005, No.02, p. L02005.
- Israelachvili, J. [1991] *Intermolecular & Surfaces Forces*, Colloid Science, Academic Press.
- Jeong, S.-H., Kim, G.-H., Choi, S.-B., Park, J.-H., and Cha, K.-R. [2007] "A study on an object transport system using ultrasonics wave excitation," *J. Mech. Sci. Technol.*, Vol. 21, No.6, pp. 941–945.
- Kühne, U., and Fritsching, U. [2005] "Dosage of highly disperse powders by ultrasound agitated tube modules," *Powder Technology*, Vol. 155, No.2, pp. 117–124.
- Kuribayashi, M., Ueha, S., and Mori, E. [1985] "Excitation conditions of flexural traveling waves for a reversible ultrasonic linear motor," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 77, No.4, pp. 1431–1435.
- Loh, B.-G., and Ro, P. I. [2000] "An object transport system using flexural ultrasonics progressive waves generated by two-mode excitation," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, Vol. 47, No.4, pp. 994–999.
- Lu, X., Yang, S., and Evans, J. R. G. [2008] "Ultrasound-assisted microfeeding of fine powders," *Particuology*, Vol. 6, No.1, pp. 2–8.
- Mason, W. P. [1948] *Electromechanical Transducers and Wave Filters*, D. Van Nostrand Company, New York.
- Masuda, H., Higashitani, K., and Yoshida, H. [2006] *Powder Technology Handbook*, CRC Press.
- Matusaka, S., Yamamoto, K., and Masuda, H. [1996] "Micro-feeding of a fine powder using a vibrating capillary tube," *Advanced Powder Technology*, Vol. 7, No.2, pp. 141–151.
- Minikes, A., Gabay, R., Bucher, J., and Feldman, M. [2005] "On the sensing and tuning of progressive structural vibration waves," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol. 52, No.9, pp. 1565–1576.
- Mracek, M., and Wallaschek, J. [2005] "A system for powder transport based on piezoelectrically excited ultrasonic progressive waves," *Materials Chemistry and Physics*, Vol. 90, No.2-3, pp. 378–380.
- De Nanteuil, P.-L. [2008] *Dictionnaire encyclopédique du son*, EEA AUDIO VIDEO, DUNOD, Paris.
- Piecourt, E. [1995] "Caractérisation électromécanique et alimentation électronique des moteurs piézo-électriques," *Thèse de doctorat*, ENSEEIHT - INP, Toulouse.

- "Piezoelectric Ceramics." [2013] *Noliac Group, Site internet*, , <[http://www.noliac.com/Files/Billeder/02%20Standard/Ceramics/Noliac\\_CERamics\\_NCE\\_datasheet.pdf](http://www.noliac.com/Files/Billeder/02%20Standard/Ceramics/Noliac_CERamics_NCE_datasheet.pdf)> (Mar. 27, 2013).
- "Polytec - Controleur modulaire OFV5000." [2013] *Polytec, Site internet*, , <<http://www.polytec.com/fr/produits/vibrometres-laser/vibrometres-monopoints/systemes-modulables/ofv-5000-controleur-modulaire-de-vibrometre/>> (Oct. 3, 2011).
- "Polytec - tête optique OFV505." [2013] *Polytec, Site internet*, , <<http://www.polytec.com/fr/produits/vibrometres-laser/vibrometres-monopoints/systemes-modulables/tete-optique-vibrometre-ofv-50x/>> (Oct. 3, 2011).
- Sashida, T., and Kenjo, T. [1993] *An Introduction to Ultrasonic Motors*, Monographs in Electrical and Electronic Engineering, Clarendon Press, Oxford University Press.
- "Screw conveyors." [2013] *WAMGROUP®, Site internet*, , <<http://www.wamgroup.com/cgi-bin/literature/ES%200507.pdf>> (Jan. 23, 2013).
- "SinapTec." [2013] *SinapTec Technologie Ultrasons, Site internet*, , <<http://www.sinaptec.fr/>> (Apr. 4, 2013).
- "Sinex Industrie." [2013] *Sinex Industrie, Site internet*, , <[http://www.sinex-industrie.com/v1/images/stories/pdf/NC\\_01\\_04\\_en-fr.pdf](http://www.sinex-industrie.com/v1/images/stories/pdf/NC_01_04_en-fr.pdf)>.
- Sloot, E. M., and Kruyt, N. P. [1996] "Theoretical and experimental study of the transport of granular materials by inclined vibratory conveyors," *Powder Technology*, Vol. 87, No.3, pp. 203–210.
- Sun, D., Wang, S., Sakurai, J., Choi, K.-B., Shimokohbe, A., and Hata, S. [2010] "A piezoelectric linear ultrasonic motor with the structure of a circular cylindrical stator and slider," *Smart Mater. Struct.*, Vol. 19, No.4.
- Takano, T., and Tomikawa, Y. [1998] "Excitation of a progressive wave in a lossy ultrasonic transmission line and an application to a powder-feeding device," *Smart Mater. Struct.*, No.7, pp. 417–421.
- Takano, T., Tomikawa, Y., and Aoyagi, M. [2003] "Powder-feeding device using a new plastic pipe vibrating in flexural progressive waves," *WCU 2003*, Paris.
- Uchino, K. [1998] "Piezoelectric ultrasonic motors: overview," *Smart Materials and Structures*, Vol. 7, No.3, p. 273.
- Vloebergh, C. [2010] "Modélisation et optimisation d'actionneur piézoélectriques linéaires à onde progressive," *Thèse de doctorat*, Université catholique de Louvain, Louvain-la Neuve.
- Watanabe, T., and Fukui, S. [1995] "A method for controlling tactile sensation of surface roughness using ultrasonic vibration," pp. 1134 –1139 vol.1.
- Yamada, K., Nakagawa, T., and Nakamura, K. [1993] "Powder transportation by unidirectional ultrasound radiated from a pair of phase-shifted bending vibrators," *IEEE*, pp. 457–461 vol.1.

Yang, Y., and Li, X. [2003] "Experimental and analytical study of ultrasonic micro powder feeding," *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 36, No.11, pp. 1349–1354.





## Annexe A. Glossaire de termes

**Indépendance de design:** indépendance des performances globales du système vis-à-vis des variations dimensionnelles ou paramétriques des composants.

**Efficacité:** capacité du dispositif à transporter la poudre dans un mode proche des conditions idéales. On peut déterminer l'efficacité comme le rapport entre le débit réel et le débit théorique.

**Robustesse et fiabilité:**

a) robustesse: indépendance des performances globales du système vis-à-vis des variations des paramètres extérieurs au système: température, propriétés mécaniques de la poudre, humidité

b) fiabilité: aptitude du dispositif à accomplir une fonction requise dans des conditions données pour une période de temps donnée.

**Simplicité de la commande:** indice traduisant la facilité de mise en œuvre (nombre d'éléments) et de réglages (nombre des paramètres, méthodes...) de la commande du dispositif.

**Vidage complet:** capacité du dispositif à assurer une évacuation complète de la poudre (grammes de poudre par cm<sup>2</sup>).

**Indépendance par rapport à la température:** Conservation de l'efficacité du dispositif et maintien des propriétés de la poudre transportées face aux variations thermiques.

**Maintien de l'homogénéité:** pas de différences d'homogénéité entre l'entrée et la sortie du dispositif. L'homogénéité peut s'apprécier à l'uniformité des concentrations en tout point du mélange et à l'absence de structures ou micro-structures physiquement décelables, par exemple visuellement. L'homogénéité est proportionnelle à la finesse de la granulométrie des poudres.

**Coût:** se subdivise comme suit:

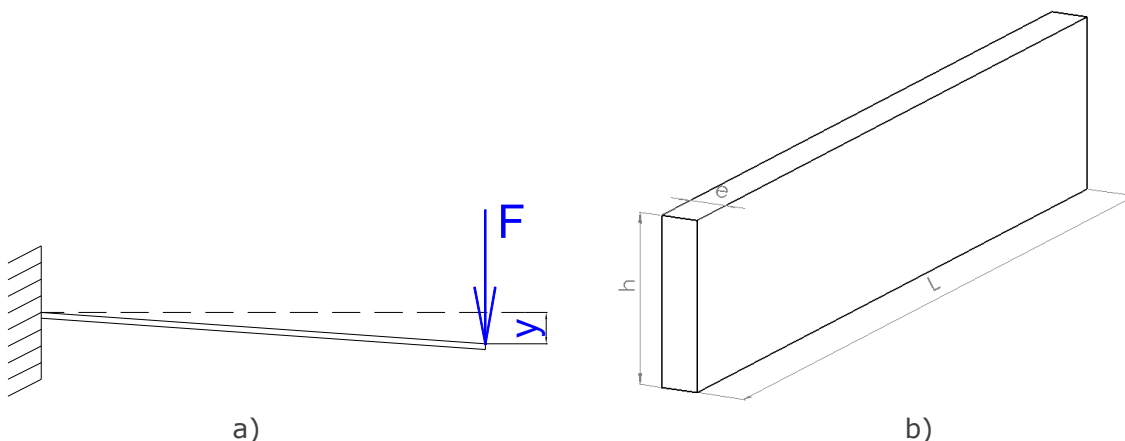
- a) coût initial:           - réalisation ;  
                                  - mise en œuvre de l'installation et réglage ;
- b) coût d'exploitation:   - énergie consommée par l'installation ;  
                                  - maintenance de l'installation.

## Annexe B.

# Solution frottement contrôlé

### B.1. Calcul de la longueur du pied

On commence avec la déformation d'une poutre encastree-libre obtenue sous l'action d'une force (Figure B.1. a).



a) *Poutre encastree-libre*; b) *Dimensions de la poutre*

La flèche obtenue en appliquant la force  $F$  est :

$$y = \frac{F \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I} \quad \text{B.1.1}$$

Où  $F$  est la force appliquée,  $L$  la longueur de la poutre,  $E$  le module du Young et  $I$  le moment inertiel.

On connaît la formule de calcul pour  $I$  :

$$I = \frac{h \cdot e^3}{12} \quad \text{B.1.2}$$

En utilisant les formules B.1.1 et B.1.2 on obtient :

$$y = \frac{4 \cdot F \cdot L^3}{E \cdot h \cdot e^3} \quad \text{B.1.3}$$

Comme les dimensions de la poutre sont constantes, on considère que :

$$F = k_{eq} \cdot y \quad \text{B.1.4}$$

où  $k_{eq}$  est une constante élastique équivalente :

$$k_{eq} = \frac{E \cdot h \cdot e^3}{4 \cdot L^3} \quad \text{B.1.5}$$

On souhaite que la poutre résonne à une valeur de fréquence  $f_0$  donc avec une pulsation  $\omega_0$ . Dans un point de vue mécanique, la pulsation s'écrit :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_T}{M}} \quad \text{B.1.6}$$

où  $k_T$  est la constante élastique d'un ressort et  $M$  la masse du système vibrant.

On considère que :

$$k_T = N \cdot k_{eq} = M \cdot \omega_0^2 \quad \text{B.1.7}$$

où  $N$  est le nombre de ressorts.

En utilisant les équations B.1.5 et B.1.7 on obtient :

$$k_{eq} = \frac{M \cdot \omega_0^2}{N} = \frac{E \cdot h \cdot e^3}{4 \cdot L^3} \quad \text{B.1.8}$$

Ensuite si on considère constants l'épaisseur et la largeur de la poutre on peut déterminer sa longueur :

$$L = \sqrt[3]{\frac{E \cdot N \cdot h \cdot e^3}{4 \cdot \omega_0^2 \cdot M}} \quad \text{B.1.9}$$

## B.2. Analyse modale de la poutre

Poutre L=500mm acier inoxydable

				Mode flexion			
Mode	F (Hz)	Mode	F (Hz)	Mode	F (Hz)	Mode	F (Hz)
1	0	41	6646.6	81	14586	121	22604
2	0	42	6658.4	82	14698	122	22642
3	0	43	6728.3	83	14737	<b>123</b>	<b>22852</b>
<b>4</b>	<b>13.459</b>	44	6789.9	84	15453	124	23112
<b>5</b>	<b>71.559</b>	45	6918.4	<b>85</b>	<b>15686</b>	125	23235
<b>6</b>	<b>178.09</b>	46	7137.4	86	15706	126	23640
7	190.32	47	7296.8	87	16289	127	23667
8	289.43	<b>48</b>	<b>7309.3</b>	88	16719	128	23853
<b>9</b>	<b>332.24</b>	49	7431.8	<b>89</b>	<b>16755</b>	<b>129</b>	<b>24119</b>
<b>10</b>	<b>533.36</b>	<b>50</b>	<b>7735.2</b>	90	17139	130	24583
11	591.42	51	7779.2	91	17335	131	24685
<b>12</b>	<b>780.21</b>	52	7994	<b>92</b>	<b>17655</b>	132	24965
13	913.33	53	8182.9	93	17759	133	25393
14	1001.5	<b>54</b>	<b>8341.3</b>	<b>94</b>	<b>17998</b>	<b>134</b>	<b>25459</b>
<b>15</b>	<b>1071.1</b>	55	8654.5	95	18008	135	25763
16	1256.2	56	8711.2	96	18250	136	26142
<b>17</b>	<b>1404</b>	57	8996.7	97	18332	137	26235
18	1616.2	<b>58</b>	<b>9061.6</b>	98	18441	138	26342
<b>19</b>	<b>1775.7</b>	59	9196.2	99	18600	139	26810
20	1994.4	60	9518.6	100	18800	140	26893
<b>21</b>	<b>2173</b>	61	9704.4	101	18881	141	27096
22	2376.1	<b>62</b>	<b>9920.7</b>	102	18915	142	27521
23	2413.7	63	10305	<b>103</b>	<b>19093</b>	143	27645
<b>24</b>	<b>2426.9</b>	64	10320	104	19105	144	28000
<b>25</b>	<b>2684.1</b>	<b>65</b>	<b>10757</b>	105	19425	145	28014
26	2824.3	66	10967	106	19777	<b>146</b>	<b>28260</b>
<b>27</b>	<b>3154.1</b>	67	11123	107	19789	147	28936
28	3273.6	<b>68</b>	<b>11630</b>	108	20023	148	29011
<b>29</b>	<b>3672.7</b>	69	11649	109	20217	149	29161
30	3751.6	70	11656	110	20282	150	29208
31	4213.7	71	12012	<b>111</b>	<b>20288</b>	<b>151</b>	<b>29699</b>
<b>32</b>	<b>4226.5</b>	72	12354	112	20697	152	29927
33	4307.9	<b>73</b>	<b>12460</b>	113	20731	153	30346
34	4806.1	<b>74</b>	<b>12868</b>	114	21160		
<b>35</b>	<b>4812</b>	75	12876	115	21289		
36	5376.1	76	13110	<b>116</b>	<b>21522</b>		
<b>37</b>	<b>5426.3</b>	<b>77</b>	<b>13629</b>	117	21645		
38	5973.7	78	13783	118	21816		
<b>39</b>	<b>6063.4</b>	79	13879	119	22385		
40	6464.7	80	14460	120	22482		

Tableau B.1.1 – Modes de flexion pour une en acier inoxydable, L=500mm

### B.3. Caractéristiques des poudres

Poudre	corindon	ciment	alumine $\Phi 30$ (SPM84)	alumine $\Phi 10$ (SPM95)
<b>Caractéristiques</b>				
<b>Densité absolue (kg/m<sup>3</sup>)</b>	3940	~3000	3900	3900
<b>Granulométrie</b>				
D10 ( $\mu\text{m}$ )	20	1.3	20	7
D50 <sup>1</sup> ( $\mu\text{m}$ )	50	17	30	10
D100 ( $\mu\text{m}$ )	80	57 (D90)	50	25

<sup>1</sup> – D50 – 50% de particules sur un volume de poudre donnée, ont un diamètre inférieur ou égal avec la valeur présentée dans le tableau.

Tableau B.3.1 – Caractéristiques principales des poudres utilisées

### B.4. Modèle mathématique du transport de poudre pour le principe du frottement contrôlé

```
function v_moy=friction_controle_v6(A, omega,t,HF, rho, mu,f, display)
% // A : amplitude de la vibration BF
% // omega : pulsation de la vibration BF
% // t:vecteur de temps
% // HF : vecteur des instants HF
% // HF=0: pas de HF; HF=1: HF
% // mu(1) -> HF 'OFF', mu(2) -> HF 'ON'
% // f(1) -> HF 'OFF', f(2) -> HF'ON'

% // constante
g=9.81;
Te=(t(length(t))-t(1))/(length(t));
eps_v=1e-5; % au dessous on considère que
% // initialisations
adherence = 1; %// aherence = 0 si glissement.
% // on définit les vecteurs vitesse
vi=0*t;
vabs=0*t;
x_barre= -A*cos(omega*t);
v_barre= A*omega*sin(omega*t);
a_barre= A*omega^2*cos(omega*t);
etat = 0*t;
old_fext=0;
%// définition de l'effort de la barre sur la poudre
F=0*t;
for i=1:length(t)
% // c'est parti
etat(i)=adherence;
% // on affecte les valeurs des grandeurs qui dépendent de HF
```

```

mu_s=mu(1)+(mu(2)-mu(1))*HF(i);
f_s=f(1)+(f(2)-f(1))*HF(i);
%   f_s=f(2);
%   // on résoud l'équation de la dynamique
if (l==adherence) %then
    vi(i)=0;
    vabs(i)=v_barre(i);
    F(i)=rho*a_barre(i); %S// car vabs=v_barre
    if (abs(F(i))>mu_s*rho*g) %then
        adherence=0;
    end
else
%   // ici, il y a un frottement sec et un frottement fluide
%   // on résoud dans le repere mobile pour plus de facilité
    if (vi(i-1)>0) %then
        f_ext=-rho*a_barre(i)-mu_s*rho*g; %// car le frottement dépend de
la vitesse!
    else
        f_ext=-rho*a_barre(i)+mu_s*rho*g;
    end
    vi(i)=1/(f_s+2*rho/Te)*(f_ext+old_fext+vi(i-1)*(2*rho/Te-f_s));
    vabs(i)=vi(i)+v_barre(i);
    F(i)=f_ext+rho*a_barre(i)-f_s*vi(i);
    old_fext=f_ext;
%   // doit on passer en adhérence.
    if (vi(i)*vi(i-1)<0) %then
        adherence=1;
        old_fext=0;
    end
end
end
aabs=[0 diff(vabs)/Te];
pabs=cumsum(vabs)*Te;
v_moy=mean(vabs);
save
('resultats.mat','etat','vi','pabs','vabs','aabs','F','x_barre','v_barre','a_b
arre','t')

```

Le fichier de données est:

```

t=0:1e-5:50e-3;   %période d'un cycle de transport
omega=2*pi*20;   %pulsation
HF=1*(1-sign(cos(omega*t)))/2;
rho=3900;        %densité

mu(1)=0.8; mu(2)=0.01557;   %valeurs pour les coeff de frottement sec avec US
et sans US
f(1)=2000000; f(2)=297700;   %valeurs pour le coeff de frottement fluide avec
Us et sans US
A=0:0.2e-4:4e-4;           %amplitude BF
for k=1:length(A)
    v_moy(k)=friction_controle_v6(A(k),omega,t,HF,rho,mu,f,0);
end

```

# Annexe C. Modèle mathématique de l'onde progressive en flexion

La vibration transversale d'une poutre Euler-Bernoulli est donnée par l'équation différentielle [Abu-Hilal 2003] :

$$E \cdot I \cdot w'''' + \mu \cdot \ddot{w} + r_a \cdot \dot{w} + r_i \cdot w'''' = p(x, t) \quad \text{C.1.1}$$

Où  $\mu$  – la masse linéique de la poutre

$r_a$  – e coefficient d'amortissement externe

$r_i$  – le coefficient d'amortissement interne

$p(x, t)$  – la charge linéique de la poutre dans le point  $x$  et moment  $t$ .

Une apostrophe représente la différentielle en fonction de la position  $x$ , et un point la différentielle en fonction du temps  $t$ .

On considère que  $p(x, t)$  est une charge concentrée qui impose un mouvement harmonique de pulsation  $\omega$  de la poutre. La formule est :

$$p(x, t) = f(x)e^{i\omega t} = \delta(x - \xi)F_0e^{i\omega t} \quad \text{C.1.2}$$

Où  $\delta(x-\xi)$  – la fonction Dirac delta

$\xi$  – la position où on impose la force  $p(x, t)$

$F_0$  – amplitude de la force.

On impose que la solution de l'équation (C.1.1), ait la forme suivante :

$$w(x, t) = X(x) \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad \text{C.1.3}$$

En remplaçant la solution (C.1.3) dans l'équation (C.1.1) et divisant par  $e^{i\omega t}$  on obtient :

$$X'''' - k^4 \cdot X = \frac{f(x)}{(E \cdot I + i \cdot r_i \cdot \omega)} \quad \text{C.1.4}$$

où

$$k^4 = \frac{\mu \cdot \omega^2 - i \cdot r_a \cdot \omega}{E \cdot I + i \cdot r_i \cdot \omega} \quad \text{C.1.5}$$

La solution de l'équation (C.1.4) peut s'écrire sous la forme :

$$X(x) = \int_0^L f(\xi) \cdot G(x, \xi) \cdot d\xi \quad \text{C.1.6}$$

où  $L$  est la longueur de la poutre et  $G(x, \xi)$  la fonction Green qui doit être déterminée.

Pour résoudre l'équation (C.1.4) on va utiliser la transformée de Laplace et on va obtenir :

$$\hat{X}(s) = \frac{1}{s^4 - k^4} \cdot \left[ \frac{e^{-s \cdot \xi}}{E \cdot I + i \cdot r_i \cdot \omega} + s^3 \cdot X(0) + s^2 \cdot X'(0) + s \cdot X''(0) + X'''(0) \right] \quad \text{C.1.7}$$

où  $X(0)$ ,  $X'(0)$ ,  $X''(0)$  et  $X'''(0)$  sont les valeurs de la fonction  $X$  et de ses dérivées dans le point  $x=0$ . Pour une poutre avec conditions aux limites homogènes, seulement deux des quatre conditions sont connues, les deux autres seront laissées comme paramètres pouvant être déterminés en appliquant les conditions limites en  $x=L$  dans l'équation de la transformée inverse.

La transformée inverse de l'équation (C.1.7) est :

$$X(x, \xi) = \frac{\Phi_4(x - \xi) \cdot u(x - \xi)}{k^3 \cdot (E \cdot I + i \cdot r_i \cdot \omega)} + X(0) \cdot \Phi_1(x) + \frac{X'(0)}{k} \cdot \Phi_2(x) + \frac{X''(0)}{k^2} \cdot \Phi_3(x) + \frac{X'''(0)}{k^3} \cdot \Phi_4(x) \quad \text{C.1.8}$$

où  $u(x)$  est la fonction unitaire et

$$\begin{aligned} \Phi_1(x) &= \frac{1}{2} \cdot (\cosh(kx) + \cos(kx)) & \Phi_2(x) &= \frac{1}{2} \cdot (\sinh(kx) + \sin(kx)) \\ \Phi_3(x) &= \frac{1}{2} \cdot (\cosh(kx) - \cos(kx)) & \Phi_4(x) &= \frac{1}{2} \cdot (\sinh(kx) - \sin(kx)) \end{aligned} \quad \text{C.1.9}$$

En sachant que :

$$\begin{aligned} \Phi_1' &= k\Phi_4 & \Phi_1'' &= k^2\Phi_3 & \Phi_1''' &= k^3\Phi_2 \\ \Phi_2' &= k\Phi_1 & \Phi_2'' &= k^2\Phi_4 & \Phi_2''' &= k^3\Phi_3 \\ \Phi_3' &= k\Phi_2 & \Phi_3'' &= k^2\Phi_1 & \Phi_3''' &= k^3\Phi_4 \\ \Phi_4' &= k\Phi_3 & \Phi_4'' &= k^2\Phi_2 & \Phi_4''' &= k^3\Phi_1 \end{aligned} \quad \text{C.1.10}$$

On obtient que :



$$\begin{aligned}
 X'(x, \xi) &= \frac{\Phi_3(x - \xi)}{k^2(EI + ir_1\omega)} + kX(0)\Phi_4(x) + X'(0)\Phi_1(x) + \frac{X''(0)}{k}\Phi_2(x) + \frac{X'''(0)}{k^2}\Phi_3(x) \\
 X''(x, \xi) &= \frac{\Phi_2(x - \xi)}{k(EI + ir_1\omega)} + k^2X(0)\Phi_3(x) + kX'(0)\Phi_4(x) + X''(0)\Phi_1(x) + \frac{X'''(0)}{k}\Phi_2(x) \quad \text{C.1.11} \\
 X'''(x, \xi) &= \frac{\Phi_1(x - \xi)}{(EI + ir_1\omega)} + k^3X(0)\Phi_2(x) + k^2X'(0)\Phi_3(x) + kX''(0)\Phi_4(x) + X'''(0)\Phi_1(x)
 \end{aligned}$$

En combinant les équations (C.1.8) et (C.1.11) on obtient :

$$\begin{bmatrix} \Phi_1(L) & \frac{\Phi_2(L)}{k} & \frac{\Phi_3(L)}{k^2} & \frac{\Phi_4(L)}{k^3} \\ k \cdot \Phi_4(L) & \Phi_1(L) & \frac{\Phi_2(L)}{k} & \frac{\Phi_3(L)}{k^2} \\ k^2 \cdot \Phi_3(L) & k \cdot \Phi_4(L) & \Phi_1(L) & \frac{\Phi_2(L)}{k} \\ k^3 \cdot \Phi_2(L) & k^2 \cdot \Phi_3(L) & k \cdot \Phi_4(L) & \Phi_1(L) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X(0) \\ X'(0) \\ X''(0) \\ X'''(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X(L) - f_1(\xi) \\ X'(L) - f_2(\xi) \\ X''(L) - f_3(\xi) \\ X'''(L) - f_4(\xi) \end{bmatrix} \quad \text{C.1.12}$$

où

$$\begin{aligned}
 f_1(\xi) &= \frac{\Phi_4(L - \xi)}{k^3 \cdot (E \cdot I + i \cdot r_1 \cdot \omega)} & f_2(\xi) &= \frac{\Phi_3(L - \xi)}{k^2 \cdot (E \cdot I + i \cdot r_1 \cdot \omega)} \\
 f_3(\xi) &= \frac{\Phi_2(L - \xi)}{k \cdot (E \cdot I + i \cdot r_1 \cdot \omega)} & f_4(\xi) &= \frac{\Phi_1(L - \xi)}{E \cdot I + i \cdot r_1 \cdot \omega}
 \end{aligned} \quad \text{C.1.13}$$

Les conditions aux extrémités pour une poutre libre-libre sont :

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2X(0)}{dx^2} = \frac{d^3X(0)}{dx^3} = 0 \\
 \frac{d^2X(L)}{dx^2} = \frac{d^3X(L)}{dx^3} = 0
 \end{aligned} \quad \text{C.1.14}$$

En remplaçant l'équation (C.1.14) dans l'équation (C.1.12) on obtient :

$$\begin{bmatrix} k^2 \cdot \Phi_3(L) & k \cdot \Phi_4(L) \\ k^3 \cdot \Phi_2(L) & k^2 \cdot \Phi_3(L) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X(0) \\ X'(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\Phi_2(L - \xi)}{k \cdot (E \cdot I + i \cdot r_1 \cdot \omega)} \\ -\frac{\Phi_2(L - \xi)}{E \cdot I + i \cdot r_1 \cdot \omega} \end{bmatrix} \quad \text{C.1.15}$$

Après la résolution de cette équation et l'introduction de résultats dans l'équation (C.1.8), on peut déterminer la fonction Green pour une poutre libre-libre :

$$G(x, \xi) = C \cdot \Phi_4(x - \xi) \cdot u(x - \xi) + C \cdot [g_{23}(\xi) \cdot \Phi_2(x) + g_{24}(\xi) \cdot \Phi_1(x)] \quad \text{C.1.16}$$

avec

$$C = \frac{1}{k^3 \cdot (E \cdot I + i \cdot r_i \cdot \omega)} \quad \text{C.1.17}$$

$$g_{23}(\xi) = \frac{\Phi_2(L) \cdot \Phi_2(L - \xi) - \Phi_3(L) \cdot \Phi_1(L - \xi)}{\Phi_3^2(L) - \Phi_2(L) \cdot \Phi_4(L)} \quad \text{C.1.18}$$

$$g_{24}(\xi) = \frac{\Phi_4(L) \cdot \Phi_1(L - \xi) - \Phi_3(L) \cdot \Phi_2(L - \xi)}{\Phi_3^2(L) - \Phi_2(L) \cdot \Phi_4(L)}$$

En remplaçant l'équation (C.1.16) dans l'équation (C.1.6) et ensuite dans l'équation (C.1.3) on obtient la déformation subite par la poutre sous l'action d'une charge concentrée imposée dans la position  $\xi$  :

$$w(x, t) = F_0 \cdot C \cdot [g_{23}(\xi) \cdot \Phi_2(x) + g_{24}(\xi) \cdot \Phi_1(x)] \cdot e^{i\omega t} \quad \text{C.1.18}$$