

Modélisation Causale et Commande d'un Actionneur piézo-électrique à Onde Progressive

THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 9 Juillet 2002

pour l'obtention du

Doctorat de l'Université Lille I

(Spécialité Génie Électrique)

par

Frédéric Giraud

Composition du jury

Président : Paul Gonnard

Rapporteurs : Luc Loron
Bertrand Nogarède

Examineurs : Jean-Thierry Audren
Jean-Paul Hautier
Betty Semail

Mis en page avec la classe thloria.

Remerciements

Ce mémoire concrétise trois années de thèse passées au sein de l'équipe commande du L2EP, d'abord dans les locaux de l'école centrale de Lille, puis dans ceux de l'actuelle Polytech'Lille. Je tiens à exprimer ici ma plus profonde reconnaissance aux personnes qui, par l'intérêt qu'ils ont porté au sujet, ou les moyens qu'ils ont mis à ma disposition, ont rendu possible l'achèvement de ce travail.

Je remercie donc monsieur Jean-Paul Hautier, directeur du *I2EP*, pour son accueil et son apport scientifique à ces travaux.

Je remercie également Mme Betty Semail, professeur à l'école Polytech'Lille pour avoir partagé mes efforts, jusque dans la rédaction de ce mémoire ; sans son aide précieuse, cette thèse n'aurait simplement pas abouti.

- Messieurs Luc Loron et Bertrand Nogarède pour avoir accepté d'être rapporteur de ce mémoire ; leurs remarques de fond et leurs critiques pertinentes m'ont amené à reconsidérer certains aspects de ce travail.
- Monsieur Paul Gonnard pour avoir accepté la présidence de ce jury
- Monsieur Jean-Thierry Audren, Chef de produit, direction technique de la SAGEM, qui en participant à ce jury, montre l'intérêt qu'il a porté à notre activité tandis qu'elle était naissante.

Leur participation me fait honneur.

J'ai beaucoup apprécié l'aide et la disponibilité de Christophe Rymek, Pierre Lantoine et Xavier Cimetière, personnel de l'École Centrale de Lille, ainsi que de Thierry Flamen et Daniel Montignies, de Polytech'Lille qui m'ont permis de mettre au point la partie expérimentale de ce travail.

Je remercie aussi mes proches, Thomas, François, gery, James et Béné, Virgine, Anouck, Hugues, Clément et les autres pour leur chaleur et leurs encouragements.

Je tiens enfin à remercier Odile, qui partage ma vie, mes parents et ma famille ; leur soutien n'a pas failli, c'était une source supplémentaire d'énergie.

A Henri...

Table des matières

Glossaire	vii
Introduction générale	1
1 État de l'art.	3
1.1 Introduction.	3
1.2 Effet Piézo-électrique.	3
1.2.1 De la piézo-électricité.	3
1.2.2 Les matériaux piézo-électriques.	4
1.2.3 Couplages piézo-électriques.	6
1.3 Les différents types de conversion d'énergie.	12
1.3.1 Généralités.	12
1.3.2 Les nano-positionneurs.	12
1.3.3 Moteurs à adhérence.	13
1.3.4 Les moteurs à vitesse de glissement.	14
1.3.5 Conclusion sur les différents types de conversion.	17
1.4 Constitution et caractéristiques mécaniques du moteur à onde progressive <i>USR60</i> .	17
1.4.1 Constitution du stator.	18
1.4.2 Constitution du rotor.	19
1.4.3 Caractéristiques du moteur piézo-électrique à onde progressive.	20
1.5 Les modèles des moteurs à onde progressive.	22
1.5.1 Le schéma électrique équivalent.	22
1.5.2 Le modèle "hybride".	24
1.6 Les commandes classiques des moteurs à onde progressive.	26
1.6.1 Réglage du régime permanent.	26
1.6.2 Contrôle des ondes stationnaires.	28
1.7 Conclusion.	29

2	Modèle causal du moteur piézo-électrique.	31
2.1	Introduction.	31
2.2	Modélisation d'un Moteur Piézo-électrique dans le repère α, β	31
2.2.1	Hypothèses et notations.	32
2.2.2	Propagation d'une onde progressive.	34
2.2.3	Équation de la masse vibrante.	38
2.2.4	Calcul des forces de réaction modales.	44
2.2.5	Équation de la dynamique appliquée au rotor réel	46
2.2.6	Liaison rotor idéal-rotor réel	46
2.2.7	Prise en compte de la répartition du contact	47
2.2.8	Modélisation par graphe informationnel causal	50
2.2.9	Comparaison du modèle GIC avec un modèle de référence	51
2.3	Phaseurs complexes du MPE	56
2.3.1	Définition d'un phaseur complexe	57
2.3.2	Phaseurs complexes associés au MPE.	57
2.3.3	Représentation du régime permanent.	58
2.4	Modélisation dans le repère tournant de l'onde progressive.	61
2.4.1	Modèle complet.	61
2.4.2	Simplification du modèle.	64
2.5	conclusion	65
3	Identification du moteur piézo-électrique à onde progressive.	67
3.1	Introduction	67
3.2	Identification et non-linéarités.	67
3.3	Considérations générales.	70
3.4	Identification de N	71
3.5	Identification des paramètres structurels du stator.	72
3.5.1	Essais du régime permanent	72
3.5.2	Essais du régime transitoire	74
3.6	Identification de h	76
3.7	Identification de la liaison rotor-idéal rotor réel.	77
3.8	Identification de ϵ	78
3.9	Conclusion	80

4	Commande en couple du moteur MPE à onde progressive.	81
4.1	Introduction	81
4.2	Principe de l'inversion du GIC.	81
4.3	Stratégies de commande.	82
4.3.1	Inversion de la voie q	82
4.3.2	Inversion de la voie d	84
4.4	Autopilotage du MPE.	89
4.4.1	Réalisation de l'autopilotage	89
4.4.2	Réalisation du déphaseur.	90
4.4.3	Fonctionnement du moteur autopiloté.	93
4.5	Asservissement de la hauteur de l'onde \hat{W}	100
4.5.1	Estimation de \hat{W}	100
4.5.2	Fonction de transfert en boucle ouverte.	101
4.5.3	Réglage de l'asservissement.	102
4.5.4	Résultats expérimentaux	105
4.6	Asservissement du couple.	105
4.6.1	Correcteur de couple.	108
4.6.2	Application à un système à retour d'effort.	108
4.7	Conclusion	111
	Conclusion générale.	113
	Bibliographie	117
	Annexes	121
A	Calcul des énergies du stator	121
A.1	Introduction	121
A.2	Calcul de l'énergie cinétique.	122
A.3	Calcul de l'énergie potentielle élastique.	123
A.4	Calcul de l'énergie électrique.	126
B	Comparaison MPE-MCC	129
C	Constitution du moteur Shinsei USR60	131

Glossaire

Variables du GIC du MPE

v_α, v_β	Tensions d'alimentation par phase de MPE
$i_{m\alpha}, i_{m\beta}$	Courants motionnels
f_α, f_β	Efforts piézo-électriques
$f_{r\alpha}, f_{r\beta}$	Forces de réaction modales
$f_{e\alpha}, f_{e\beta}$	Efforts élastiques du stator
$f_{f\alpha}, f_{f\beta}$	Efforts de frottement du stator
w_α, w_β	Amplitudes des deux ondes stationnaires
θ_c	Position angulaire du point de contact
Rotor idéal	Rotor fictif, en contact avec le stator et le rotor, de masse nulle Les conditions de contact sont parfaites entre ce rotor et le stator
V_{Nid}, V_{Tid}	Projections respectivement sur l'axe normal et tangentiel de la vitesse linéaire du point appartenant au stator, en contact avec le rotor idéal
Ω_{id}	Vitesse de rotation du rotor idéal
V_N, F_N	Resp. vitesse linéaire du rotor projetée sur l'axe normal et effort axial
Ω_c, C	Resp. vitesse de rotation du rotor et couple sur l'arbre
F_T	Effort tangentiel appliqué au point de contact
F'_T, F'_N	Efforts déduits des modulateurs R_{m1} et R_{m3}
V'_{Nid}, V'_{Tid}	Vitesses idéales calculées à partir de R_W
C_r, F_τ	Resp. couple de charge et effort presseur
\hat{W}	Amplitude de l'onde progressive

Constantes du système

m	Masse vibrante du stator
c	Raideur du stator
d_s	Coefficient de frottement statorique
k	Nombre de pôles statoriques
h	Position du plan neutre
b	Rayon au point de contact du stator
K	Raideur de la liaison entre le rotor idéal et le rotor
f_0	Coefficient de frottement entre le rotor idéal et le rotor
ε	Coefficient de prise en compte de la répartition du contact

Relations intervenant dans le GIC du MPE

$$\begin{array}{llll}
 \mathbf{R}_{\alpha 1}: f_{\alpha} = N v_{\alpha} & \mathbf{R}_{\beta 1}: f_{\beta} = N v_{\beta} & \mathbf{R}_{\alpha 2}: i_{m\alpha} = N \dot{w}_{\alpha} & \mathbf{R}_{\beta 2}: i_{m\beta} = N \dot{w}_{\beta} \\
 \mathbf{R}_{\alpha 3}: f_{e\alpha} = c \int \dot{w}_{\alpha} & \mathbf{R}_{\beta 3}: f_{e\beta} = c \int \dot{w}_{\beta} & \mathbf{R}_{\alpha 4}: f_{f\alpha} = d_s \dot{w}_{\alpha} & \mathbf{R}_{\beta 4}: f_{f\beta} = d_s \dot{w}_{\beta} \\
 \mathbf{R}_{\alpha 5}: m \dot{w}_{\alpha} = \int (f_{\alpha} - f_{r\alpha} - f_{e\alpha} - f_{f\alpha}) & & \mathbf{R}_{\beta 5}: m \dot{w}_{\beta} = \int (f_{\beta} - f_{r\beta} - f_{e\beta} - f_{f\beta}) & \\
 \mathbf{R}_{\alpha 6}: w_{\alpha} = \int \dot{w}_{\alpha} & \mathbf{R}_{\beta 6}: w_{\beta} = \int \dot{w}_{\beta} & \mathbf{R}_7: k\theta_c = \text{atan}\left(\frac{w_{\alpha}}{w_{\beta}}\right) & \\
 \mathbf{R}_{m11}: V'_{Tid} = k \frac{h}{b} V_{Tid} & \mathbf{R}_{m12}: F'_T = k \frac{h}{b} F_T & \mathbf{R}_{m21}: \Omega_{id} = \frac{1}{b} V'_{tid} & \mathbf{R}_{m22}: F_T = \frac{1}{b} C \\
 \mathbf{R}_8: m_R \frac{dV_N}{dt} + d_z V_N = F_N - F_{\tau} & & \mathbf{R}_9: J \frac{d\Omega}{dt} = C - C_r & \\
 \mathbf{R}_{CN}: F_N = K \int (V_{Nid} - V_N) & & \mathbf{R}_{CT}: C = f_0(\Omega_{id} - \Omega) \text{ pour } C < C_{max} &
 \end{array}$$

Introduction générale

La part des automatismes électriques dans les systèmes mécaniques est sans cesse croissante. Une assistance est de plus en plus souvent proposée aux usagers au cours de leurs manipulations quotidiennes. L'énergie électrique, grâce à sa propreté et sa facilité de mise en œuvre, est alors la source principale d'énergie. L'industrie automobile, par exemple, développe de nouvelles fonctionnalités qui améliorent le confort du conducteur : rétroviseurs électriques, appuies têtes commandés, conduite assistée... Ce sont aussi les équipementiers de l'avionique qui tentent de remplacer les actuels vérins hydrauliques par des actionneurs électriques [1] [2].

Dans ce contexte, où la discrétion sonore, l'encombrement réduit et les bonnes performances dynamiques des actionneurs sont appréciées, l'actionneur piézo-électrique à onde progressive trouve sa place. Ces moteurs se caractérisent en effet par un couple massique important, des performances fort couple - basse vitesse, qui permettent de supprimer le réducteur dans les assemblages mécaniques, et enfin, une alimentation à fréquence ultrasonore (de l'ordre de 40kHz) qui leur confère la discrétion acoustique voulue [3] [4].

Cependant, les phénomènes non linéaires qui caractérisent leur fonctionnement mettent un frein à leur utilisation et à leur développement, en dépit d'une fabrication en passe d'être maîtrisée. L'alimentation et le contrôle de ces automatismes soulèvent en effet des problèmes liés à la nature capacitive de leur impédance et à la précision des modèles qui leur sont associés. Dans ces conditions, pour assurer le contrôle de l'actionneur en couple, vitesse ou position, tout en considérant leurs problèmes de non-linéarités, deux stratégies sont envisageables. La première consiste à utiliser, à partir d'un modèle simple de l'actionneur, des outils de commande non linéaires, tels que les réseaux de neurones ou la logique floue [5] [6]. La seconde approche repose sur une connaissance approfondie de l'actionneur, qui débouche sur l'obtention d'un modèle non-linéaire, fidèle à son comportement réel. Cependant, si la fiabilité du modèle va de pair avec sa complexité, la démarche risque d'aboutir à l'élaboration d'une loi de commande non implantable en temps réel.

C'est donc la question de la modélisation qui se pose au travers de ces considérations. C'est pour tenter d'y répondre que ce travail a été entrepris ; il se base sur une démarche rationalisée, déjà appliquée sur les machines électromagnétiques classiques.

Cette démarche consiste en un premier temps, à établir un modèle apte à générer les lois de commande de l'actionneur. Des hypothèses sont faites, en particulier au niveau de l'interface stator-rotor, afin de simplifier les équations de fonctionnement. Certes, le modèle ainsi créé s'éloigne des modèles concepteurs décrivant précisément le fonctionnement du moteur. Mais comme le montrent les validations expérimentales, il permet de prendre en compte le comportement essentiel de l'actionneur. Un Graphe Informationnel Causal est ensuite établi, afin de mettre en évidence les transferts et conversions d'énergie au sein de l'alimentation. L'inversion de ce graphe permet de connaître la structure de la commande.

La modélisation du moteur piézo-électrique (MPE) est ainsi établie au cours du deuxième chapitre. Son graphe informationnel causal initialement écrit dans un repère fixe lié au stator est établi dans le repère tournant de l'onde progressive, permettant de montrer un découplage des actions sur les voies d et q . Par ailleurs, l'analyse du régime permanent sera effectuée par l'utilisation de phaseurs complexes.

Ensuite, un protocole expérimental permettant de déterminer les paramètres du moteur sera mis en place au troisième chapitre. Nous verrons alors comment s'affranchir de l'effet de certaines non linéarités, qui peuvent entacher d'erreur les mesures, et ainsi fausser l'identification de l'actionneur.

Le quatrième et dernier chapitre traite de la commande en couple d'un MPE. Différentes stratégies de contrôle sont obtenues par inversion du graphe causal. Leurs avantages et inconvénients sont discutés. Parmi celles-ci, nous choisissons de mettre en œuvre expérimentalement celle qui confère la robustesse du contrôle par rapport aux variations de la fréquence de résonance du moteur. L'autopilotage de l'actionneur permet en effet de ne pas imposer sa fréquence d'alimentation, lui laissant ainsi une possibilité d'adaptation. Nous testerons cette commande sur un dispositif à retour d'effort, car il s'agit là d'une application à faible vitesse et où les exigences en matière de réponse en couple sont élevées. Il s'agit de faire fonctionner l'actionneur en moteur et en frein, ce qui constitue un bon test pour la loi de commande élaborée.

Mais avant cela, nous proposons un état de l'art qui vise à rappeler les structures d'actionneurs piézo-électriques et de les classer, avant de décrire plus en détail le moteur à onde progressive.

Chapitre 1

État de l'art.

1.1 Introduction.

Ce chapitre débute par une description de l'effet piézo-électrique et des équations associées : nous mettrons en avant le principe de conversion électromécanique par l'étude d'un exemple simple.

Puis, nous montrons les principes mis en œuvre pour tirer parti de cette conversion dans les actionneurs piézo-électriques ; nous proposons alors une classification des différentes structures d'actionneur, qui permet de comparer entre eux des moteurs existants, aux caractéristiques différentes.

Enfin, nous nous intéressons de près au moteur USR60. Des essais en régime permanent ont été menés, ils mettent en avant les grandeurs de réglage de ce moteur. Les différents modèles développés sont présentés, tandis qu'un état de l'art des structures de contrôle est établi.

1.2 Effet Piézo-électrique.

1.2.1 De la piézo-électricité.

Les qualités piézo-électriques du quartz furent pressenties au milieu du XIX^e siècle à la suite des travaux précurseurs de l'abbé René Just Haüy. Ce fondateur de la cristallographie a en effet par ses observations de la matière (étude systématique de la morphologie générale des cristaux) apporté de grandes connaissances au niveau de la géométrie atomique des cristaux et participé à en déterminer des lois structurales.

" L'effet direct " de la piézo-électricité sera mis en évidence par Pierre Curie et son frère Paul Jacques Curie à Paris en 1880 ; le mot piézo-électrique tiré du grec " piézo " veut dire pression.

Cette découverte attira immédiatement l'attention des scientifiques : le français Gabriel Lippmann (1845-1921), Prix Nobel de physique en 1908 et inventeur de la photographie couleur, démontra de son côté quelques années plus tard que le phénomène était réversible ; ainsi si des signaux électriques sont appliqués sur le cristal, celui-ci se dilate et se contracte dans une certaine direction, sa résonance mécanique favorisant les vibrations à une fréquence donnée. C'est grâce à cette dernière propriété que le quartz a atteint une telle notoriété.

Wilhelm Gottlieb Hankel, William Thomson (lord Kelvin) et surtout Woldemar Voigt participèrent à ces recherches et la théorie du phénomène était, à la fin du XIXe siècle, presque complètement établie.

C'est lors de la guerre de 1914-1918 que la piézo-électricité entra dans le champs des applications pratiques avec Paul Langevin et l'apparition du sonar. Le premier oscillateur électronique stabilisé par un cristal de quartz sera réalisé par Walter G. Cady en 1918. Ce dernier établit le schéma électrique équivalent du résonateur piézo-électrique. L'utilisation de l'électronique associée à ces effets piézo-électriques permit la génération de fréquences électriques, donc d'échelles de temps, extrêmement stables ; c'est ainsi que dans les années trente les irrégularités de rotation de la Terre ont pu être démontrées.

1.2.2 Les matériaux piézo-électriques.

L'effet piézo-électrique **direct** traduit l'aptitude de quelques matériaux à se polariser sous l'application d'un effort mécanique, la charge électrique apparaissant à leur surface étant proportionnelle à la contrainte exercée.

Ce phénomène est réversible, c'est à dire qu'il est possible d'obtenir pour ces même matériaux des déformations lorsqu'on les soumet à un champ électrique : c'est l'effet **inverse**.

Tous les matériaux ne sont pas piézo-électriques, et seuls les cristaux ne présentant pas de centre de symétrie en possèdent les caractéristiques. Il en résulte d'ailleurs un axe privilégié d'apparition des charges électriques qui est appelé direction de polarisation. Ceci est illustré figure 1.1 et 1.2. Dans le premier cas (figure 1.1) le cristal est centro-symétrique et l'application d'une contrainte, si elle engendre une déformation du matériau, n'induit pas de déplacement des barycentres positif et négatif, si bien qu'aucune polarisation n'apparaît.

Dans le second cas, (figure 1.2), la déformation entraîne un déplacement des barycentres, et une polarisation électrique P_o apparaît alors.

De tels solides sont peu nombreux à l'état brut, le plus connu étant le Quartz. Mais on élabore depuis les années quarante des matériaux piézo électriques de synthèse, sous forme de céramique.

En réalité, qu'ils soient d'origine synthétique ou naturelle, ces matériaux ne présentent que peu ou pas de polarisation naturelle à l'échelle macroscopique. En effet, le matériau ne peut pas être homogène, mais est constitué de grains ; et si on étudie une vue en coupe d'une céramique par exemple, on voit apparaître des domaines dont la polarisation occupe une direction propre, mais différente des domaines voisins. A l'état naturel, les polarisations sont orientées de manière aléatoire, et leur somme est nulle. C'est pourquoi, le processus de fabrication de ces matériaux doit faire apparaître une phase de polarisation [7]. Pour cela, on soumet l'échantillon à un champ électrique intense (de l'ordre de 40 à $100Vmm^{-1}$), forçant les domaines à orienter leur polarisation selon une direction privilégiée. Les grains aux polarisations aléatoires donnent un caractère fortement anisotrope à la matière, si bien que les caractéristiques dépendent de la direction d'application des champs ou des efforts extérieurs.

Si des lamelles de Quartz sont encore utilisées pour la fabrication de résonateur en électronique, les matériaux utilisés pour les actionneurs sont eux à base d'alliage de titanozirconate de plomb. D'un point de vue quantitatif, les déformations sont de l'ordre de $400pm$ sous une tension de $1V$.

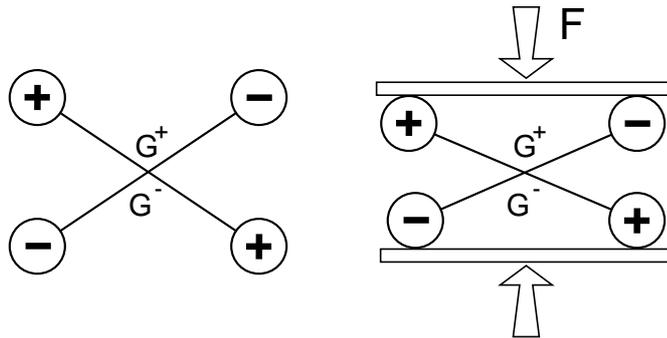
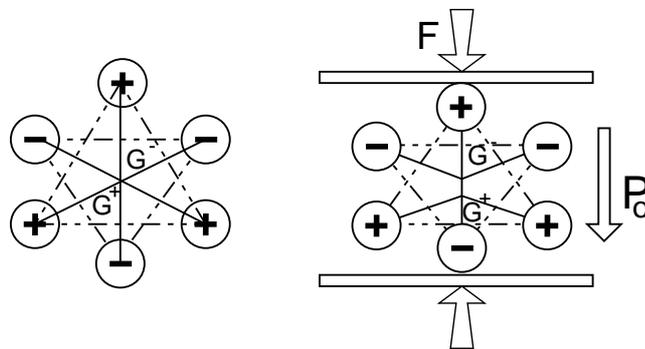
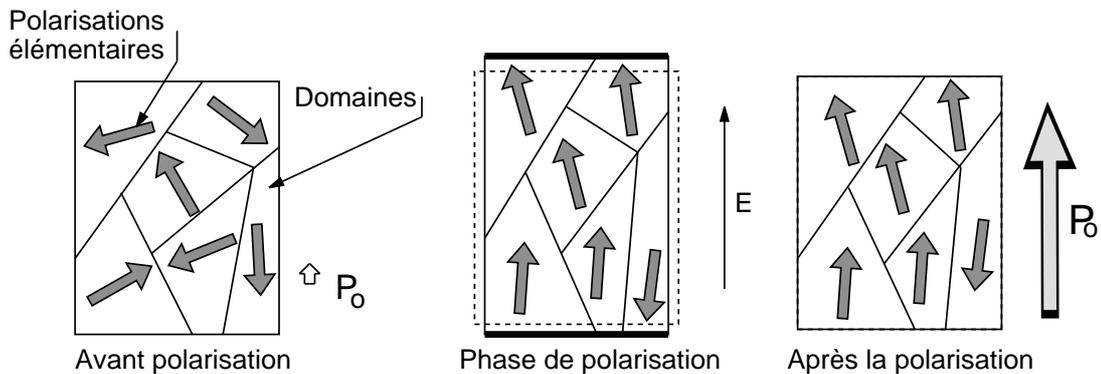


FIG. 1.1 – Cristal possédant un centre de symétrie.

FIG. 1.2 – Cristal ne possédant pas de centre de symétrie. Le barycentre des charges se déplace, créant une polarisation P_0 .FIG. 1.3 – Polarisation d'un morceau de céramique. Le champ E intense force les domaines à s'orienter selon une direction privilégiée.

La fabrication de matériaux piézo-électriques est réalisée à partir de poudres (si elle est réalisée en phase solide)[8]. Outre la phase de polarisation déjà décrite, une phase de frittage, visant à souder entre eux les grains, se fait sous contraintes axiales afin d'améliorer la tenue mécanique et de diminuer la porosité.

Les matériaux se conditionnent sous forme de film, de disque, de bâtonnet de section carrée ou circulaire.

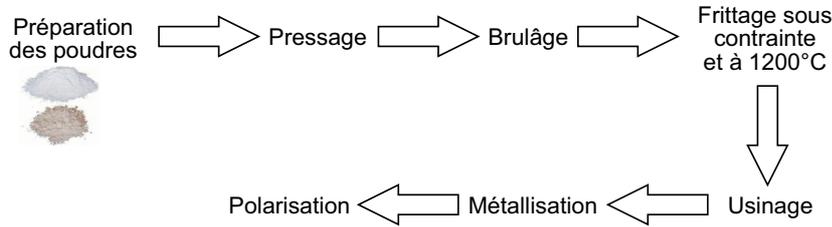


FIG. 1.4 – Fabrication des céramiques, d'après [8] [9]

1.2.3 Couplages piézo-électriques.

1.2.3.1 Expressions théoriques.

Du fait de l'anisotropie forte décrite dans la section précédente, nous définissons pour le matériau les tenseurs contraintes et déformations T_{ij} et S_{kl} avec $\{i, j, k, l\} = \{1, \dots, 3\}^4$. Compte tenu de la symétrie de ces tenseurs, nous adoptons dès à présent la notation matricielle. Les tenseurs deviennent des vecteurs $T = (T_1, T_2, \dots, T_6)$ et $S = (S_1, S_2, \dots, S_6)$, et nous leur associons le repère décrit à la figure 1.5.

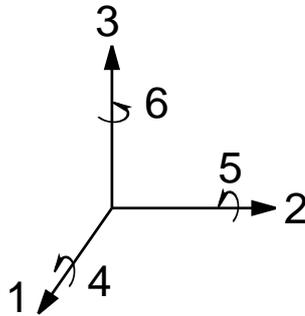


FIG. 1.5 – Repère associé aux vecteurs contrainte et déformation.

Le couplage électromécanique que constitue l'effet piézo-électrique peut être observé dans l'expression que prend la fonction d'enthalpie libre volumique du matériau, en fonction de T et du vecteur champ électrique $E = (E_1, E_2, E_3)$ [10] :

$$G(T, E) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 -\frac{1}{2} s_{ij}^E T_i T_j - E_k d_{ki} T_i - \frac{1}{2} \varepsilon_{kl}^T E_k E_l \quad (1.1)$$

Afin d'alléger l'écriture de ces équations, nous utiliserons désormais la notation *somme sur les indices répétés*[11], et l'équation précédente est ainsi équivalente à :

$$G(T, E) = -\frac{1}{2}s_{ij}^E T_i T_j - E_k d_{ki} T_i - \frac{1}{2}\epsilon_{kl}^T E_k E_l \quad (1.2)$$

$\{i, j\} \in \{1, \dots, 6\}^2$ et $\{k, l\} \in \{1, \dots, 3\}^2$.

avec s_{ij}^E la souplesse à champ constant exprimée en m^2/N , ϵ_{kl}^T la permittivité diélectrique à contrainte constante exprimée en F/m , et d_{ki} la constante de charge en C/N . On notera s^E , ϵ^T et d , respectivement les matrices des souplesses à champ constant, matrices des permittivité diélectriques, et matrice des constantes de charge.

Cette expression fait apparaître les termes de stockage d'énergie sous forme mécanique et sous forme électrique, auxquels vient s'ajouter le terme d'énergie de couplage. C'est ce dernier terme qui est responsable de la conversion d'énergie.

De l'expression 1.2, nous pouvons déduire aisément, par différenciation, les équations constitutives de la piézo-électricité :

– Pour les composantes du vecteur contrainte

$$S_i = - \left| \frac{\partial G}{\partial T_i} \right|_E = s_{ij}^E T_j + E_k d_{ki} \quad (1.3)$$

– Pour les composantes du déplacement électrique

$$D_k = - \left| \frac{\partial G}{\partial E_k} \right|_T = d_{ki} T_i + \epsilon_{kl}^T E_l \quad (1.4)$$

Ce qui, compte tenu de la notation matricielle adoptée, peut encore s'écrire :

$$S = s^E T + d^t E \quad (1.5)$$

$$D = dT + \epsilon^T E \quad (1.6)$$

En ce qui concerne les céramiques PZT, principalement utilisées dans les actionneurs que nous étudierons, les différentes matrices prennent les formes suivantes, lorsque la polarisation est dirigée selon z (axe 3) [3] :

$$s^E = \begin{pmatrix} s_{11}^E & s_{11}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{11}^E & s_{11}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{13}^E & s_{13}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^E \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

$$\epsilon^T = \begin{pmatrix} \epsilon_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11}^T & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^T \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

$$d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

Ces équations ne permettent pas d'appréhender de manière simple le comportement physique d'un matériau piézo-électrique. A cette fin, et avant de nous intéresser à des actionneurs complexes, nous allons prendre l'exemple d'un barreau de céramique PZT et décrire qualitativement et quantitativement ses réactions face à une alimentation électrique.

1.2.3.2 Exemple de calcul sur un barreau de céramique PZT.

Considérons le système décrit figure 1.6 formé d'un barreau de céramique PZT de longueur L et de section carrée $a \times a$, encasté en $x = 0, y = 0$ et $z = 0$. Les caractéristiques du matériau le constituant sont données par les relations 1.7, 1.8 et 1.9. Un effort F comprime le barreau

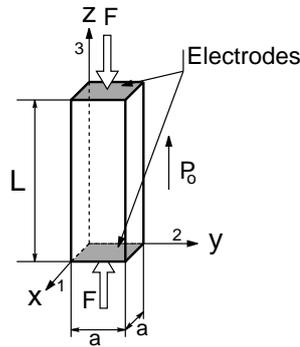


FIG. 1.6 – Description de l'élément étudié.

dans la direction z , et deux électrodes métalliques sont collées sur ses deux faces extrêmes. Lorsqu'on applique une tension V aux bornes des électrodes, le barreau se déforme, et nous allons calculer A_L son allongement selon l'axe z .

Dans l'hypothèse où cet allongement est faible, le vecteur champ électrique s'exprime simplement en fonction de V :

$$E = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_3 = \frac{V}{L} \end{pmatrix} \quad (1.10)$$

Nous faisons l'hypothèse d'un régime quasi-statique, c'est à dire que les variations des sollicitations extérieures au système en fonction du temps sont pratiquement nulles, si bien que l'on néglige les effets dynamiques. Alors, l'écriture du tenseur de cohésion pour une section de barreau, fait apparaître que le vecteur contrainte est donné par :

$$T = \left(0, 0, T_3 = -\frac{F}{a^2}, 0, 0, 0 \right)^t \quad (1.11)$$

Grâce à l'équation 1.5, il est possible d'expliciter le vecteur déformation :

$$S = (s_{13}^E T_3 + d_{31} E_3, s_{13}^E T_3 + d_{31} E_3, s_{33}^E T_3 + d_{33} E_3, 0, 0, 0) \quad (1.12)$$

Un point M de coordonnées (x, y, z) du barreau avant déformation se déplace en M' sous l'action des différentes contraintes ; on appelle alors $\vec{U} = \overrightarrow{MM'}$ le vecteur déplacement de coordonnées (u, v, w) .

Or, déplacement et déformation sont liés par l'ensemble d'équations suivant :

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{\partial u}{\partial x} & S_2 &= \frac{\partial v}{\partial y} & S_3 &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ S_4 &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & S_5 &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & S_6 &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (1.13)$$

Si bien que l'on peut écrire que :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= s_{13}^E T_3 + d_{31} E_3 \\ \frac{\partial v}{\partial y} &= s_{13}^E T_3 + d_{31} E_3 \\ \frac{\partial w}{\partial z} &= s_{33}^E T_3 + d_{33} E_3 \end{aligned} \quad (1.14)$$

La solution générale de ce système est donnée par :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= (s_{13}^E T_3 + d_{31} E_3)x + U_0(y, z) \\ v(x, y, z) &= (s_{13}^E T_3 + d_{31} E_3)y + V_0(x, z) \\ w(x, y, z) &= (s_{33}^E T_3 + d_{33} E_3)z + W_0(x, y) \end{aligned} \quad (1.15)$$

Sous force et champs nuls, le barreau est à l'état libre, et le vecteur déplacement doit par définition être aussi nul. D'autre part, les conditions d'encastrement permettent d'écrire que les déformations sont nulles en $x = 0$, $y = 0$ et $z = 0$.

On montre alors que les constantes d'intégration sont nulles, et l'allongement A_L est donné par :

$$\begin{aligned} A_L &= w(z = L) \\ &= (s_{33}^E T_3 + d_{33} E_3) L \\ &= -\frac{s_{33}^E L}{a^2} F + d_{33} V \end{aligned} \quad (1.16)$$

Nous avons tracé figure 1.7 l'évolution de l'allongement A_L en fonction de la tension appliquée V pour différentes valeurs de F . Ces courbes sont des droites si les divers coefficients des matrices d et S^E sont constants ; en réalité ce n'est pas le cas, et un phénomène d'hystérésis apparaît [12].

Le comportement du barreau est comparable à celui d'un piston hydraulique ou pneumatique, la pression du fluide étant analogue à la tension appliquée [11] : à force nulle, le piston se déploie. A pression constante, si on vient le charger par un effort F , l'allongement diminue. Dans le cas d'un barreau piézo électrique cette diminution ΔA_L d'allongement à tension constante est donné par l'équation 1.16 :

$$\Delta A_L = -\frac{s_{33}^E L}{a^2} \Delta F \quad (1.17)$$

Compte tenu des propriétés diélectriques du matériau, on doit veiller à ne pas dépasser une tension maximum notée V_{lim} . Il existe alors une force de blocage F_b , telle que le déplacement est nul sous V_{lim} ,

$$F_b = \frac{d_{33}}{s_{33}^E L} a^2 V_{lim} \quad (1.18)$$

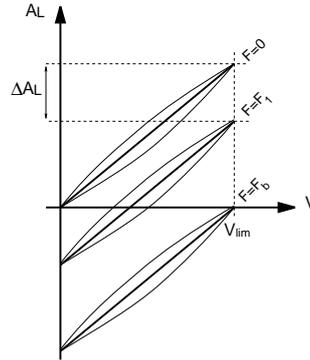


FIG. 1.7 – Allongement du barreau en fonction de la tension appliquée pour différentes valeurs d'effort.

Ainsi, un barreau de section $6 \times 6\text{mm}$ et de longueur 9mm présente un allongement de $4,5\mu\text{m}$ sous $V_{lim} = 1000\text{V}$. Ces déplacements sont faibles, mais la force bloquée F_b est considérable, car elle vaut 1200N .

On s'attache à présent à caractériser de manière électrique cet actionneur. Pour cela, reprenons l'équation 1.6, permettant de calculer le déplacement électrique. Compte tenu des valeurs de E et T exprimées par les équations 1.10 et 1.11, le vecteur D s'écrit :

$$D = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ D_3 = -d_{33}\frac{F}{a^2} + \epsilon^T\frac{V}{L} \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

Nous remarquons que cette quantité est constante dans le matériau, et en particulier sous les électrodes. On peut alors calculer la charge électrique sous une électrode. Choisissons celle placée à l'origine ; on pourra montrer que le résultat est identique pour l'autre :

$$Q = \int_S D dS = -d_{33}F + \epsilon_{33}^T \frac{a^2}{L} V \quad (1.20)$$

Cette charge est composée de deux termes : le premier, proportionnel à l'effort appliqué, est nul pour un actionneur à vide. En revanche, pour le deuxième, nous reconnaissons une charge électrique proportionnelle à la tension V appliquée. D'un point de vue électrique, nous avons là affaire à une capacité, que l'on nommera C_o , qui tient compte des propriétés diélectriques du matériau, en parallèle avec un élément caractéristique de l'effort appliqué (figure 1.8). Nous avons alors,

$$C_o = \epsilon^T \frac{a^2}{L} \quad (1.21)$$

D'autre part, l'équation 1.15 nous montre qu'outre un déplacement principal sur l'axe z deux déplacements parasites existent sur les axes transversaux. Ce phénomène est appelé couplage ; en agissant sur les dimensions géométriques de la céramique, et sur la direction du champ électrique par rapport à celle de la polarisation, ces déplacements peuvent devenir prépondérants. La figure 1.5.2 donne la terminologie associée à ces couplages.

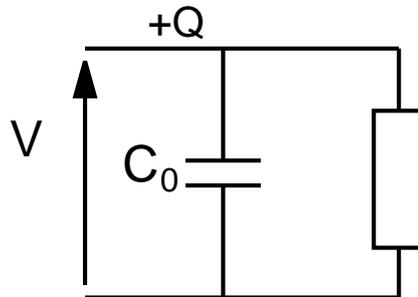


FIG. 1.8 – Caractéristique électrique du barreau de céramique.

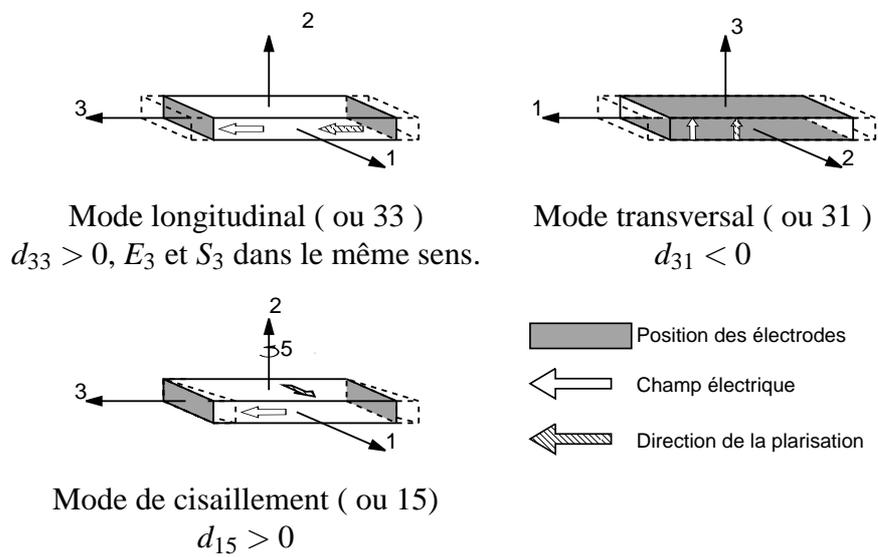


FIG. 1.9 – Les différents modes de couplage d'un élément piézo-électrique.

Ainsi, nous appréhendons mieux par cet exemple les caractéristiques principales d'un actionneur piézo électrique : des déplacements élémentaires très faibles, mais des forces développées considérables. De plus, nous avons montré que les déformations observées pouvaient se faire selon différentes directions, avec des placements d'électrodes selon plusieurs axes, autant de possibilités pour concevoir la géométrie des éléments piézo-électriques.

Le paragraphe suivant s'attache à montrer comment tirer partie de ces caractéristiques pour réaliser des actionneurs, qu'ils soient linéaires ou rotatifs.

1.3 Les différents types de conversion d'énergie.

1.3.1 Généralités.

Un très grand nombre de réalisations industrielles ont su tirer partie de l'effet piézo-électrique dès sa mise en évidence ; le vibreur de Langevin par exemple est apparu en 1917 ; il utilise l'effet piézo-électrique indirect pour engendrer une vibration à la fréquence de résonance d'une masse afin de générer une onde sonore : c'est le sonar.

Nous nous intéressons plus particulièrement dans ce chapitre aux actionneurs. Contrairement aux actionneurs électromagnétiques classiques, les forces ne sont pas créées par interaction de champs à *distance*, au travers d'un entrefer [10]. Si bien qu'outre la conversion électromécanique, identifiée au niveau de l'élément piézo-actif, une deuxième conversion mécano-mécanique est mise en œuvre dans certaines structures : un élément fixe (le stator) se déforme, et entraîne par contact un élément mobile. Afin d'augmenter les déformations mises en jeu, et atteindre ainsi des vitesses de fonctionnement plus grandes, les céramiques peuvent être couplées à un résonateur mécanique qui entre en vibration si l'alimentation des éléments piézo-électriques le permet. La fréquence doit être réglée précisément autour de la fréquence de résonance de l'ensemble. Mais ce n'est pas toujours le cas, et certains moteurs fonctionnent à l'inverse en régime quasi-statique.

C'est la façon de réaliser cette deuxième conversion, ou au contraire son absence, qui sert ici de base à une classification. Ainsi, nous pouvons distinguer trois familles de moteurs : les nano-positionneurs, les moteurs à adhérence et les moteurs à vitesse de glissement.

1.3.2 Les nano-positionneurs.

Les nano-positionneurs sont des bâtonnets de céramique piézo-électrique qui entraînent directement une charge (figure 1.10) ; le dispositif est comparable à celui étudié au paragraphe précédent (figure 1.6), il n'y a donc pas de conversion mécano-mécanique. Le déplacement est fonction de la tension d'alimentation, comme le montre l'équation 1.16. On rencontre ces nano-positionneurs dans des systèmes de positionnement ultraprécis, comme des miroirs de déviation optique, mais aussi dans des disques durs pour orienter la tête de lecture [13]. Pour diminuer les niveaux de tensions mis en jeu, on fait souvent appel à des céramiques multicouches. C'est un empilement de céramiques, mises en série mécaniquement, mais en parallèle électriquement grâce à un montage fin des électrodes. Pour une même tension d'alimentation, la mise en série mécanique permet l'accroissement du déplacement.

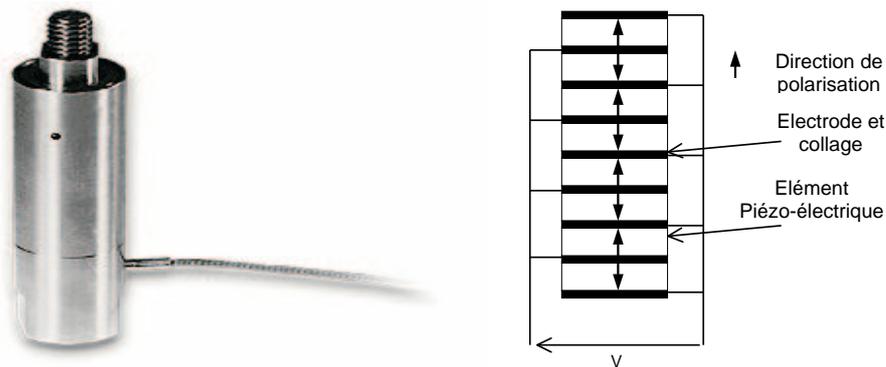


FIG. 1.10 – Nano-Positionneur Physic Instrument (PI) et principe d'un actionneur multicouche.

Si, dans la gamme du déplacement nanométrique, cet actionneur semble convenir, le passage aux déplacements centimétriques est plus problématique. En effet, l'utilisation brute d'un élément piézo-actif conduirait alors à des dimensions et à des tensions d'alimentation bien trop importantes pour intervenir dans des dispositifs courants. Et s'il est possible d'amplifier le mouvement grâce à un bras de levier, on ne dépasse pas la centaine de micromètres, car alors la rigidité de l'ensemble actionneur et bras devient trop faible pour supporter des efforts importants. Aussi, fallut-il réfléchir à l'élaboration d'autres structures moins limitées en amplitude de déplacement.

1.3.3 Moteurs à adhérence.

Un type particulier de moteur adhérent est le moteur Inchworms dont on trouve une réalisation industrielle chez Burleigh [14]. Ils utilisent trois éléments piézo-électriques de type nano-positionneur : deux freins A et B, et un actionneur C. Chaque élément se dilate sous l'application d'une tension. Le mouvement se décompose en cinq phases, qui sont décrites figure 1.11 pour un translateur, mais ce principe s'étend aussi à des actionneurs rotatifs, comme le moteur Intertechnique du LEEI [11].

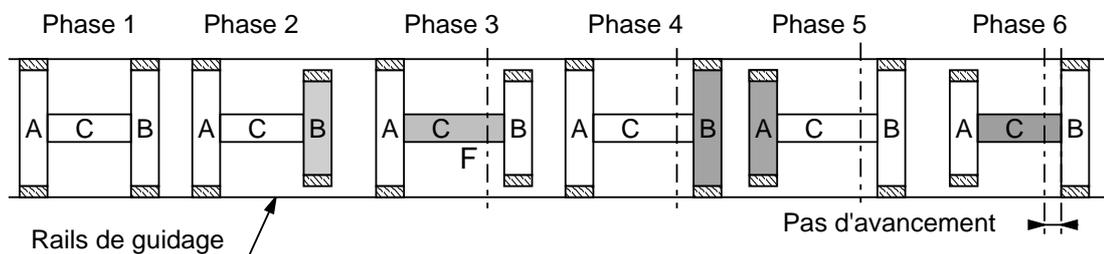


FIG. 1.11 – Mouvement décomposé d'un moteur Inchworm.

Ainsi, ces moteurs déambulent dans un guide à la manière d'une chenille, ce qui explique leur appellation. La force avec laquelle l'actionneur entraîne sa charge est certes directement liée aux caractéristiques de l'actionneur C, mais dépend aussi des possibilités de freinage de

A (phase 3, et de B si la charge est amenée à se déplacer dans l'autre sens). Pour augmenter celles-ci, on colle une couche de matériau possédant un bon coefficient de frottement avec le rail sur les éléments A et B (cadre hachuré de la figure 1.11). C'est à cet endroit que se situe la conversion mécano-mécanique et la transmission de puissance s'effectue en principe de manière statique. C'est pourquoi ils sont regroupés dans la classe des moteurs à adhérence car au niveau du contact, tous les points ont une vitesse de glissement nulle.

Le moteur MHP de SAGEM [15] peut lui aussi être inclus dans cette classe. Ce moteur est rotatif. Des céramiques piézo-électriques couplées à des masselottes sont alimentées à la pulsation de résonance. Ces dernières ont un mouvement oscillant décomposé en un mouvement tangentiel d'entraînement et normal de pincement. Les phases alternées de pincement et d'entraînement permettent la rotation du rotor. Pour ce type de moteur, une vitesse de glissement nulle est recherchée à l'instant du contact. Il s'agit d'une vision idéale du mouvement. D'un point de vue pratique, des masselottes couplées à des éléments élastiques ont été rajoutée pour synchroniser les deux pièces en mouvement (stator et rotor). Ce processus imparfait en pratique laisse apparaître un glissement. Cependant, dans le cadre de cette classification, seule la description idéale est utilisée.

Ces deux conceptions de moteurs sont différentes car dans un cas le mouvement est obtenu par succession de phases statiques, tandis que dans l'autre le mouvement est continu. Mais elles se rejoignent par la volonté de transmettre les efforts par l'intermédiaire d'une surface aussi large que possible, en évitant le glissement entre les surfaces de contact.

1.3.4 Les moteurs à vitesse de glissement.

D'un fonctionnement statique ou quasi-statique décrit au cours des paragraphes 1.3.3 et 1.3.2, on passe à un fonctionnement vibratoire. Les particules à la surface du stator peuvent adopter plusieurs types de trajectoires et on distingue alors les procédés où cette trajectoire possède une hystérésis ou non (figure 1.12) [3].

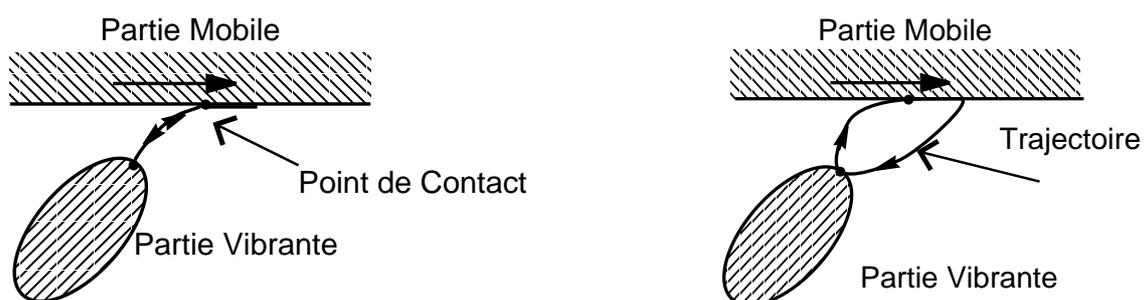


FIG. 1.12 – Trajectoires exploitées dans un actionneur vibrant : à hystérésis nulle ou non.

Pour les moteurs appartenant à cette catégorie, la transmission de l'effort passe toujours, par principe, par une phase obligatoire où les particules en contact glissent l'une sur l'autre.

1.3.4.1 Moteur à hystérésis de déplacement nulle.

Une première solution consiste à pousser avec un doigt vibrant actionné par un élément piézo actif la partie mobile, et à répéter ce mouvement suffisamment rapidement pour obtenir des vitesses de déplacement acceptables. Pendant la phase "aller", l'élément piézo-actif se dilate et pousse le doigt vers la partie mobile. Une fois en contact, le doigt glisse ou adhère sur la partie mobile et lui transmet le mouvement. Pendant la phase du retour, le doigt glisse plus facilement sur la partie mobile qu'à l'aller : cette dissymétrie entre l'aller et le retour est la base du fonctionnement de ces moteurs.

La société Micropulse commercialise ce genre d'actionneurs [16] ; le mouvement de la charge est alors directement une translation. Ces actionneurs peuvent remplacer avantageusement les systèmes vis sans fin - moteur rotatif dans les positionnements linéaires (figure 1.13).

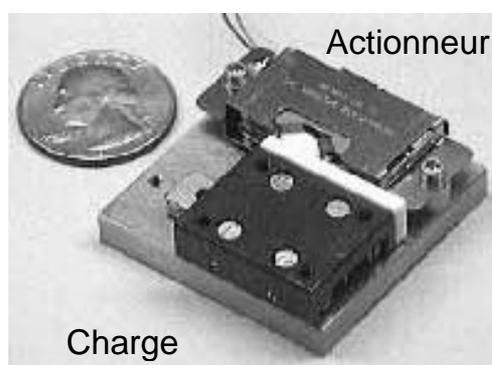


FIG. 1.13 – Actionneur linéaire Micropulse [16].

On peut remplacer le doigt par un ou plusieurs pieds, et réaliser un actionneur plan à plusieurs degrés de liberté : deux translations, et une rotation. Ici, une plaque mince est entretenue en vibration. Les pieds, judicieusement placés sur cette plaque, ont un mouvement de va et vient. Lorsqu'ils rentrent en contact avec le support, ils communiquent leur vitesse, et reviennent à leur position initiale pour un nouveau pas [4]. L'originalité de cet actionneur provient de la possibilité d'obtenir des mouvements dans différentes directions, grâce à une alimentation convenable des éléments piézo-électriques. Dans ce type d'entraînement, la vibration est générée par une onde stationnaire : le lieu où cette onde atteint son maximum, que l'on appelle ventre, et au contraire celui où elle est nulle (nœud) sont immobiles dans le temps. La figure 1.14, montre comment un pied judicieusement placé, parvient à mettre en mouvement une charge grâce à une vibration stationnaire.

Généralement, ces moteurs sont résonnants. Mais d'autres, englobés sous le vocable de moteurs à brouttement (*stick and slip*) ne le sont pas : le stator entraîne la partie mobile à vitesse lente et, en bout de course, se rétracte rapidement [17]. Cette phase se fait tellement vite, que le stator glisse sur la partie mobile. On profite ici d'une variation du coefficient de frottement dynamique avec la vitesse relative de l'élément mobile par rapport au stator. Bien sûr, pour ce type de moteur, l'inertie de la charge joue un rôle important. En effet, si elle est trop faible, le moteur est freiné dans les phases de retour. Trop forte, ses performances dynamiques sont amoindries.

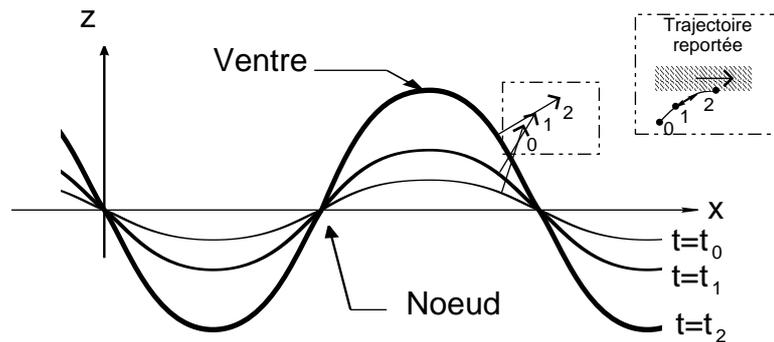


FIG. 1.14 – Onde stationnaire : les noeuds et les ventres ont une position fixe dans le temps.

1.3.4.2 Les moteurs à hystérésis de déplacement.

Qu'ils soient plans ou rotatifs, ces actionneurs comportent toujours deux phases d'éléments piézo électriques indépendantes électriquement et couplées à un résonateur mécanique. Celles-ci vibrent et génèrent chacune deux ondes stationnaires que l'on appellera α et β . Plusieurs topologies existent. Dans les moteurs Nanomotion, un doigt est actionné verticalement par une phase, et horizontalement par une autre, si bien qu'il acquiert une trajectoire effectivement elliptique, si ces phases sont judicieusement alimentées. Les moteurs à rotation de mode quant à eux font fléchir un arbre selon deux directions orthogonales ce qui entraîne un rotor [18].

Les *moteurs à onde progressive* sont construits de manière à faire correspondre les noeuds de la phase α avec les ventres de β . Alors, si on excite les deux phases d'alimentation avec des tensions en quadrature, une onde progressive se propage, et les particules du résonateur acquièrent une trajectoire elliptique, comme le montre la figure 1.15.

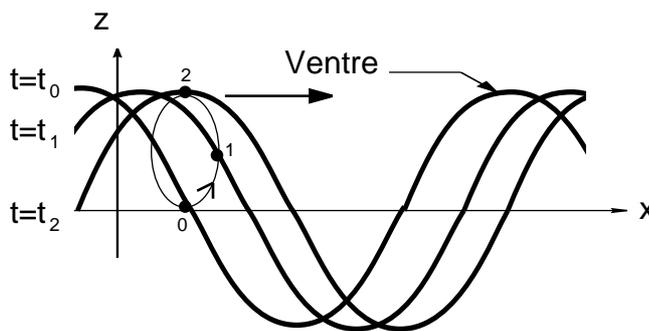


FIG. 1.15 – Onde progressive : les noeuds et les ventres se déplacent avec le temps et les particules ont des trajectoires elliptiques.

Les caractéristiques couple-vitesse de ce type de moteur sont limitées par l'interface stator-rotor ; en effet, le couple maximum est déterminé par le produit de l'effort axial par le coefficient de frottement. Si le coefficient de frottement est déterminé par les matériaux en contact à l'interface, et est donc constant pour un moteur donné, l'augmentation de la force axiale permet

l'accroissement du couple transmis [19]. Cependant, les pertes par friction augmentant, le rendement de l'actionneur diminue fortement.

1.3.5 Conclusion sur les différents types de conversion.

Nous avons montré ici que les architectures d'actionneurs conçus autour d'éléments piézo-actifs sont nombreuses, et originales. Celles ci ont donné lieu à quelques réalisations industrielles ou bien sont au stade de prototypes. Elles ont été regroupées dans le graphique de la figure 1.16.

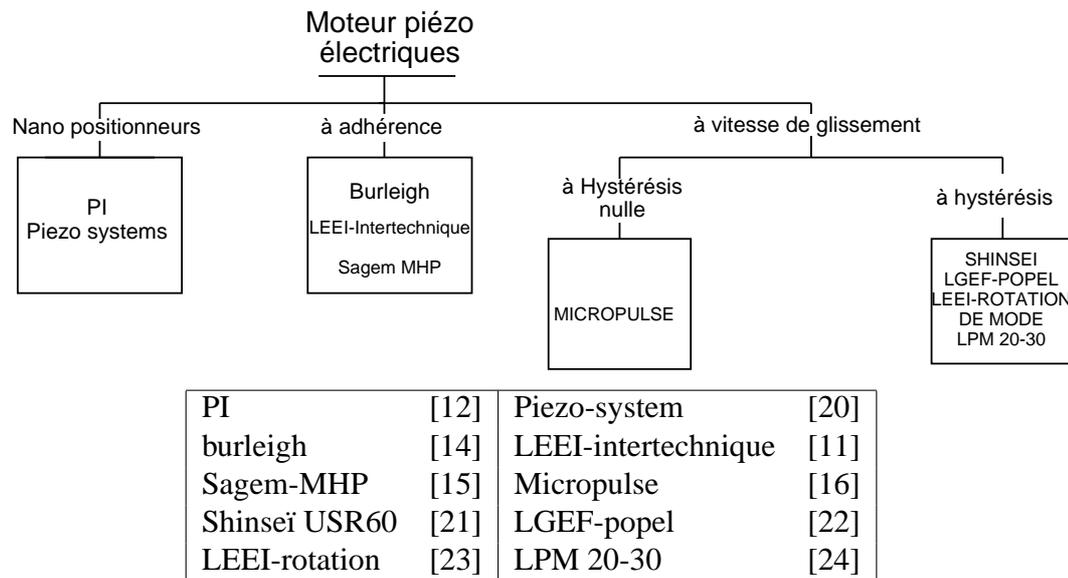


FIG. 1.16 – Moteurs piézo-électriques : prototypes ou réalisations industrielles.

On peut dès lors comparer les caractéristiques de ces actionneurs entre elles. Nous choisissons d'étudier les caractéristiques de la force développée en fonction de la vitesse de déplacement de la charge. Si ce sont des actionneurs rotatifs, la force considérée sera celle qui crée le couple, et la vitesse sera celle mesurée à la périphérie du rotor. Les résultats sont regroupés figure 1.17.

Ainsi, il semble se dégager de ce graphique que les actionneurs de type à adhérence s'approprient le domaine des grandes forces - faibles vitesses et qu'à l'inverse, les moteurs à trajectoires elliptiques, parce que la friction nécessaire à la transmission de puissance diminue trop leur rendement, sont eux destinés aux applications vitesse élevée - faibles efforts.

1.4 Constitution et caractéristiques mécaniques du moteur à onde progressive USR60.

Nous décrivons dans cette partie l'USR60 commercialisé par la firme japonaise Shinsei [21]. Il est largement étudié dans la littérature [25], [26], [27].

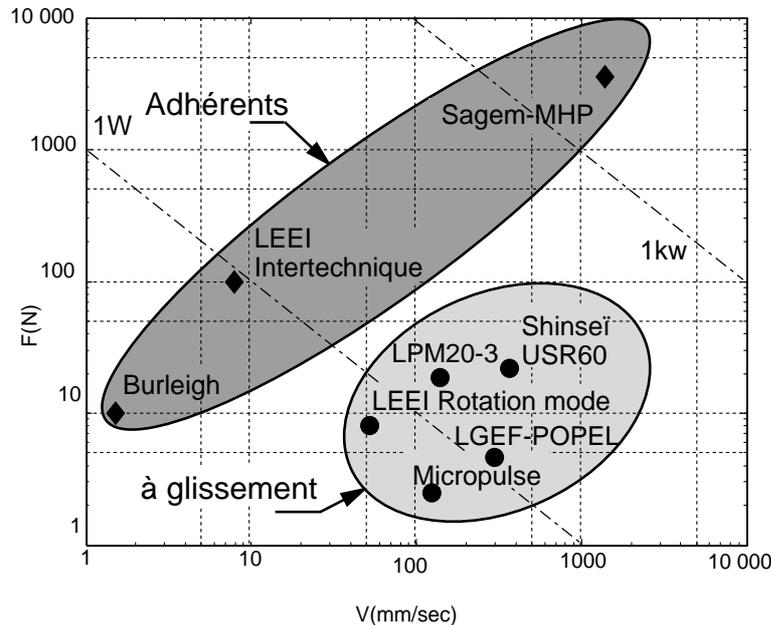


FIG. 1.17 – Classification des moteurs piézo-électriques dans le plan Force-Vitesse.

Sa constitution répond à plusieurs exigences. D'abord, il doit comporter un stator vibrant à une fréquence déterminée, permettant l'établissement des deux ondes stationnaires dans une configuration spatiale particulière déjà définie (annexe C). De plus, les conditions de contact entre le stator et le rotor doivent être optimales afin de transmettre la puissance avec un bon rendement. Enfin, le montage mécanique doit pouvoir autoriser la précontrainte axiale du moteur. En effet, la loi de Coulomb au niveau du contact spécifie que la force tangentielle qui peut être transmise à la charge, et donc le couple, est proportionnelle à la force normale.

1.4.1 Constitution du stator.

Le stator est constitué d'un disque de bronze sur lequel est collé un anneau de céramique piézo électrique. [11]. Ce disque est constitué d'un moyeu, qui sert à la fixation du stator sur le bâti, d'une piste de contact, et d'un voile fin qui relie la piste au moyeu.

La piste est compacte et munie de dents. L'intérêt de la denture est double. D'une part elle permet l'évacuation des poussières et autres résidus d'usure du stator et du rotor. Elle permet en plus l'amplification du mouvement des particules de surface ; il est alors possible d'accroître la vitesse de rotation du moteur, sans trop augmenter la rigidité du stator. Sous cette piste, un anneau de céramique piézo-électrique est collé, puis polarisé après gravure des électrodes [7]. On tire partie du fait que le bronze est un matériau conducteur, le stator sera donc relié à un potentiel nul.

Dans l'architecture considérée, les éléments piézo-électriques fonctionnent en mode transversal. La figure 1.18 nous montre comment ces céramiques s'allongent, et peuvent générer une onde de flexion dans le matériau. Ce n'est cependant pas la seule solution pour créer une telle

onde, l'utilisation de bâtonnets piézo-électriques fonctionnant en mode longitudinal a également prouvé son efficacité [22].

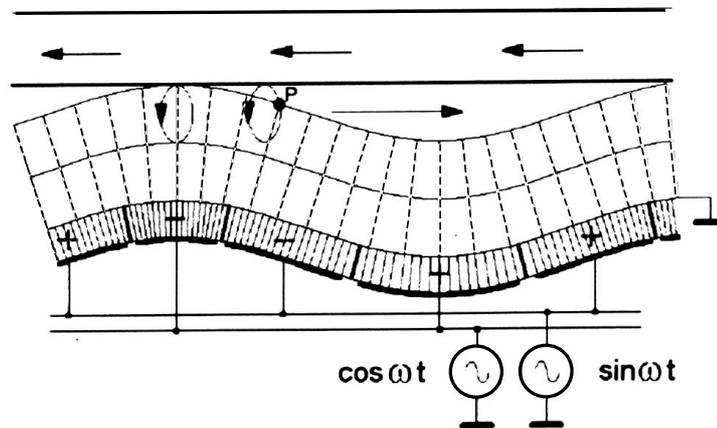


FIG. 1.18 – Coupe transversale d'un stator. Les morceaux de céramique piézo-électrique fonctionnent en mode transversal.

La polarisation des céramiques doit satisfaire aux conditions de propagation de l'onde de flexion. Pour ce faire, une alternance à la fois des phases et des directions de polarisation est nécessaire. La figure 1.19 montre l'agencement des éléments piézo-électriques [11].

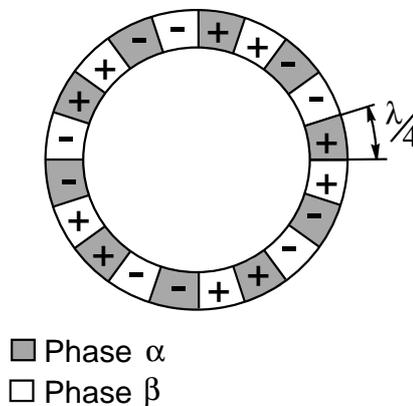


FIG. 1.19 – Polarisation interdigitée.

1.4.2 Constitution du rotor.

Si le stator assure la conversion électro-mécanique, par l'intermédiaire des céramiques piézo-électriques, le rotor, lui, joue un rôle dans la seconde conversion d'énergie, la conversion mécano-mécanique.

En effet, pour que le contact soit bon, il faut que la pression de contact soit constante le long de l'axe radial au moteur. Pour y parvenir, les dimensions géométriques, ainsi que la forme

du rotor, sont optimisées. La figure 1.20 montre deux architectures de rotor, et la forme qu'ils prennent lorsqu'ils sont soumis à la précontrainte axiale. Lorsque le voile est interne (cas a) la flexion du rotor ne permet qu'une surface de contact limitée. Par contre, le cas b montre comment une inversion de voile permet d'agrandir la surface en contact, et cette configuration, que l'on nomme *rotor auto-accommodant* constitue une amélioration [19].

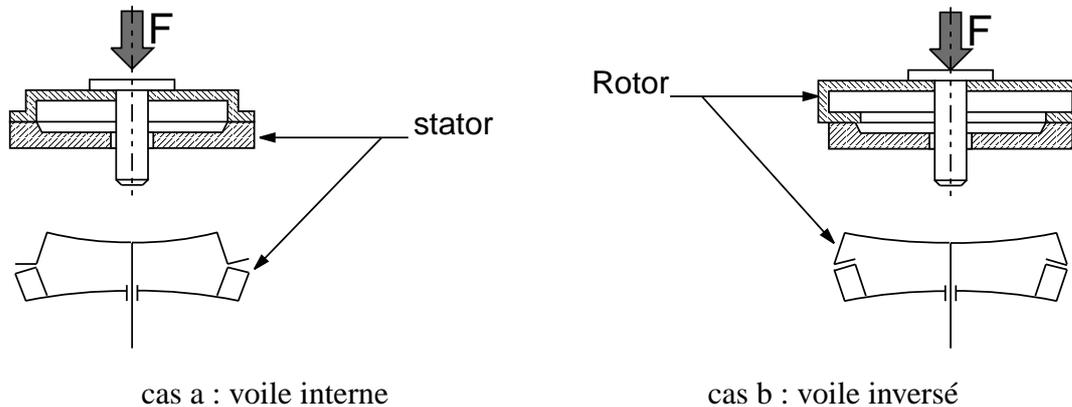


FIG. 1.20 – Les différentes formes de rotor, et leur incidence sur la longueur de contact

De plus, le rotor est souvent muni d'une couche de friction, une matière élastique améliorant les conditions de contact. Ce n'est cependant pas toujours le cas, cette couche pouvant être reportée sur le stator lui même.

1.4.3 Caractéristiques du moteur piézo-électrique à onde progressive.

Le moteur SHINSEÏ USR60 appartient à l'une des rares gammes de moteurs piézo-électriques à onde progressive diffusée pour un large public et pour un coût à l'unité abordable. D'autre part, c'est un moteur dont les caractéristiques sont quasiment constantes au sein d'une même série de fabrication et il fait l'objet de nombreuses études. Enfin, ses performances ont été améliorées ces dernières années. Les caractéristiques sont résumées figure 1.21.

Ce moteur est alimenté par deux tensions sinusoïdales diphasées, v_α et v_β , normalement en quadrature. Les figures 1.22, 1.23 et 1.24 décrivent le fonctionnement en régime permanent du moteur lorsque l'on agit sur différentes grandeurs d'entrée. Nous nous intéressons à l'évolution de la vitesse.

La figure 1.22 met en évidence le caractère résonnant du moteur : la fréquence d'alimentation doit être réglée de manière précise dans un intervalle étroit. En effet, si le moteur est alimenté à une fréquence trop basse (inférieure à 39.5kHz) il cale et s'arrête : c'est le phénomène de pull-out. Pour redémarrer, il faut dépasser un certain seuil de fréquence (42kHz) pour voir la vitesse s'établir à nouveau.

La figure 1.23 traduit elle l'évolution de la vitesse du moteur lorsque l'amplitude des tensions d'alimentation varie. Ces caractéristiques tendent à montrer que le fonctionnement du moteur est peu sensible aux variations de tension d'entrée ; là encore en dessous d'une certaine valeur, le moteur cale, pour ne plus redémarrer dans le cas général.

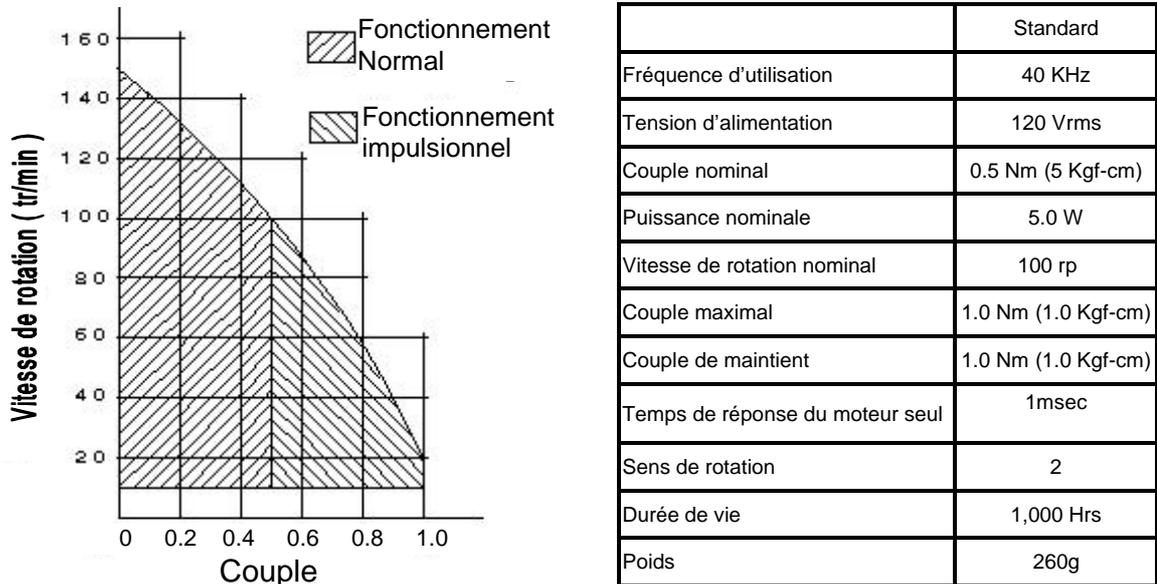


FIG. 1.21 – Domaine d'utilisation et caractéristiques du moteur SHINSEI USR60.

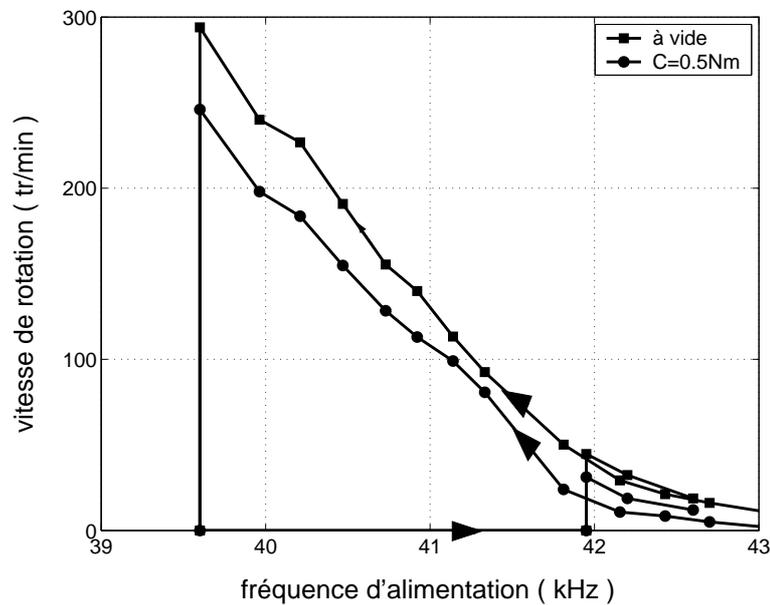


FIG. 1.22 – Vitesse de rotation en fonction de la fréquence d'alimentation, à couple de charge constant.

$$v_{\alpha} = 92\sqrt{2}\cos(2\pi ft) \quad v_{\beta} = 92\sqrt{2}\sin(2\pi ft)$$

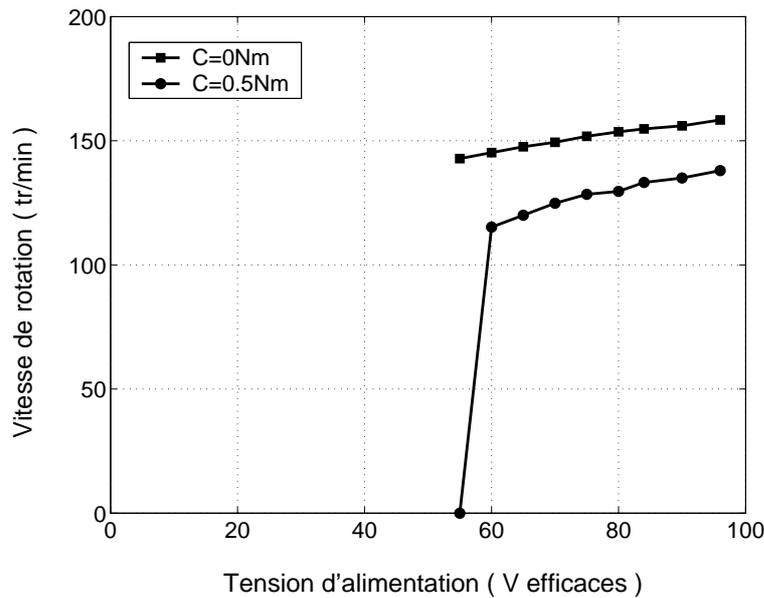


FIG. 1.23 – Vitesse de rotation en fonction de la tension d'alimentation, à couple de charge constant.

$$v_{\alpha} = V \sqrt{2} \cos 2\pi ft \quad v_{\beta} = V \sqrt{2} \sin 2\pi ft$$

$$f = 40.2 \text{kHz}$$

Ces deux figures montrent l'influence du couple de charge sur la vitesse de rotation. Cette influence est illustrée par la figure 1.24 : au fur et à mesure que le couple de charge augmente à fréquence constante, la vitesse décroît, puis chute brutalement pour atteindre le couple de maintien du moteur, ou couple de blocage (par manque d'alimentation).

D'autre part, ces caractéristiques dépendent énormément de la température de fonctionnement. En réalité, c'est la fréquence de résonance qui est la plus sensible à l'effet thermique, décalant les courbes de la figure 1.22 vers les fréquences décroissantes. De ce fait, l'utilisation d'un tel moteur nécessitera un asservissement de la vitesse de sortie, pour compenser soit les dérives thermiques, soit l'effet du couple de charge.

Enfin, signalons que l'inversion du sens de rotation s'opère en inversant le déphasage de v_{β} par rapport à v_{α} ($-\frac{\pi}{2}$ au lieu de $\frac{\pi}{2}$) [6].

1.5 Les modèles des moteurs à onde progressive.

1.5.1 Le schéma électrique équivalent.

Certains ne modélisent le moteur que d'un point de vue électronique, pour dimensionner son alimentation par exemple. Le schéma employé est alors une capacité, appelée *intrinsèque* en parallèle avec une résistance, modélisant l'absorption de puissance électrique, sous forme mécanique : c'est le schéma de la figure 1.8.

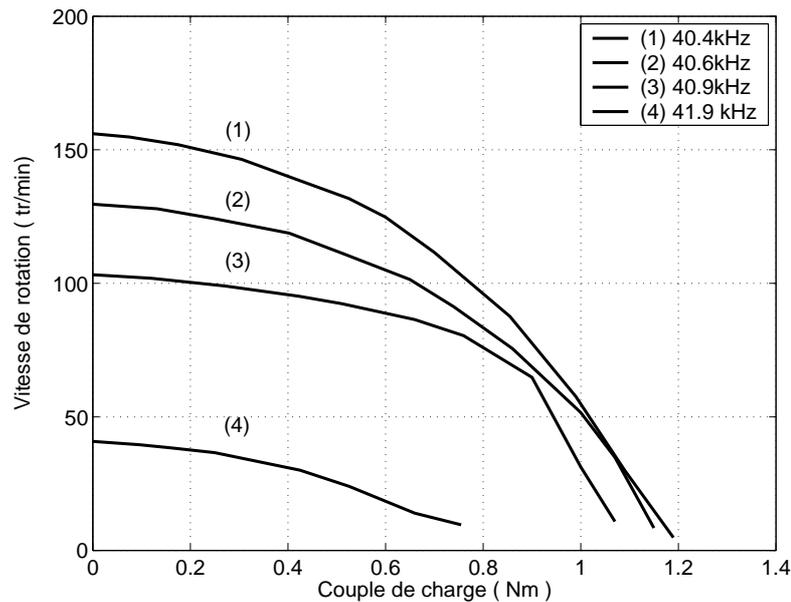


FIG. 1.24 – Vitesse de rotation en fonction du couple de charge, à fréquence constante.

$$v_{\alpha} = 92\sqrt{2} \cos 2\pi ft \quad v_{\beta} = 92\sqrt{2} \sin 2\pi ft$$

Cette modélisation ne permet pas de décrire le moteur et ses caractéristiques de fonctionnement. C'est pourquoi, on complète ce schéma en rajoutant des éléments permettant de prendre en compte l'effet de la résonance du stator. A partir des équations de Résistances Des Matériaux (RDM), on déduit le schéma électromécanique équivalent ou schéma de Mason. Celui-ci inclut tous les modes propres de résonance. Mais autour de la résonance principale du moteur, celle utilisée en fonctionnement, ce schéma électromécanique se réduit à la branche motionnelle en parallèle avec la capacité intrinsèque (figure 1.25). Sur ce schéma équivalent, le courant mo-

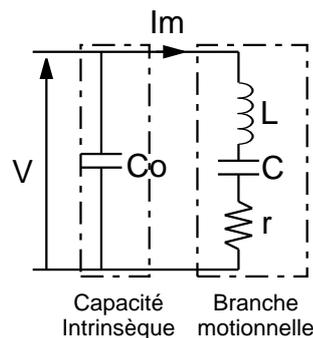


FIG. 1.25 – circuit électrique équivalent à un transducteur piézo-électrique.

tionnel I_m est proportionnel à la vitesse vibratoire, c'est à dire à la dérivée de l'amplitude d'une onde stationnaire.

Ce schéma permet ainsi de traduire la conversion électromécanique du transducteur piézo-électrique. La conversion mécano-mécanique, telle que décrite §1.3.4.2, est, elle, plus délicate à approcher. [25] propose un schéma issu du schéma de Mason, mais incluant une représentation globale des phénomènes de contact. Ce schéma est monophasé, l'alimentation de l'autre voie étant supposée être en quadrature.

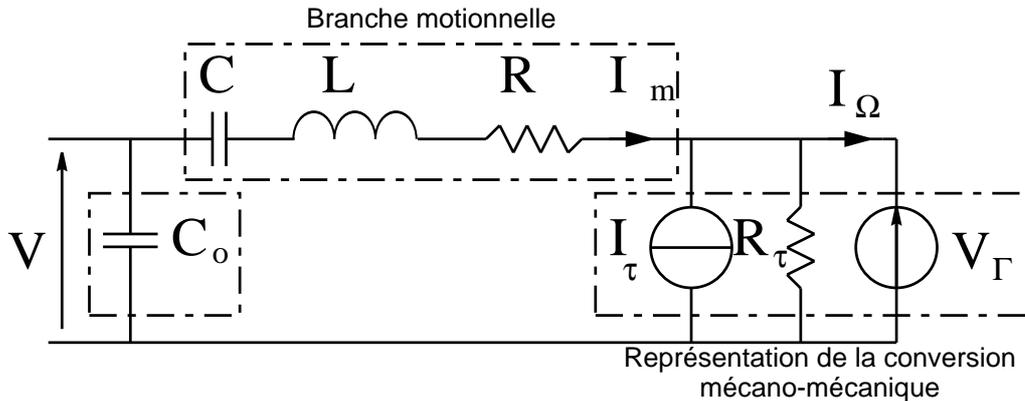


FIG. 1.26 – Schéma équivalent - [25].

On peut traduire en plus les non-linéarités du contact par l'ajout d'éléments électriques non linéaires, comme des diodes [7].

Ces schémas permettent d'approcher les caractéristiques réelles du moteur en régime permanent, et sont simples à utiliser. En revanche, il est nécessaire d'ajuster la valeur des paramètres de façon non linéaire afin d'accroître sa plage de validité. D'autre part, ces schémas ne font pas apparaître clairement l'effet de l'effort normal. Enfin, ils sont essentiellement destinés à modéliser des régimes permanents établis, et leur exploitation au cours d'un régime transitoire n'est pas assurée.

1.5.2 Le modèle "hybride".

Les modèles hybrides sont constitués de quatre modules, décrits figure 1.27. Les grandeurs échangées entre chaque module y sont également représentées. Tout d'abord, un modèle du stator est élaboré. L'objectif est de déterminer l'amplitude des ondes stationnaires en fonction des tensions d'alimentation. L'effet des efforts extérieurs est pris en compte par l'intermédiaire de *forces de réaction modale*. Ce calcul s'effectue en ayant au préalable déterminé la forme des déformations statoriques. On a alors recours au principe de Hamilton et à la discrétisation de Rayleigh-Ritz qui permettent de donner une forme analytique approchée des équations des déformées. Une méthode par éléments finis peut être employée à ce niveau pour calculer les paramètres statoriques.

Puis, un modèle de l'interface de contact est élaboré. Ce modèle fournit les efforts appliqués à la charge et sa réaction sur le stator. Il reçoit en entrée les vitesses normale et tangentielle et la position de la charge, ainsi que les vitesses vibratoires et les amplitudes des ondes stationnaires. Plusieurs approches sont possibles, selon que la précision du modèle. Par exemple, on peut utiliser la théorie de Hertz ou la loi de Coulomb [28] [29].

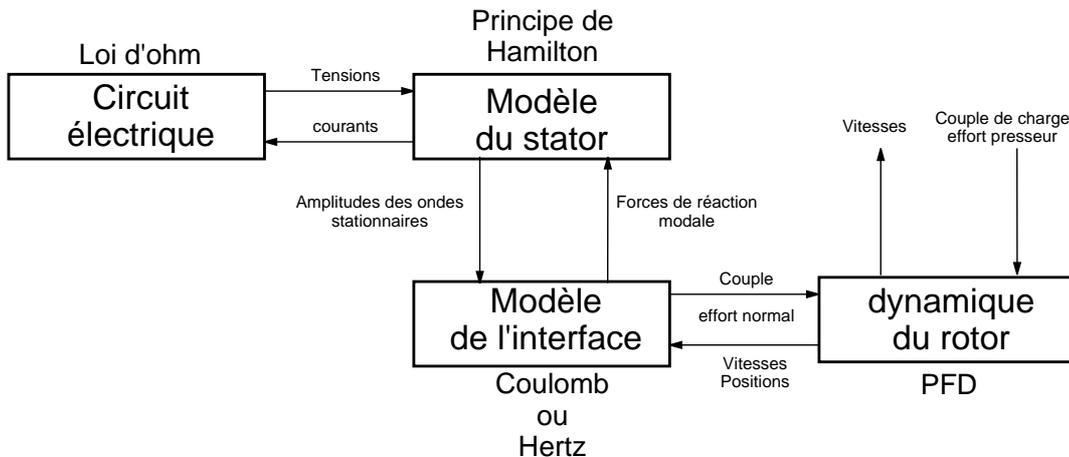


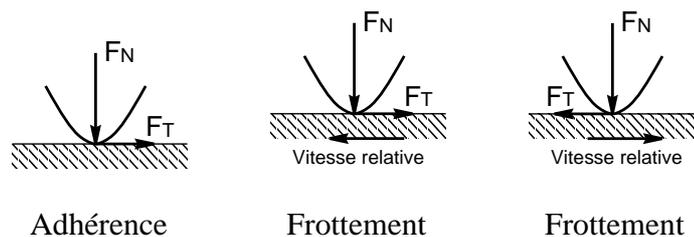
FIG. 1.27 – Modélisation par modèle hybride.

Nous rappelons ici le principe de la loi de Coulomb, car c'est celle utilisée dans un modèle qui nous servira de référence lors de comparaisons avec celui développé dans ce mémoire.

Selon la théorie de frottement de Coulomb, lorsque deux solides sont en contact, la force normale au plan de contact, F_N , et la force tangentielle, F_T , sont liées par la relation :

$$F_T = \mu F_N \quad (1.22)$$

μ étant le coefficient de friction, caractéristique des matériaux en contact. Si la vitesse relative entre les deux solides est nulle, il y a adhérence et $\mu = \mu_s$; μ_s est appelé coefficient de friction statique. Au contraire, si l'un des solides se déplace par rapport à l'autre, on parle de frottement pour lequel $\mu = \mu_d < \mu_s$; μ_d est le coefficient de friction dynamique. L'orientation de F_T dépend de la vitesse relative entre les deux solides.



Dans le cas de moteurs à onde progressive, il n'y a pas qu'un seul point de contact, mais une infinité car le stator pénètre dans une couche élastique collée au rotor, destinée à améliorer les performances du moteur. Chaque particule de cette couche est en contact avec une particule du stator sur laquelle on peut appliquer la loi de Coulomb. Parce que chaque particule du stator possède une vitesse propre, et qu'à l'inverse, la couche élastique est animée d'une vitesse uniforme, il existe des zones au niveau du contact qui freinent le rotor, ou à l'inverse, qui l'accélèrent. C'est pourquoi ces modèles s'appuient sur une approche locale du contact. Si cette

approche est déjà très élaborée, elle suppose néanmoins que le rotor est parfaitement rigide d'une part, que les coefficients de frottement sont constants d'autre part, et enfin, elle néglige l'élasticité tangentielle de la couche de friction. Or, ces hypothèses ont leurs limites, comme le montrent [30] et [31].

Enfin, la dynamique de la charge est prise en compte, tout comme peuvent être considérées la source d'énergie et ses probables imperfections.

Ces modèles sont complets. Ils permettent de caractériser le comportement en couple et en vitesse du moteur, de déterminer ses performances en terme de couple maximum ou de rendement. C'est pourquoi ils seront qualifiés de modèle "constructeur" car on imagine bien les optimisations possibles de la géométrie autour de ces modèles. Ils permettent également la considération des régimes transitoires et sont donc, par là même, utilisables pour la commande de ces moteurs. Néanmoins, en pratique, il apparaît rapidement qu'un modèle d'interface élaboré induit une loi de commande difficilement implantable en temps réel.

1.6 Les commandes classiques des moteurs à onde progressive.

1.6.1 Réglage du régime permanent.

Parmi les problèmes que pose l'utilisation d'un moteur piézo électrique à onde progressive, celui de la connaissance de la fréquence de résonance, est récurrent. En effet, celle-ci peut varier d'un moteur à un autre au sein d'une même gamme du seul fait de la tolérance géométrique. Mais surtout, une forte dérive thermique est observée au cours du fonctionnement. Bien sûr ces variations sont faibles en proportion de la fréquence de résonance. Mais comparées à la faible excursion en fréquence de fonctionnement, elles deviennent non négligeables. Si bien qu'il est hors de question de régler la vitesse de rotation du moteur en boucle ouverte, car alors après un certain temps d'utilisation, le moteur, sous ses propres échauffements, voit sa température augmenter, et le point de fonctionnement changer (figure 1.28).

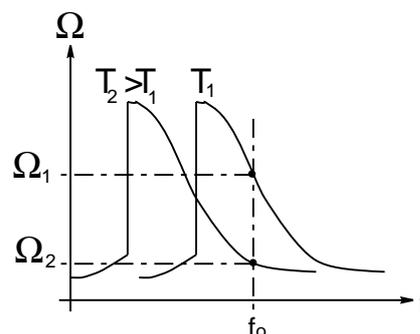


FIG. 1.28 – Caractéristique vitesse-fréquence. Entre deux températures T_1 et T_2 , le point de fonctionnement a nettement évolué.

De plus, comme pour les moteurs électromagnétiques classiques, nous avons vu que le couple de charge peut influencer la vitesse de rotation (figure 1.24).

Afin donc de limiter l'influence de ces perturbations, un contrôle en boucle fermée est mis en œuvre. Ce ne sont pas les performances dynamiques qui sont recherchées, mais plutôt la stabilité de fonctionnement.

Les grandeurs intuitives de réglage sont la fréquence des tensions d'alimentation [25], leur valeur efficace, comme le montrent les figures 1.23 et 1.22, mais aussi leur déphasage [6]. Ainsi, une première structure de commande consiste à régler l'une ou l'autre de ces grandeurs, en fonction de l'erreur en vitesse du moteur. Afin de ne pas tomber dans les zones de pull-out, et de respecter cette limite au delà de laquelle le moteur cale, des butées sont placées, soit sur la référence de vitesse, soit sur la fréquence. L'inconvénient, c'est qu'alors les performances du moteur sont largement dégradées, surtout si celui-ci est amené à fonctionner sur une large plage de température.

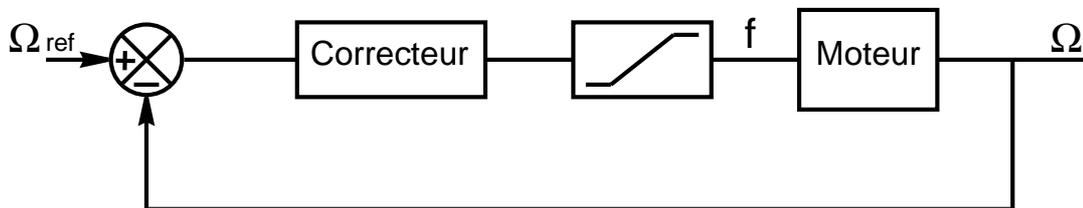


FIG. 1.29 – Principe d'une commande par réglage de la fréquence d'alimentation.

De plus, pour des raisons économiques, la vitesse de rotation n'est pas toujours captée pour servir de grandeur de retour. On choisit d'asservir l'amplitude de l'onde progressive. Pour cela on utilise la tension aux bornes d'une électrode auxiliaire qui est, par effet piézo-électrique directe, proportionnelle à la déformation du stator en un point. Une fois redressée et filtrée, cette tension donne la hauteur de l'onde, sensiblement proportionnelle à la vitesse de rotation du moteur. L'avantage de cette technique est de compenser les déviations de fréquence de résonance liées à la température [3] ; en revanche elle ne permet pas de s'affranchir de l'effet du couple de charge.

Notons que dans ces types d'asservissement, la fréquence est réglée soit une fois pour toute lorsque la grandeur de réglage est la tension par exemple, soit réglée par l'intermédiaire d'un correcteur si elle est la grandeur d'entrée. Dans ce cas, si la fréquence de résonance varie, celle des tensions d'alimentation est adaptée par le correcteur.

Afin de pallier la variation de la fréquence de résonance, une autre stratégie consiste à la "suivre" ; en remarquant qu'à cette fréquence le courant motionnel est en phase par rapport aux tensions d'alimentation, une commande est élaborée de sorte à maintenir cette condition. Un circuit à *boucle à verrouillage de phase* est utilisé (figure 1.30). La vitesse en régime permanent est alors réglée par la valeur efficace des tensions d'alimentation [27].

D'une manière générale, ces contrôles ont l'avantage de la simplicité. Cependant, ils ne permettent pas un fonctionnement optimal du moteur. D'une part, l'excursion en fréquence limite la zone de fonctionnement. D'autre part, on démontre que les caractéristiques couple-vitesse peuvent être améliorées par un contrôle indépendant des ondes stationnaires [28].

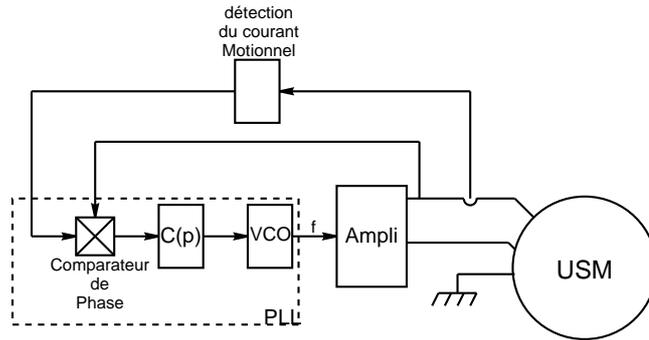


FIG. 1.30 – Principe d'une commande par suivi de la fréquence de résonance.

1.6.2 Contrôle des ondes stationnaires.

Une électrode supplémentaire permet de mesurer les déformations de chaque onde stationnaire. Le contrôle est basé sur la remarque suivante : en dessous d'une certaine amplitude d'onde, le rotor "colle" sur le stator, et la transmission de couple ne se fait plus correctement. En dessous d'une certaine vitesse, [32] propose donc de travailler à amplitude constante, mais de diminuer le déphasage temporel entre les deux ondes stationnaires. Ce réglage permet d'obtenir les résultats de la figure 1.31, qui représente les caractéristiques couple-vitesse obtenues à hauteur d'onde constante et déphasage variable (en pointillé) ou à déphasage fixe et amplitude variable.

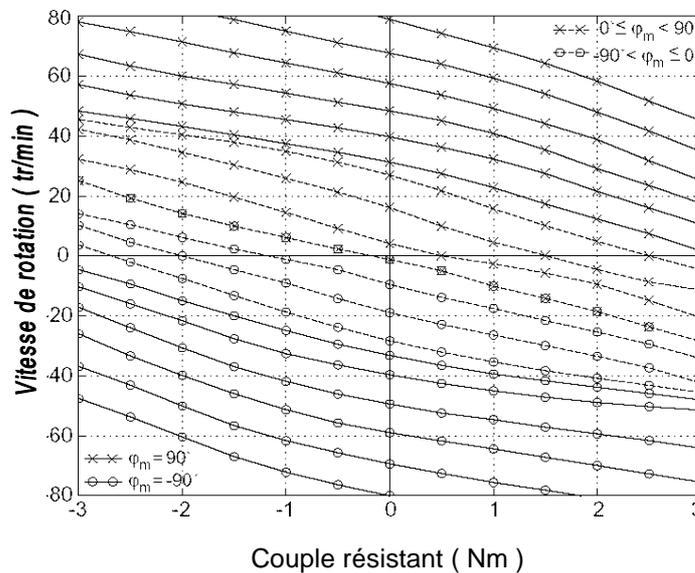


FIG. 1.31 – Caractéristiques couple-vitesse du moteur piézo-électrique. D'après [33].

Pour ce faire, il faut pouvoir contrôler non seulement l'amplitude des deux ondes stationnaires, mais aussi leur déphasage respectif φ_m : ceci est réalisé grâce à l'asservissement des

tensions d'alimentation, via la mesure, par les électrodes auxiliaires, des amplitudes des ondes stationnaires.

Le principe de la commande est alors donné figure 1.32 sur laquelle w représente le vecteur composé des deux ondes stationnaires (w_α, w_β), T_m et T_L les couples moteur et résistant, v_α et v_β les tensions d'alimentation. Cette commande n'est pas intrinsèquement insensible aux variations de la fréquence de résonance avec la température. C'est pourquoi l'identification en ligne de cette fréquence est nécessaire pour pouvoir en compenser les dérives.

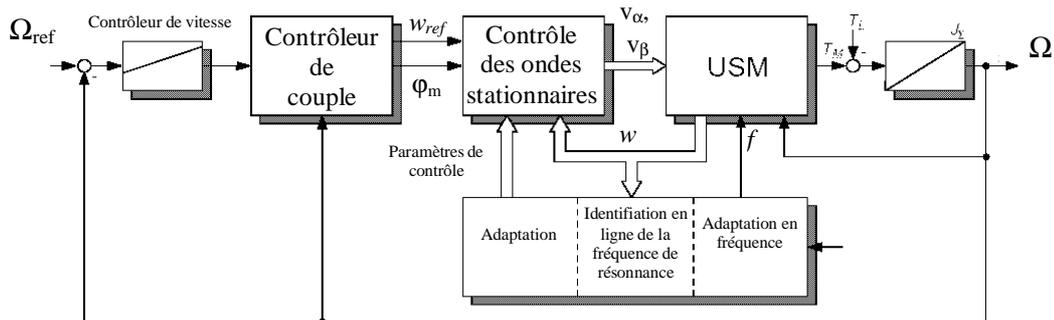


FIG. 1.32 – Principe d'une commande par contrôle des ondes stationnaires. D'après [33].

1.7 Conclusion.

Nous avons tout d'abord montré dans ce chapitre le principe de l'effet piézo-électrique. L'intégration des équations constitutives du matériau a permis de montrer l'effet "vérin" d'un simple barreau de matériau piézo-électrique.

Puis nous nous sommes attachés à décrire les principes de conversion électromécanique utilisés dans les actionneurs courants. Un classement basé sur l'interface de contact permet de montrer l'influence du principe de conversion mécano-mécanique sur les caractéristiques de sortie du moteur.

Nous avons ensuite focalisé notre attention sur le moteur à onde progressive Shinsei USR60. L'existence d'une fréquence de résonance et les caractéristiques en régime permanent sont montrées ; si l'avantage de ce moteur par rapport à ses homologues électromagnétiques est son couple massique élevé, la non-stationnarité de la fréquence de résonance vis à vis de la température, ainsi que l'arrêt du moteur en deçà de cette fréquence en constituent les inconvénients majeurs. Ces comportements sont difficilement modélisables par l'approche du schéma électromécanique équivalent, à moins d'introduire de fortes non-linéarités sur chacun de ses paramètres. Les architectures de commande qui en sont inspirées visent alors surtout à assurer la stabilité du système, ceci au prix soit d'une limitation des performances, soit d'une complexité accrue de la commande. D'une manière générale, le schéma électrique équivalent est utile lorsqu'il s'agit de caractériser le moteur du point de vue de son alimentation, mais insuffisant pour décrire les régimes transitoires.

Nous avons ensuite évoqué les modèles hybrides qui permettent une description fine du fonctionnement. Si ces modèles satisfont la prise en compte des non-linéarités intrinsèques

au moteur, ils deviennent logiquement lourds et difficilement exploitables dans le cadre d'un contrôle à mesure que leur précision s'accroît. Il y a donc nécessité d'un modèle se situant entre ces deux approches, suffisamment simple et précis pour être utilisé dans une commande.

Chapitre 2

Modèle causal du moteur piézo-électrique.

2.1 Introduction.

Nous avons mis l'accent au chapitre précédent sur le besoin d'établir une modélisation exploitable pour la commande du moteur. Cette modélisation est entreprise dans ce chapitre. L'utilisation d'outils de représentation, comme le Graphe Informationnel Causal (GIC) ou les phaseurs complexes pour le régime permanent, est présentée. Nous verrons comment, moyennant quelques hypothèses, une modélisation dans un repère tournant peut être établie à l'instar de celles utilisées pour les machines électromagnétiques classiques. Cette modélisation débouchera sur une méthode d'identification des paramètres du moteur originale, permettant de s'affranchir de certaines non-linéarités.

2.2 Modélisation d'un Moteur Piézo-électrique dans le repère α, β .

Les résonateurs mécaniques, tels qu'on les rencontre dans les stators de moteurs piézo-électriques, sont des plaques bimorphes. En général, l'étude de ces plaques doit aboutir à l'équation de la déformée sous l'action de tensions électriques, et à la recherche des modes propres de résonance. Pour cela, deux méthodes peuvent être employées.

La première fait appliquer le Principe Fondamental de la Dynamique à chaque petit élément de volume du matériau homogène. On calcule alors les contraintes internes au bimorphe, et les équations de RDM permettent de déterminer les déformations.

La deuxième est plus globale. On calcule d'abord les énergies potentielle élastique ξ_p , cinétique ξ_c et électrique W_E stockées dans le matériau, en fonction des déformations engendrées. Puis on écrit le Lagrangien du système $L = \xi_c - \xi_p + W_E$. Il se dégage alors des variables indépendantes permettant de calculer L : ce sont les *coordonnées généralisées*. Le principe de Hamilton amène aux équations de Lagrange : si q_j est une coordonnée généralisée, alors :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0 \quad (2.1)$$

Dans cette équation, q_j et \dot{q}_j seront supposées indépendantes. On aboutit alors aux équations régissant l'évolution temporelle des coordonnées généralisées, qui, si elles sont choisies avec soin, peuvent être les amplitudes des ondes stationnaires [34].

L'objectif de cette démarche, à terme, est de déterminer les caractéristiques mécaniques de l'actionneur, voire, d'optimiser son point de fonctionnement. On s'intéressera aux contraintes internes du matériau, au rendement de l'actionneur. Le modèle pourra être complété pour modéliser de manière plus fine les phénomènes de contact. Bien sûr, ces apports qui ajoutent de la pertinence au modèle, le rendent plus complexe et plus lourd.

Notre démarche doit avoir un autre objectif, celui d'obtenir un modèle reflétant bien le comportement réel du moteur, mais d'une structure suffisamment simple pour pouvoir établir les lois de commande. Pour cela, nous formulons des hypothèses simplificatrices : nous supposons a priori connue la forme de la déformée, et nous adopterons une approche simplifiée de certains phénomènes, comme le contact par exemple. L'étude énergétique du système sera alors le point clé de cette démarche, et l'approche Lagrangienne montrera toute son efficacité dans un contexte où le comportement global compte.

Nous allons donc dans un premier temps mettre en place les hypothèses servant de base à notre modèle. Une modélisation cinétique puis dynamique seront ensuite menées, et nous en donnerons diverses représentations. Enfin, nous validerons cette approche par des essais expérimentaux.

2.2.1 Hypothèses et notations.

Le moteur considéré se compose d'un stator de forme annulaire, dont l'épaisseur est faible devant les autres dimensions, permettant de le considérer comme une plaque mince (hypothèse H_1). Sur ce stator, des céramiques piézo électriques sont parfaitement collées ; ces céramiques, se répartissent en deux phases, que l'on nomme α et β , respectivement alimentées par les tensions v_α et v_β , sinusoïdales en régime permanent, et de valeur efficace V_α et V_β . La polarisation des céramiques permet alors à deux ondes stationnaires de flexion, que nous supposerons parfaitement sinusoïdales (H_2), de s'établir, l'une étant positionnée rigoureusement à un quart de longueur d'onde de l'autre sur l'anneau statorique. Par ailleurs, cet anneau comporte k paires de pôles, c'est à dire k céramiques polarisées dans le même sens, par phase. La figure 2.1 résume les notations utilisées pour caractériser les dimensions géométriques du moteur.

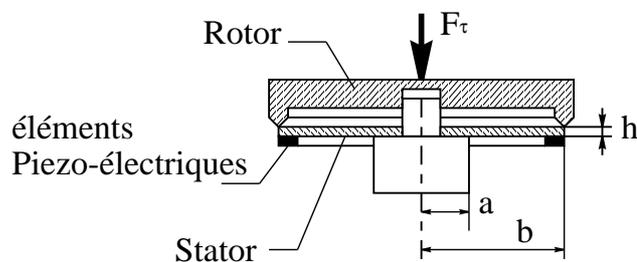


FIG. 2.1 – Coupe transversale du moteur étudié.

Ainsi, nous notons :

- a le rayon intérieur du stator. A cette position, il est encastré sur le bâti du moteur
- b le rayon extérieur du stator
- h la position du plan neutre par rapport à la surface supérieure du stator.

Le plan neutre est un plan particulier du stator où les déformations acquièrent une forme remarquable : les déplacements radiaux et tangentiels y sont nuls. Ce plan et sa position peuvent être calculés [11] ; en général, ce plan neutre se trouve aux alentours du plan médian du stator.

Sur ce stator, on vient presser, par l'intermédiaire d'un effort F_τ , le rotor, et on note m_R sa masse. Le rotor est libre en translation selon son axe, mais il est freiné par une force de frottement fluide, dont le coefficient sera noté d_z .

Ce rotor tourne, entraîné par l'onde progressive qui se propage à la surface du stator, et met en mouvement sa charge mécanique ; on appelle C et C_r respectivement les couples transmis et résistant, et J le moment d'inertie total des parties tournantes. Le couple de frottement fluide sera négligé.

Afin de s'affranchir des problèmes posés par l'étude du contact mécanique entre le stator et le rotor, nous supposons que l'onde progressive est en contact ponctuel avec un élément supplémentaire que nous nommons *rotor idéal*. Cet élément ne stocke aucune énergie, car sa masse est supposée nulle, et les conditions de contact avec le stator sont idéalisées :

- contacts ponctuels (H_3)
- condition de roulement sans glissement (H_4).

Ce *rotor idéal* n'entraîne pas directement la charge ; lui même est en contact avec le rotor réel, mais de manière imparfaite. Ce rotor virtuel est introduit dans le seul objectif de simplifier l'approche en introduisant ici une modélisation globale du contact, à l'inverse des modèles pour lesquels une description locale est entreprise [29].

Nous définissons pour ce moteur un repère fixe $\mathfrak{R}_1(o, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ et un repère tournant $\mathfrak{R}_\theta(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$. On choisira d'exprimer les coordonnées d'un point M en coordonnées polaires (r, θ, z) dans le repère \mathfrak{R}_1 , tandis que l'on conserve les coordonnées cartésiennes (u, v, w) dans le repère \mathfrak{R}_θ (figure 2.2).

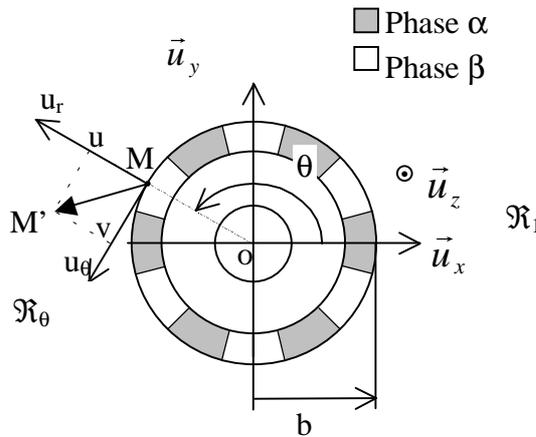


FIG. 2.2 – Définition des repères pour le MPE.

Enfin, les matériaux sont supposés linéaires (H_5).

2.2.2 Propagation d'une onde progressive.

2.2.2.1 Vecteur déplacement.

Lorsque les céramiques sont alimentées, elles génèrent des contraintes de flexion qui déforment le stator. Chaque point $M(r, \theta, z)$ se déplace en M' . Le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ de composantes $(u(r, \theta, z, t), v(r, \theta, z, t), w(r, \theta, z, t))$ relativement à \mathfrak{R}_θ est appelé vecteur déplacement.

Si la phase α est alimentée seule, la déformation du stator qu'elle engendre dépend non seulement du temps, puisque v_α est une tension variable, mais aussi de la position où l'on se place pour regarder la déformation, c'est à dire de r , θ et z . Plus précisément, il s'agit d'une onde stationnaire, et la coordonnée du vecteur déplacement suivant \vec{u}_z associé à la phase α peut s'écrire, sous l'hypothèse H_2 [29] :

$$w_1 = \Phi(r) \cos(k\theta) w_\alpha(t) \quad (2.2)$$

De même, la phase β génère une onde stationnaire w_2 qui s'écrit, compte tenu de la disposition des céramiques :

$$w_2 = \Phi(r) \sin(k\theta) w_\beta(t) \quad (2.3)$$

Finalement, la déformation générée simultanément par les deux phases s'écrit, compte tenu de l'hypothèse de linéarité H_5 :

$$w = w_1 + w_2 \quad (2.4)$$

La fonction $\Phi(r)$ traduit l'évolution des ondes stationnaires le long d'un rayon. Elle n'est pas facile à calculer, mais répond à certaines conditions :

- elle doit être nulle pour $r = a$, car cela correspond à la zone d'encastrement,
- pour $r = b$, $\Phi(b) = 1$ et alors, $w_\alpha(t)$ et $w_\beta(t)$ représentent les amplitudes instantanées des deux ondes stationnaires sur la ligne de contact.

On peut donner à cette fonction une approximation répondant à ces conditions [26][29] :

$$\Phi(r) = \left(\frac{r-a}{b-a} \right)^2 \quad (2.5)$$

Grâce à 2.2, 2.3 et 2.4, nous pouvons calculer l'amplitude de l'onde progressive générée par les deux phases α et β :

$$w = \left(\frac{r-a}{b-a} \right)^2 (\cos(k\theta) w_\alpha(t) + \sin(k\theta) w_\beta(t)) \quad (2.6)$$

De ce résultat sont déduites les autres composantes du vecteur déplacement. En effet, selon H_1 , le stator respecte les conditions de Kirchoff ; les déplacements selon les directions radiale et tangentielle sont liées à la déformation dans l'axe \vec{u}_z par :

$$\begin{aligned} u &= -z \frac{\partial w}{\partial r} \\ v &= -\frac{z}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Soit encore :

$$u = -2 \frac{r-a}{(b-a)^2} z (w_\alpha \cos(k\theta) + w_\beta \sin(k\theta)) \quad (2.8)$$

$$v = -k \frac{z}{r} \left(\frac{r-a}{b-a} \right)^2 (-w_\alpha \sin(k\theta) + w_\beta \cos(k\theta)) \quad (2.9)$$

De ces résultats, nous pouvons déduire le vecteur déplacement au niveau de la ligne de contact, c'est à dire pour $r = b$ (figure 2.2) et $z = h$ (figure 2.1) :

$$\begin{aligned} u(r = b, \theta, z = h) &= -\frac{2h}{b-a} (w_\alpha \cos(k\theta) + w_\beta \sin(k\theta)) \\ v(r = b, \theta, z = h) &= -k \frac{h}{b} (-w_\alpha \sin(k\theta) + w_\beta \cos(k\theta)) \\ w(r = b, \theta, z = h) &= w_\alpha \cos(k\theta) + w_\beta \sin(k\theta) \end{aligned} \quad (2.10)$$

2.2.2.2 Définition du point de contact.

La position angulaire pour laquelle le déplacement selon \vec{u}_z est maximal est appelée θ_c . Alors par définition :

$$\left. \frac{dw}{d\theta} \right|_{\theta_c} = 0 \quad (2.11)$$

Ce qui nous permet d'écrire que :

$$-kw_\alpha \sin(k\theta_c) + kw_\beta \cos(k\theta_c) = 0 \quad (2.12)$$

ou bien encore :

$$\begin{aligned} \tan(k\theta_c) &= \frac{w_\beta}{w_\alpha} \\ \theta_c &\in [0, 2\pi] \end{aligned} \quad (2.13)$$

Cette équation possède plusieurs solutions dans l'intervalle d'appartenance de θ_c , qui correspondent soit à un maximum soit à un minimum de la fonction w . Nous ne conservons que les maxima, par définition de θ_c . Il y en a k comme le nombre de paires de pôles :

$$\mathbf{R}_7: \theta_c = \frac{1}{k} \text{atan} \left(\frac{w_\beta}{w_\alpha} \right) + \frac{i-1}{k} 2\pi \quad (2.14)$$

$$i \in \{1..k\}$$

L'amplitude de déplacement maximale est la même pour tous ces points :

$$\begin{aligned} \hat{W} &= w(r = b, \theta = \theta_c, z = h) \\ &= w_\alpha \cos(k\theta_c) + w_\beta \sin(k\theta_c) \\ &= \sqrt{w_\alpha^2 + w_\beta^2} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Généralement, dans les moteurs à onde progressive plats, le déplacement radial u est faible devant les déplacements selon les autres directions, parce que la différence de rayon $b - a$ est grande devant la position de la ligne neutre h . Si bien que dans la suite de cette étude, nous le négligerons.

Les équations 2.13 et 2.15 reportées dans 2.10 permettent d'écrire une nouvelle expression du déplacement dans le plan $(\vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ pour la ligne de contact :

$$v = -k \frac{h}{b} \hat{W} \sin(k\theta - k\theta_c) \quad (2.16)$$

$$w = \hat{W} \cos(k\theta - k\theta_c) \quad (2.17)$$

L'angle θ_c dépend des amplitudes des ondes stationnaires, et donc du temps. Comme le stator est un résonateur mécanique, les ondes stationnaires varient sinusoidalement en fonction du temps. Il apparaît alors que les trajectoires des particules à la surface du stator sont des ellipses. On retrouve là la propriété d'une onde progressive décrite au cours du paragraphe 1.3.4.2. Ce mouvement peut alors entraîner un rotor idéal s'il est pressé contre le stator. Le point pour lequel le rotor idéal entre en contact avec le stator, appelé point de contact, est situé en $\theta = \theta_c$.

Les équations 2.6 et 2.9 permettent de tracer dans le plan $(\vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ la déformation du stator en $r = b$ (figure 2.3). Sur ce dessin, les déformations selon u_z et u_θ ont été volontairement amplifiées par souci de lisibilité.

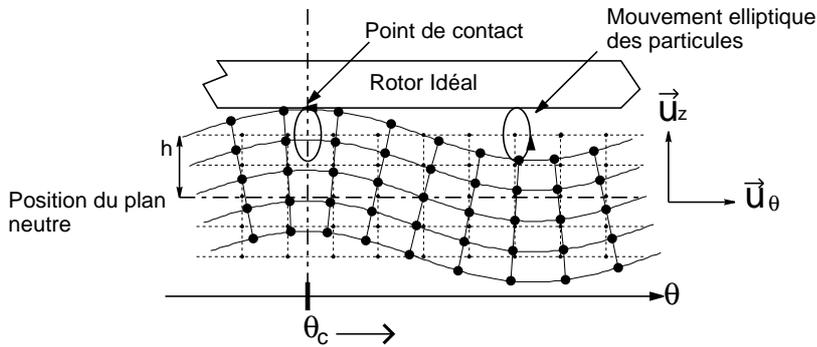


FIG. 2.3 – Onde progressive générée au stator.

2.2.2.3 Cinématique du rotor idéal.

Le rotor idéal ne possède que deux degrés de liberté : la rotation autour de \vec{u}_z et la translation selon le même axe. On nomme V_{Nid} sa vitesse de translation selon l'axe normal, et V_{Tid} sa vitesse tangentielle au niveau de la ligne de contact. Alors, les hypothèses H_3 et H_4 permettent d'écrire que ces vitesses sont égales aux vitesses du point de contact appartenant au stator.

Vitesse normale. La vitesse d'un point M du stator repéré par ses coordonnées (r, θ, z) est donnée par :

$$V_{n, M \in stator} = \frac{dw}{dt} = \dot{w}_\alpha \cos(k\theta) + \dot{w}_\beta \sin(k\theta) \quad (2.18)$$

Lorsque ce point devient point de contact, sa vitesse vaut :

$$V_{n,M \in stator} = \dot{w}_\alpha \cos(k\theta_c) + \dot{w}_\beta \sin(k\theta_c) \quad (2.19)$$

d'où

$$V_{Nid} = \dot{w}_\alpha \cos(k\theta_c) + \dot{w}_\beta \sin(k\theta_c) \quad (2.20)$$

Vitesse tangentielle. La vitesse tangentielle est, elle, donnée par :

$$V_{t,M \in stator} = \frac{dv}{dt} = -k \frac{h}{b} (-\dot{w}_\alpha \sin(k\theta) + \dot{w}_\beta \cos(k\theta)) \quad (2.21)$$

Nous comptons positive la vitesse de déplacement V_{Tid} selon $-\vec{u}_\theta$. Lorsque le point M devient point de contact :

$$V_{t,M \in stator} = -V_{Tid} = -k \frac{h}{b} (-\dot{w}_\alpha \sin(k\theta_c) + \dot{w}_\beta \cos(k\theta_c)) \quad (2.22)$$

Posons

$$V'_{Tid} = -\dot{w}_\alpha \sin(k\theta) + \dot{w}_\beta \cos(k\theta) \quad (2.23)$$

La relation 2.22 devient :

$$\mathbf{R}_{m11}: V_{Tid} = k \frac{h}{b} V'_{Tid} \quad (2.24)$$

Nous retrouvons là le facteur $\Lambda = k \frac{h}{b}$ paramètre appelé couramment facteur d'ellipse et intervenant également dans certaines modélisation [25][19].

Afin de simplifier l'écriture de ces équations, nous introduisons la matrice de rotation d'angle $k\theta_c$ pour écrire :

$$\mathbf{R}_w: \begin{pmatrix} V_{Nid} \\ V'_{Tid} \end{pmatrix} = R(-k\theta_c) \begin{pmatrix} \dot{w}_\alpha \\ \dot{w}_\beta \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

avec par définition :

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

Enfin, si nous appelons Ω_{id} la vitesse angulaire du rotor idéal, nous pouvons écrire que :

$$\mathbf{R}_{m21}: \Omega_{id} = \frac{1}{b} V_{Tid} \quad (2.27)$$

Ainsi, nous avons fait le lien entre les amplitudes des ondes stationnaires et la cinématique du rotor idéal. La modélisation doit donc se poursuivre par l'étude du stator pour déterminer l'évolution de ces amplitudes en fonction des tensions d'alimentation, mais aussi des efforts extérieurs.

2.2.3 Équation de la masse vibrante.

L'étude générale de cette équation est réalisée dans [11] et plus spécifiquement pour un moteur à onde progressive dans [29]. Nous reprenons ces travaux dans le cas simple d'un stator seul afin de déterminer la forme générale que prend cette équation, compte tenu de nos hypothèses. Nous allons donc calculer le Lagrangien du système, que nous dériverons afin de faire apparaître l'équation dans le cas simplifié d'un stator seul. Puis nous inclurons l'effet des efforts extérieurs.

2.2.3.1 Notations et hypothèses.

Le stator de la figure 2.1 est constitué de deux domaines :

- le domaine passif, en bronze, autrement appelé substrat ;
- le domaine piézo-électrique.

La figure 2.4 en donne une représentation simplifiée, et définit les notations utilisées dans cette partie.

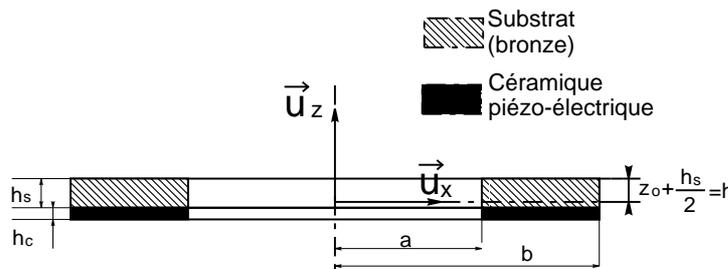


FIG. 2.4 – Constitution du stator étudié.

Les différents vecteurs utilisés sont :

- T contrainte
- S déformation
- U déplacement
- E champ électrique
- D déplacement électrique.

Les coordonnées de ces vecteurs sont exprimées dans la base de \mathcal{R}_θ .

Les matériaux sont supposés linéaires, et nous faisons l'hypothèse de contraintes planes : la compression selon l'épaisseur est négligée, ainsi que les efforts tranchants. Nous aurons donc $T_3 = T_4 = T_5 = 0$ [11].

Nous notons ρ_s et ρ_c les masses volumiques respectivement du bronze et de la céramique piézo-électrique. Ces valeurs sont considérées constantes dans chaque domaine.

Les équations constitutives des matériaux respectent une forme particulière selon le domaine ; pour le substrat, contraintes et déformations sont liées par la loi de Hook [35] :

$$T = C_s S \quad (2.28)$$

Les équations du domaine piézo-électrique sont quant à elles définies au paragraphe 1.2.3.

La polarisation des céramiques n'étant pas uniforme, nous modulerons le coefficient d_{31} par une fonction dépendante de θ , qui sera positive pour une polarisation engendrant une dilatation des céramiques lorsque le champ E est positif, et négative dans le cas contraire [26]. Ces fonctions, qui dépendent aussi de la phase considérée, seront appelées $\Theta_\alpha(\theta)$ et $\Theta_\beta(\theta)$. Elles sont données pour le cas d'un moteur à polarisation interdigitée excitant un mode de rang k :

$$\Theta_\alpha = \begin{cases} 1 & \text{si } \frac{\pi}{2k} + i\frac{2\pi}{k} < \theta < \frac{3\pi}{2k} + i\frac{2\pi}{k} \\ -1 & \text{si } \frac{3\pi}{2k} + i\frac{2\pi}{k} < \theta < \frac{5\pi}{2k} + i\frac{2\pi}{k} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.29)$$

$$\Theta_\beta = \begin{cases} 1 & \text{si } \frac{(k+1)\pi}{k} + i\frac{2\pi}{k} < \theta < \frac{(k+2)\pi}{k} + i\frac{2\pi}{k} \\ -1 & \text{si } \frac{(k+2)\pi}{k} + i\frac{2\pi}{k} < \theta < \frac{(k+3)\pi}{k} + i\frac{2\pi}{k} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.30)$$

Avec $i \in \{0, \dots, \frac{k-1}{2} - 1\}$.

Ce découpage est illustré pour $k = 9$ figure 2.5, sur laquelle nous avons aussi fait figurer le positionnement de l'électrode auxiliaire.

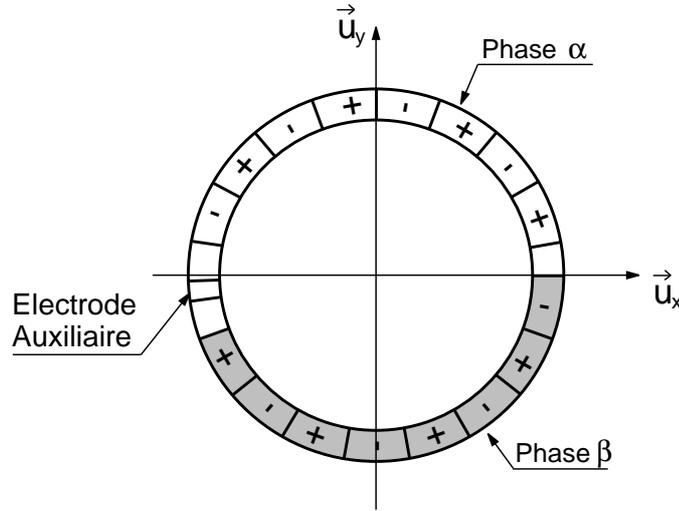


FIG. 2.5 – Polarisation concentrée des céramiques piézo-électriques au stator ; vue de dessus.

Finalement, le coefficient d_{31} dépend de la position et son expression en fonction de θ permet de prendre en compte l'alternance des polarisations :

$$d_{31}(\theta) = (\Theta_\alpha + \Theta_\beta) d_{31}^0 \quad (2.31)$$

où d_{31}^0 représente la constante de charge du matériau piézo-électrique.

2.2.3.2 Expression des déformations et des contraintes.

Expression du vecteur de déformation.

Compte tenu des hypothèses, le vecteur déformation défini au chapitre I possède la forme suivante :

$$S = \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{r\theta} \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

Ses composantes se calculent grâce au vecteur déplacement. Par définition ce dernier s'écrit :

$$\vec{U} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

Alors, à partir des équations 2.6, 2.8 et 2.13 et [36], les composantes du vecteur déformation s'écrivent dans la base \mathfrak{R}_θ :

$$S_1 = \frac{\partial u}{\partial r} = -2 \frac{z}{(b-a)^2} (w_\alpha \cos(k\theta) + w_\beta \sin(k\theta)) \quad (2.34)$$

$$S_2 = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + u \right) = \frac{z}{r} \frac{r-a}{(b-a)^2} \left[(k^2 - 2) - k^2 \frac{a}{r} \right] (w_\alpha \cos(k\theta) + w_\beta \sin(k\theta)) \quad (2.35)$$

$$S_6 = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial u}{\partial \theta} - v \right] + \frac{\partial v}{\partial r} = -2k \frac{z}{(b-a)^2} [-w_\alpha \sin(k\theta) + w_\beta \cos(k\theta)] \quad (2.36)$$

Nous remarquons alors que ces déformations sont égales à des produits de fonctions mono-variables ne dépendant que de z , r , θ et t . Cette propriété sera exploitée ultérieurement quand il s'agira d'intégrer ces fonctions sur un volume.

Expression du tenseur des contraintes.

Les équations de la piézo-électricité établies au chapitre I permettent d'aboutir à l'expression des contraintes en fonction des déformations :

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{S_{11}^E}{S_{11}^{E^2} - S_{12}^{E^2}} S_1 - \frac{S_{12}^E}{S_{11}^{E^2} - S_{12}^{E^2}} S_2 - \frac{S_{11}^E - S_{12}^E}{S_{11}^{E^2} - S_{12}^{E^2}} d_{31} E_3 \\ T_2 &= -\frac{S_{12}^E}{S_{11}^{E^2} - S_{12}^{E^2}} S_1 + \frac{S_{22}^E}{S_{11}^{E^2} - S_{12}^{E^2}} S_2 - \frac{S_{11}^E - S_{12}^E}{S_{11}^{E^2} - S_{12}^{E^2}} d_{31} E_3 \\ T_6 &= \frac{S_6}{S_{66}^E} \end{aligned} \quad (2.37)$$

On peut à ce stade introduire les notations suivantes :

$$c_{11}^E = \frac{S_{11}^E}{S_{11}^{E^2} - S_{12}^{E^2}} \quad c_{12}^E = -\frac{S_{12}^E}{S_{11}^{E^2} - S_{12}^{E^2}} \quad c_{66}^E = \frac{1}{S_{66}^E} \quad e_{31} = \frac{1}{S_{11}^E + S_{12}^E} d_{31} \quad (2.38)$$

Pour finalement écrire que

$$\begin{aligned} T_1 &= c_{11}^E S_1 + c_{12}^E S_2 - e_{31} E_3 \\ T_2 &= c_{12}^E S_1 + c_{11}^E S_2 - e_{31} E_3 \\ T_6 &= c_{66}^E S_6 \end{aligned} \quad (2.39)$$

2.2.3.3 Expression du Lagrangien.

Calcul de l'énergie cinétique.

Le stator est un bimorphe ; on distingue le domaine du substrat de volume V_s et celui de la céramique de volume V_c . L'énergie de l'ensemble du système est donc la somme de chaque énergie calculée sur un domaine particulier. Par définition de l'énergie cinétique, nous posons donc :

$$\xi_c = \frac{1}{2} \int_{V_s} \rho_s (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) dV + \frac{1}{2} \int_{V_c} \rho_c (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) dV \quad (2.40)$$

Alors, l'énergie cinétique totale du système qui est la somme de ces deux énergies, peut se mettre sous une forme particulière, faisant apparaître un paramètre m que l'on appelle *masse vibrante* :

$$\xi_c = m \frac{\dot{w}_\alpha^2 + \dot{w}_\beta^2}{2} \quad (2.41)$$

Cette masse vibrante dépend des dimensions géométriques du système et des densité de chaque domaine (annexe A2). Mais elle dépend aussi de k et donc de la déformée elle même. Cette masse ne représente donc pas la masse gravitationnelle du système.

Calcul de l'énergie potentielle élastique

L'énergie potentielle élastique se calcule elle aussi distinctement sur chaque domaine :

$$\xi_p = \frac{1}{2} \int_{V_s} S^T T dV + \frac{1}{2} \int_{V_c} S^T T dV \quad (2.42)$$

L'énergie potentielle élastique qui résulte de la somme de chaque énergie calculée dans chaque domaine peut être à son tour exprimée en utilisant deux nouveaux paramètres dépendant du choix des matériaux et de la forme de la structure (annexe A3) :

$$\xi_p = c \left(\frac{w_\alpha^2 + w_\beta^2}{2} \right) - \frac{N}{2} (w_\alpha v_\alpha + w_\beta v_\beta) \quad (2.43)$$

Le paramètre c est appelé *raideur du stator*, qui dépend là encore du nombre de mode k . Le paramètre N est appelé *facteur de force* ; il est fonction du paramètre e_{31}^0 (donc de d_{31}^0). Il traduit la conversion électromécanique.

Calcul de l'énergie électrique

Le bronze est un matériau conducteur. On suppose donc qu'il ne stocke pas d'énergie électrique. Si bien que cette énergie n'est calculée que dans le matériau piézo-électrique, et nous écrirons :

$$W_E = \frac{1}{2} \int_{V_c} E^T D dV_c \quad (2.44)$$

Cette énergie peut être exprimée en ayant recours au facteur de force N et à la capacité intrinsèque du stator C_0 (annexe A4)

$$W_E = -\frac{N}{2} (w_\alpha v_\alpha + w_\beta v_\beta) + \frac{1}{2} C_0 (v_\alpha^2 + v_\beta^2) \quad (2.45)$$

Écriture du Lagrangien

Finalement, le Lagrangien du système s'écrit :

$$L = m \frac{\dot{w}_\alpha^2 + \dot{w}_\beta^2}{2} - c \frac{w_\alpha^2 + w_\beta^2}{2} - N(w_\alpha v_\alpha + w_\beta v_\beta) + \frac{1}{2} C_0 (v_\alpha^2 + v_\beta^2) \quad (2.46)$$

Ces expressions montrent que l'état énergétique du stator seul est entièrement défini par les amplitudes des ondes stationnaires w_α et w_β . Dans la mesure où ces deux grandeurs sont indépendantes, elles constituent les coordonnées généralisées de notre système.

2.2.3.4 Équation d'établissement des ondes stationnaires

Le principe de l'équation de Lagrange nous permet d'écrire d'après 2.1 :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{w}_\alpha} \right) - \frac{\partial L}{\partial w_\alpha} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{w}_\beta} \right) - \frac{\partial L}{\partial w_\beta} &= 0 \end{aligned} \quad (2.47)$$

Compte tenu du fait que tension et amplitude d'onde stationnaire sont indépendantes l'une de l'autre, nous aboutissons aux deux équations permettant de déterminer l'évolution des amplitudes des ondes stationnaires :

$$\begin{aligned} m\ddot{w}_\alpha + cw_\alpha &= NV_\alpha \\ m\ddot{w}_\beta + cw_\beta &= NV_\beta \end{aligned} \quad (2.48)$$

Ces équations différentielles du deuxième ordre permettent de déterminer l'évolution temporelle des amplitudes des ondes stationnaires. La dynamique de ces évolutions dépend du paramètre m et de c et le rapport $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$ définit la pulsation des tensions d'alimentation mettant en résonance le système stator seul. Le facteur de force N traduit la transformation électromécanique mise en jeu au niveau des céramiques.

2.2.3.5 Prise en compte des efforts extérieurs.

La prise en compte des efforts extérieurs fait appel aux forces et coordonnées généralisées [34].

Ce passage se fait en remplaçant notre stator complexe par un système virtuel composé d'une seule particule, mais étant dans le même état énergétique que le système réel ; les coordonnées de cette particule sont d'ailleurs les grandeurs définissant cet état énergétique. C'est pourquoi elles s'appellent généralisées. Les forces qui s'y appliquent dérivent soit d'un potentiel (élasticité), de fonction de dissipation, soit de contraintes extérieures. Dans ce dernier cas, et afin de conserver toujours le même état énergétique, le travail virtuel de ces forces est égal au travail réel des efforts extérieurs, dont on a choisi qu'elles découlent, calculé sur le même intervalle de temps. On peut aussi raisonner en puissance virtuelle, qui doit alors être calculée au même instant.

Les équations de Lagrange peuvent donc être complétées pour faire apparaître les forces généralisées :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = -f_{rj} \quad (2.49)$$

où f_{rj} représente la force généralisée relative à la coordonnée généralisée q_j . Nous avons choisi de faire précéder cette force généralisée d'un signe $-$, pour marquer le fait qu'elle traduit l'effet d'un effort extérieur appliqué au système. Finalement, on peut montrer que les équations 2.48 doivent être complétées pour finalement obtenir :

$$m \begin{pmatrix} \ddot{w}_\alpha \\ \ddot{w}_\beta \end{pmatrix} + d_s \begin{pmatrix} \dot{w}_\alpha \\ \dot{w}_\beta \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} w_\alpha \\ w_\beta \end{pmatrix} = N \begin{pmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} f_{r\alpha} \\ f_{r\beta} \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

Le paramètre d_s que nous venons d'introduire modélise, par les forces généralisées qu'il implique, des pertes générées par la friction des particules du stator entre elles.

Les courants motionnels restent donnés par (paragraphe 1.4.1) :

$$\mathbf{R}_{\alpha 2}: i_{m\alpha} = N\dot{w}_\alpha \quad (2.51)$$

$$\mathbf{R}_{\beta 2}: i_{m\beta} = N\dot{w}_\beta \quad (2.52)$$

A ce stade, nous pouvons analyser l'équation 2.50 en faisant apparaître toutes les forces généralisées, et les travaux ou énergie leur correspondant :

Nature de l'énergie	Nom de la force	Équation	Puissance associée	Travail ou énergie associé
Électrique	f_α, f_β	$\mathbf{R}_{\alpha 1}: f_\alpha = Nv_\alpha$ $\mathbf{R}_{\beta 1}: f_\beta = Nv_\beta$	$f_\alpha \dot{w}_\alpha = v_\alpha i_{m\alpha}$ $f_\beta \dot{w}_\beta = v_\beta i_{m\beta}$	$Nv_\alpha w_\alpha$ $Nv_\beta w_\beta$
Potentielle élastique	$f_{e\alpha}, f_{e\beta}$	$\mathbf{R}_{\alpha 3}: f_{e\alpha} = cw_\alpha$ $\mathbf{R}_{\beta 3}: f_{e\beta} = cw_\beta$	$f_{e\alpha} \dot{w}_\alpha$ $f_{e\beta} \dot{w}_\beta$	$\frac{1}{2}cw_\alpha^2$ $\frac{1}{2}cw_\beta^2$
Perdus par frottements internes	$f_{f\alpha}, f_{f\beta}$	$\mathbf{R}_{\alpha 4}: f_{f\alpha} = d_s \dot{w}_\alpha$ $\mathbf{R}_{\beta 4}: f_{f\beta} = d_s \dot{w}_\beta$	$f_{f\alpha} \dot{w}_\alpha$ $f_{f\beta} \dot{w}_\beta$	$\int d_s \dot{w}_\alpha^2$ $\int d_s \dot{w}_\beta^2$
Cinétique	$f_{c\alpha}, f_{c\beta}$	$f_{c\alpha} = m\ddot{w}_\alpha$ $f_{c\beta} = m\ddot{w}_\beta$	$f_{c\alpha} \dot{w}_\alpha$ $f_{c\beta} \dot{w}_\beta$	$\frac{1}{2}m\dot{w}_\alpha^2$ $\frac{1}{2}m\dot{w}_\beta^2$
Transmise au rotor	$f_{r\alpha}, f_{r\beta}$	(\mathbf{R}_F , voir ci-après)	$f_{r\alpha} \dot{w}_\alpha$ $f_{r\beta} \dot{w}_\beta$	$\int f_{r\alpha} \dot{w}_\alpha$ $\int f_{r\beta} \dot{w}_\beta$

Alors, l'équation 2.50 peut s'écrire d'une autre manière :

$$\begin{pmatrix} f_{c\alpha} \\ f_{c\beta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f_{f\alpha} \\ f_{f\beta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f_{e\alpha} \\ f_{e\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} f_{r\alpha} \\ f_{r\beta} \end{pmatrix} \quad (2.53)$$

qui peut encore se mettre sous la forme :

$$\mathbf{R}_{\alpha 5}: \dot{w}_\alpha = \frac{1}{m} \int (f_\alpha - f_{r\alpha} - f_{f\alpha} - f_{e\alpha}) dt \quad (2.54)$$

$$\mathbf{R}_{\beta s}: \dot{w}_{\beta} = \frac{1}{m} \int (f_{\beta} - f_{r\beta} - f_{f\beta} - f_{e\beta}) dt \quad (2.55)$$

2.2.4 Calcul des forces de réaction modales.

Les forces de réaction modales, apparaissant dans l'équation 2.50, traduisent l'effet des efforts extérieurs sur l'onde. Ces efforts sont l'effort normal F_N et l'effort tangentiel F_T , donnant naissance au couple C , la relation liant ces deux grandeurs étant :

$$\mathbf{R}_{m22}: F_T = \frac{1}{b} C \quad (2.56)$$

Ces efforts se répartissent sur les k points de contact. Nous formulons ici une hypothèse supplémentaire selon laquelle les efforts sont équirépartis sur les sommets de l'onde (H_6). Ça peut être le cas lorsque les points de contact sont rigoureusement à la même ordonnée z . Mais cette hypothèse a ses limites : des relevés au vibromètre laser peuvent montrer des différences de hauteur d'onde avec la position [37]. En effet, l'état de surface du substrat peut créer des dissymétries. Cependant, ces différences demeurent généralement faibles c'est pourquoi notre modèle ne les prend pas en compte.

La figure 2.6 établit les conventions d'orientation de ces efforts, le vecteur des efforts extérieur au stator pour une longueur d'onde s'écrit alors : $\overrightarrow{F_{ext-stator}} = \frac{1}{k} F_T \vec{u}_{\theta} - \frac{1}{k} F_N \vec{u}_z$.

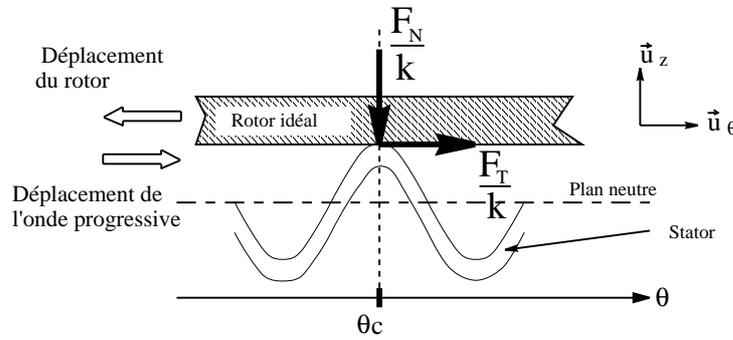


FIG. 2.6 – Orientation des efforts dans le repère \mathfrak{R}_{θ} ; seule une longueur d'onde est représentée.

La vitesse au point de contact $\overrightarrow{V_{\theta_c \in stator}}$, d'après les équations 2.20 et 2.22 s'exprime par :

$$\overrightarrow{V_{\theta_c \in stator}} = \begin{pmatrix} 0 \\ k \frac{h}{b} (\dot{w}_{\alpha} \sin(k\theta_c) - \dot{w}_{\beta} \cos(k\theta_c)) \\ \dot{w}_{\alpha} \cos(k\theta_c) + \dot{w}_{\beta} \sin(k\theta_c) \end{pmatrix}_{\mathfrak{R}_{\theta}} \quad (2.57)$$

Et la puissance des efforts extérieurs est calculée en sommant sur les k points de contact :

$$p = k \overrightarrow{F_{ext-stator}} \cdot \overrightarrow{V_{\theta_c \in stator}} = F_T V_{Tid} - F_N V_{Nid} \quad (2.58)$$

En introduisant dans cette équation la relation 2.57, il vient :

$$p = k \frac{h}{b} F_T (\dot{w}_\alpha \sin(k\theta_c) - \dot{w}_\beta \cos(k\theta_c)) - F_N (\dot{w}_\alpha \cos(k\theta_c) + \dot{w}_\beta \sin(k\theta_c)) \quad (2.59)$$

$$= -(\cos(k\theta_c)F_N - k \frac{h}{b} F_T \sin(k\theta_c)) \dot{w}_\alpha - (\sin(k\theta_c)F_N + k \frac{h}{b} F_T \cos(k\theta_c)) \dot{w}_\beta \quad (2.60)$$

Compte tenu du principe des forces et coordonnées généralisées, cette puissance est aussi égale à :

$$p = -f_{r\alpha} \dot{w}_\alpha - f_{r\beta} \dot{w}_\beta \quad (2.61)$$

En identifiant 2.60 avec 2.61, on en déduit une expression de ces forces généralisées :

$$f_{r\alpha} = \cos(k\theta_c)F_N - k \frac{h}{b} F_T \sin(k\theta_c) \quad (2.62)$$

$$f_{r\beta} = \sin(k\theta_c)F_N + k \frac{h}{b} F_T \cos(k\theta_c)$$

On peut poser

$$\mathbf{R}_{m12}: F'_T = k \frac{h}{b} F_T \quad (2.63)$$

pour une fois encore faire apparaître la matrice de rotation d'angle $k\theta_c$:

$$\mathbf{R}_F: \begin{pmatrix} f_{r\alpha} \\ f_{r\beta} \end{pmatrix} = R(k\theta_c) \begin{pmatrix} F_N \\ F'_T \end{pmatrix} \quad (2.64)$$

Finalement, l'équation 2.50 s'écrit :

$$m \begin{pmatrix} \ddot{w}_\alpha \\ \ddot{w}_\beta \end{pmatrix} + d_s \begin{pmatrix} \dot{w}_\alpha \\ \dot{w}_\beta \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} w_\alpha \\ w_\beta \end{pmatrix} = N \begin{pmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{pmatrix} - R(k\theta_c) \begin{pmatrix} F_N \\ F'_T \end{pmatrix} \quad (2.65)$$

Nous avons accès à une expression assez simple de ces forces de réaction modales. C'est un avantage de ce modèle, qui permet de tenir compte à la fois des efforts dans l'axe tangentiel (le couple) mais aussi dans l'axe normal, sans avoir recours à des équations trop complexes. En effet, dans les modèles hybrides par exemple, ce ne sont pas F_N et F'_T qui apparaissent, mais des termes prenant en compte les conditions de contact, qui ne sont pas directement identifiables aux efforts extérieurs.

Afin de résumer ce principe de passage aux forces et aux coordonnées généralisées, nous avons tracé figure 2.7 une comparaison entre le système réel et le système virtuel.

D'un coté le système réel est composé d'une infinité de particules ; chacune possède une trajectoire et une vitesse propres, plaçant le système en général dans un état énergétique particulier. Ce système est décrit dans un repère géométrique à trois dimensions dans lequel les distances sont physiquement mesurables : c'est par exemple la déformée du stator en un point.

De l'autre coté le système virtuel se compose d'une particule *unique*. Elle évolue dans un repère d'axes dans lequel les coordonnées ne représentent pas les coordonnées géométriques du mécanisme réel. Les distances mesurées n'ont alors pas de lien avec le système réel, les efforts qui s'y appliquent ne sont pas les efforts extérieurs. Cependant, pour que la comparaison soit possible, les deux systèmes, virtuel ou réel, doivent être dans le même état énergétique. C'est

pourquoi de nouveaux éléments apparaissent dans le schéma virtuel. Comme par exemple deux raideurs c . Ces éléments accumulent autant d'énergie potentielle élastique que le système réel. Le coefficient c n'est pas directement le coefficient de raideur liant chaque particule entre elles ; il tient compte de la déformée du stator. L'avantage de ce passage réside dans la facilité qu'il y a à traiter un problème ne comportant qu'une seule particule.

2.2.5 Équation de la dynamique appliquée au rotor réel

Nous traduisons là le principe fondamental de la dynamique appliqué au rotor réel. Nous obtenons deux équations relatives à sa vitesse angulaire Ω et de translation suivant \vec{u}_z, V_N :

$$\mathbf{R}_s: m_R \frac{dV_N}{dt} + d_z V_N = F_N - F_\tau \quad (2.66)$$

$$\mathbf{R}_\omega: J \frac{d\Omega}{dt} = C - C_r \quad (2.67)$$

2.2.6 Liaison rotor idéal-rotor réel

La transmission de puissance se fait par friction. Si les effets tribologiques résultants sont complexes à modéliser, l'une des conséquences est l'apparition d'un glissement entre le stator et le rotor réel.

Ce glissement est à l'origine du couple développé par l'actionneur. Pour notre part, nous avons introduit un "rotor idéal" fictif entre le stator vibrant et le rotor réel, qui est caractérisé par un contact sans glissement avec le stator. C'est donc au niveau des deux rotors que cette notion fondamentale doit être introduite. Nous pouvons donc prendre en compte ce glissement,

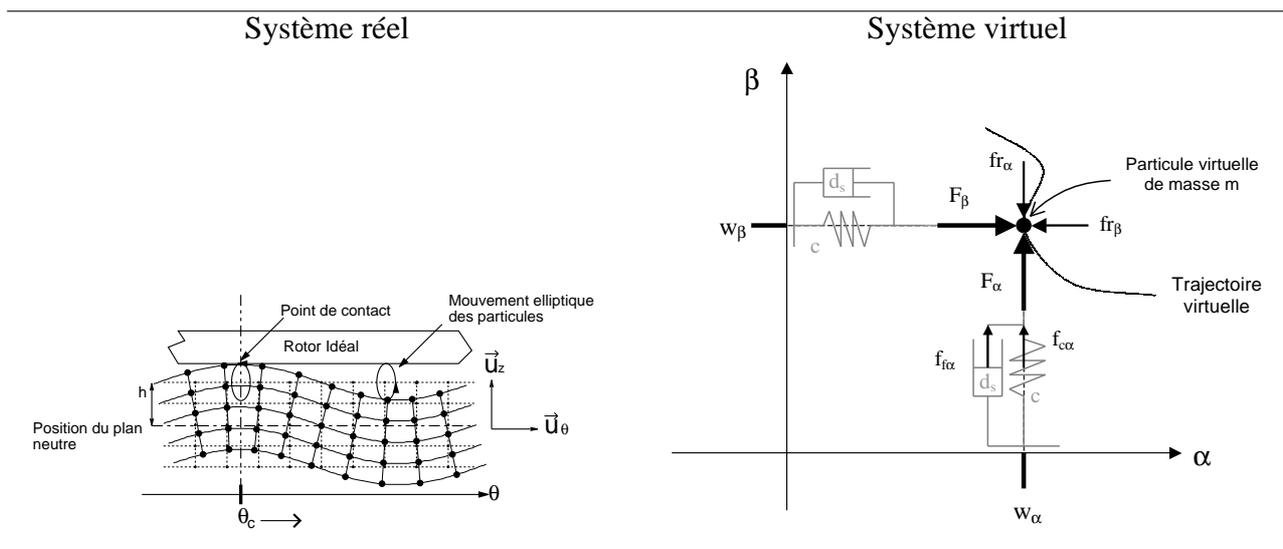


FIG. 2.7 – Système réel et son interprétation grâce aux coordonnées généralisées.

et ainsi globaliser les effets du contact par la relation 2.68 entre le couple transmis, la vitesse de rotation du rotor idéal et celle du rotor réel.

$$\mathbf{R}_{cr}: C = f_0(\Omega_{id} - \Omega) \quad (2.68)$$

Notons que ce coupleur est dissipateur d'énergie, ce qui est effectivement constaté en pratique, par l'échauffement du moteur chargé. Cette modélisation fait apparaître l'une des caractéristiques importantes de ce moteur : pour que la transmission de couple soit possible, il faut accepter un glissement entre la vitesse du rotor idéal et celle du rotor réel. Cette caractéristique rapproche le MPE, du moins en ce qui concerne le couple, des machines asynchrones dont l'existence du couple est lié au glissement du rotor par rapport au champ électromagnétique tournant.

De la même manière, la couche d'élastomère est le siège d'une accumulation d'énergie potentielle élastique suivant l'axe normal, si bien que l'on peut écrire :

$$\mathbf{R}_{cn}: F_N = K \int (V_{Nid} - V_N) dt \quad (2.69)$$

2.2.7 Prise en compte de la répartition du contact

L'introduction du rotor idéal possède l'avantage de pouvoir exprimer de manière simple les forces de réaction modales en fonction des efforts extérieurs, c'est là son intérêt. Or, la couche d'élastomère qui existe entre le stator et le rotor réel permet de part son élasticité la pénétration du stator dans le rotor, si bien que le contact est en réalité réparti.

L'effet des efforts normaux sur l'onde n'est pas le même selon que le contact est ponctuel ou réparti. Dans le cas ponctuel, les forces de réaction modales dues à l'effort normal s'écrivent, d'après 2.64 :

$$\begin{pmatrix} f_{rn\alpha} \\ f_{rn\beta} \end{pmatrix} = R(k\theta_c) \begin{pmatrix} F_N \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.70)$$

Cette relation doit donc être modifiée pour tenir compte de la répartition de contact. La figure 2.8 décrit les nouvelles conditions.

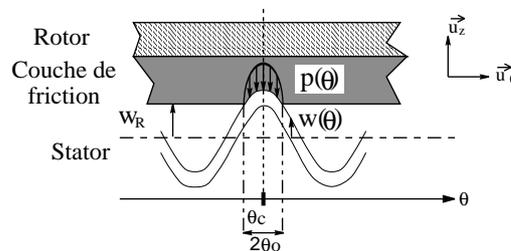


FIG. 2.8 – Pénétration du stator dans la couche d'élastomère

Nous formulons l'hypothèse que le rotor et le stator sont parfaitement rigides. D'autre part, l'élasticité tangentielle de la couche d'élastomère est négligée.

La position selon \vec{u}_z de la couche de friction non déformée est appelée W_R , la longueur angulaire du contact est appelé $2\theta_0$. Posons le changement de variable suivant : $\theta' = \theta - \theta_c$. Alors l'équation 2.17, donnant la déformée verticale en fonction de la position angulaire, s'exprime en fonction de θ' par :

$$w(\theta') = \hat{W} \cos(k\theta') \quad (2.71)$$

2.2.7.1 Expression de la longueur de contact

Sous l'effort axial, une pression de contact angulaire que l'on appelle $p(\theta')$ apparaît sur la longueur de contact, de sorte que nous pouvons écrire pour la force axiale globale :

$$F_N = k \int_{-\theta_0}^{\theta_0} p(\theta') d\theta' \quad (2.72)$$

La couche d'élastomère est modélisée comme une élasticité répartie sur le contact, et dont le coefficient de raideur est appelé C_N . Alors, par définition de ce paramètre, la relation entre $p(\theta')$ et la hauteur de pénétration du stator est donnée par $p(\theta') = C_N (w(\theta') - W_R)$, ce qui nous permet d'écrire, d'après 2.71 et 2.72 :

$$F_N = 2C_N (\hat{W} \sin(k\theta_0) - k\theta_0 W_R) \quad (2.73)$$

Par ailleurs, par définition de la longueur de contact $2\theta_0$, il vient : $w(k\theta_0) = W_R$:

$$W_R = \hat{W} \cos(k\theta_0) \quad (2.74)$$

Cependant, cette équation n'admet pas de solution pour deux cas :

- si $W_R > \hat{W}$, il n'y a pas de contact. Les forces de réaction modales sont nulles.
- si $W_R < -\hat{W}$, la couche d'élastomère étouffe l'onde, la longueur de contact vaut alors $2k\theta_0 = 2\pi$.

Les équations 2.74 et 2.73 permettent de définir θ_0

$$F_N = 2C_N \hat{W} (\sin(k\theta_0) - k\theta_0 \cos(k\theta_0)) \quad (2.75)$$

Cette équation permet donc de déterminer la longueur de contact en fonction de l'effort normal appliqué et de la hauteur de l'onde, connaissant les propriétés de la couche de contact. Nous allons à présent calculer la nouvelle expression des forces de réaction modales dans le cas d'un contact réparti.

2.2.7.2 Calcul des forces de réaction modales dues à l'effort normal.

Ce calcul est donné par [28] : l'effort normal est décomposé en forces élémentaires (comme dans l'équation 2.72) chacune donnant naissance à une force de réaction modale élémentaire. Leur calcul est analogue à celui de l'équation 2.62, cependant on tient compte de la position du point d'application de chaque force qui n'est plus θ_c .

$$\begin{pmatrix} f_{r\alpha} \\ f_{r\beta} \end{pmatrix} = k \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \begin{pmatrix} \cos(k\theta) \\ \sin(k\theta) \end{pmatrix} p(\theta') d\theta \quad (2.76)$$

En intégrant sur la zone de contact, l'équation 2.70 doit être remplacée par :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} f_{rn\alpha} \\ f_{rn\beta} \end{pmatrix} &= C_N \hat{W} \begin{pmatrix} \cos(k\theta_c) \\ \sin(k\theta_c) \end{pmatrix} \left(k\theta_0 - \frac{\sin(2k\theta_0)}{2} \right) \\ &= R(k\theta_c) \begin{pmatrix} C_N \hat{W} \left(k\theta_0 - \frac{\sin(2k\theta_0)}{2} \right) \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.77)$$

Il est important à ce stade de remarquer que la matrice de rotation peut toujours être utilisée, ce qui permet de garder la même structure de modèle. Ainsi, en comparant l'équation 2.70 et 2.77, le phénomène de pénétration du stator dans la couche élastique du rotor peut être pris en compte en remplaçant F_N par εF_N , avec

$$\varepsilon = \frac{C_N \hat{W} \left(k\theta_0 - \frac{\sin(2k\theta_0)}{2} \right)}{F_N} \quad (2.78)$$

La composante normale des forces de réaction modales peut donc s'écrire :

$$\begin{pmatrix} f_{rn\alpha} \\ f_{rn\beta} \end{pmatrix} = R(k\theta_c) \begin{pmatrix} \varepsilon F_N \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.79)$$

Il s'agit maintenant de déterminer la valeur du coefficient ε . L'introduction de 2.75 dans 2.78 nous permet d'aboutir à l'expression de ε en fonction de la longueur de contact :

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{k\theta_0 - \frac{\sin(2k\theta_0)}{2}}{\sin(k\theta_0) - k\theta_0 \cos(k\theta_0)} \quad (2.80)$$

La figure 2.9 trace l'évolution de ε en fonction de la hauteur d'onde, dans le cas d'un moteur particulier, dont nous possédons les caractéristiques.

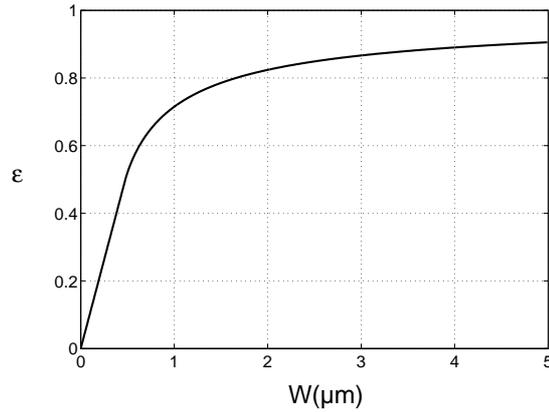
Pour tracer cette courbe, nous résolvons d'abord l'équation 2.75 par dichotomie. Nous en déduisons une valeur de θ_0 qui est ensuite injectée dans l'équation 2.80 permettant de déduire ε .

Nous remarquons que pour des hauteurs d'onde faibles, ε est nul, tendant à montrer que l'effort normal n'a pas d'effet, alors qu'il demeure présent sur le stator. A l'inverse, lorsque la hauteur d'onde augmente, ε tend vers 1, ce qui est le cas d'un contact ponctuel. Cependant, ce cas n'arrive jamais, car il suppose que la hauteur d'onde est infiniment grande.

2.2.7.3 Influence sur la vitesse du rotor idéal

Nous venons de démontrer que la prise en compte de la répartition de l'effort normal conduisait à la modification des forces de réaction modales. Cependant, par principe, la puissance liée à ces forces doit être égale à celle liée aux efforts extérieurs, si bien que la définition de la vitesse idéale doit être revue, pour maintenir ce principe. Nous écrivons alors, d'après 2.60 et 2.61 :

$$\begin{aligned} p &= -f_{r\alpha} \dot{w}_\alpha - f_{r\beta} \dot{w}_\beta \\ &= -(\varepsilon F_N \cos(k\theta_c) - F_T' \sin(k\theta_c)) \dot{w}_\alpha \\ &\quad - (\varepsilon F_N \sin(k\theta_c) + F_T' \cos(k\theta_c)) \dot{w}_\beta \\ &= -F_N \varepsilon (\cos(k\theta_c) \dot{w}_\alpha + \sin(k\theta_c) \dot{w}_\beta) \\ &\quad - F_T' (\cos(k\theta_c) \dot{w}_\beta - \sin(k\theta_c) \dot{w}_\alpha) \end{aligned} \quad (2.81)$$

FIG. 2.9 – Variation de ε en fonction de la hauteur d'onde

C_N	F_N	k
100 N/mm	300 N	11

Cette puissance doit être égale, par principe, à la puissance des efforts extérieurs donnée par 2.58. Il vient alors tout de suite que V_{Nid} doit être remplacée par εV_{Nid} . Nous écrivons donc

$$V_{Nid} = \varepsilon(\dot{w}_\alpha \cos(k\theta_c) + \dot{w}_\beta \sin(k\theta_c)) \quad (2.82)$$

Ainsi, il a été montré que la répartition du contact a une influence d'une part sur le calcul des forces de réaction modales et d'autre part, sur le calcul de la vitesse normale du rotor idéal. Cependant, il est toujours possible d'utiliser la matrice de rotation pour exprimer ces efforts, ce qui permet de garder la même structure de modèle, que le contact soit considéré ponctuel ou non. Afin d'introduire ce changement, nous posons les changements de variables suivants :

$$\mathbf{R}_w: V'_{Nid} = \dot{w}_\alpha \cos(k\theta_c) + \dot{w}_\beta \sin(k\theta_c) \quad (2.83)$$

$$\mathbf{R}_{m31}: V_{Nid} = \varepsilon V'_{Nid} \quad (2.84)$$

$$\mathbf{R}_{m32}: F'_N = \varepsilon F_N \quad (2.85)$$

2.2.8 Modélisation par graphe informationnel causal

Nous venons d'établir les équations de fonctionnement du MPE, et une modélisation est ici proposée. La démarche repose sur l'écriture des énergies du système ; nous avons donc identifié les zones où elles s'accumulent, tout en déterminant leur nature, potentielle ou cinétique.

Ainsi le système peut-il être représenté par un Graphe Informationnel Causal (GIC) [38][39]. Ce graphe est constitué de processus de nature différente, connectés entre eux par des liens d'action ou de réaction. Un processeur causal stocke de l'énergie (potentielle ou cinétique) ; il est

symbolisé par une flèche simple orientée de l'entrée vers la sortie du processeurs. Les processeurs rigides sont eux symbolisés par une flèche double ; ils sont dissipateurs d'énergie. Enfin, les modulateurs (deux processeurs couplés) assurent le transfert de puissance sans perte ni accumulation. Ce modèle a été dessiné figure 2.10. Les relation \mathbf{R}_x : apparaissant dans chaque processeur ont été définies précédemment.

Il découle de l'analyse que ce modèle se divise en quatre domaines :

- le domaine des grandeurs électriques ($v_{\alpha\beta}, i_{m\alpha\beta}$),
- le domaine statorique ($w_{\alpha\beta}$),
- le domaine du rotor idéal ($F_N, V_{Nid}, C, \Omega_{id}$),
- le domaine du rotor réel (F_N, V_N, C, Ω)

Le graphe met en évidence le transfert d'énergie sur les deux axes, normal et tangentiel. Les efforts virtuels et leur puissance associée se retrouvent à la frontière entre chaque domaine (tableau du paragraphe 2.2.3.5). De plus, nous pouvons remarquer que les efforts f_α et f_β sont proportionnels à des tensions, via les coupleurs $R_{\alpha 1}$ et $R_{\beta 1}$. Cette propriété est duale de celle des machines électromagnétiques, dans lesquelles les efforts sont proportionnels à des courants. A l'inverse, les courants $i_{m\alpha}$ et $i_{m\beta}$ lus sur ce graphe sont proportionnels à des vitesses vibratoires, propriété là encore duale des machines électromagnétiques où la réaction de la vitesse a comme image une tension.

2.2.9 Comparaison du modèle GIC avec un modèle de référence

Nous souhaitons à ce stade de la modélisation comparer les résultats issus de ce modèle avec ceux d'un modèle bien connu [28] ayant fait l'objet d'une validation expérimentale [26]. Les deux approches diffèrent au niveau de la prise en compte de la pénétration du stator dans la couche de friction du rotor. Dans ce modèle de référence, pour tous les points de contact, la loi de Coulomb est établie, permettant le calcul des forces de réaction modales.

Le moteur objet de cette validation n'est pas le moteur Shinsei USR60 car nous ne disposons pas d'une description de son interface de contact ; il s'agit à la place d'un prototype de moteur à onde progressive de diamètre 90mm utilisé dans [41]. Le tableau 2.1 en fournit les principaux paramètres, et celui figure 2.9 caractérise l'interface de contact.

Stator	N, m, c, d_s	0.32N/V, 75.5g , 5.55 10 ⁹ N/m , 238 Ns/m
	k	11
rotor	h,b	4,5mm, 44mm
Inertie du rotor	J	0.110 ⁻³ kgmm ²
force axiale	F_τ	300N

TAB. 2.1 – Paramètres du moteur étudié. Paramètres communs aux deux modèles.

Par ailleurs les grandeurs caractéristiques et nominales de ce moteur sont les suivantes :

Fréquence de résonance	43.2kHz
Tension d'alimentation	400V crête
Couple maximal	1.5Nm

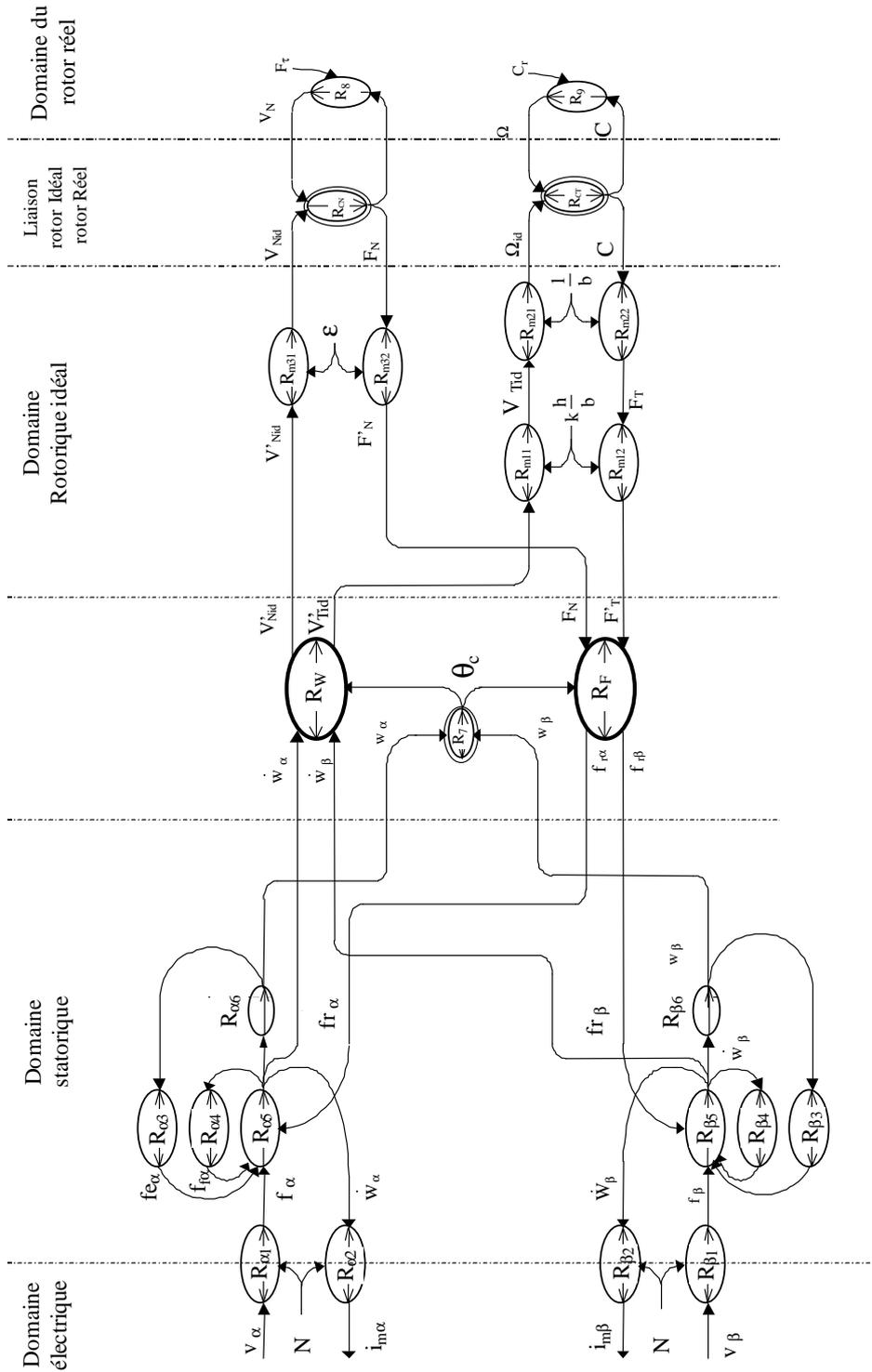


FIG. 2.10 – Représentation par GIC du MPE.

Le modèle GIC nécessite la définition des coupleurs R_{CN} et R_{CT} . Le paramètre K de R_{CN} est ajusté de sorte à avoir la même position du rotor en régime permanent (W_R).

Pour définir le coupleur R_{CT} , nous avons tracé figure 2.11 l'évolution du couple C simulé par le modèle de référence en fonction de la différence de vitesse $\Omega_{id} - \Omega$. Le cycle décrit au cours de cet essai est le suivant :

- $P_0 \rightarrow P_1$: démarrage du moteur à couple résistant nul ($C_r = 0$)
- $P_1 \rightarrow P_2$: chargement du moteur sous $C_r = 0.8Nm$.

Le moteur est alimenté par deux tensions sinusoïdales à $44.6kHz$, déphasées de $\frac{\pi}{2}$, de valeur efficace nominale.

C (Nm)

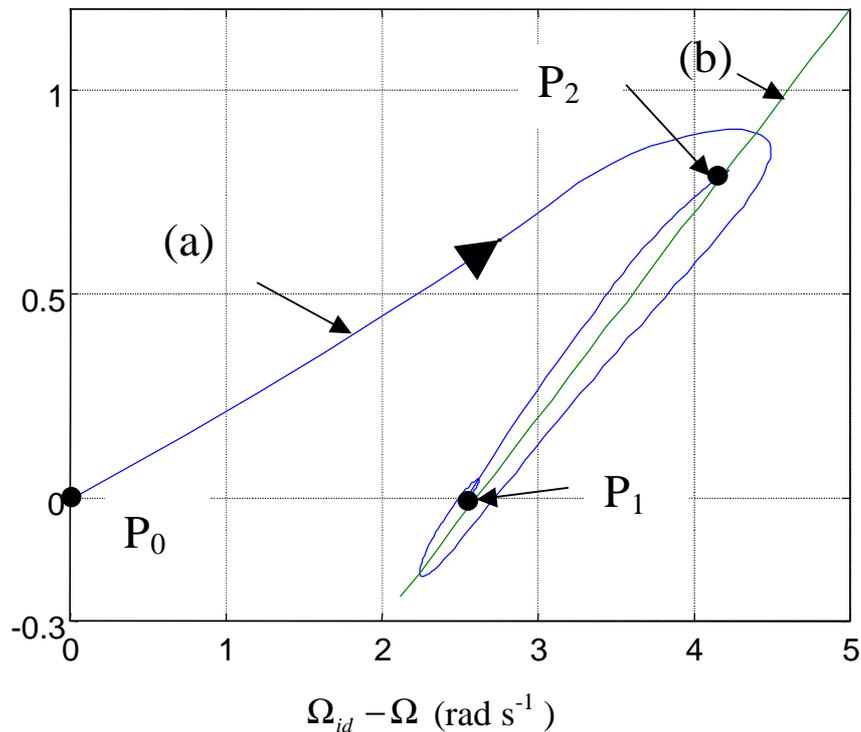


FIG. 2.11 – Simulation du couple moteur en régime transitoire. (a) modèle de référence, (b) modèle GIC.

Le coupleur R_{CT} consiste alors en une approximation linéaire de ces variations de couple, reportée sur cette même figure.

2.2.9.1 Simulation en régime transitoire

Nous avons simulé sur une durée de $10ms$ la réponse en régime transitoire du moteur lors de l'établissement des tensions d'alimentation. Les conditions de l'essai sont résumées par :

- effort presseur maintenu à $300N$,
- $t \in [0 ; t_1] \rightarrow v_{\alpha\beta} = 0, C_r = 0$: phase d'initialisation des variables,
- $t \in [t_1 ; t_2] \rightarrow v_{\alpha} = 400 \cos(2\pi ft) \quad v_{\beta} = 400 \sin(2\pi ft) \quad f = 44.6kHz, C_r = 0$: démarrage du moteur à vide,

- $t = t_2 \rightarrow C_r$ passe de $0 = 0.8Nm$: chargement du moteur,
- $t \in [t_2; 10ms] \rightarrow v_\alpha = 400 \cos(2\pi ft)$ $v_\beta = 400 \sin(2\pi ft)$ $f = 44.6kHz$, $C_r = 0.8Nm$: décélération en charge puis stabilisation du moteur.

La figure 2.12 représente alors successivement la hauteur de l'onde progressive (\hat{W}), le couple moteur sur l'arbre (C) et la vitesse de rotation (Ω). Les résultats obtenus sont similaires pour les deux modèles. Le résultat est d'autant plus intéressant que l'essai a lieu sur une large plage de variation de ces grandeurs : démarrage puis chargement par un couple égal à la moitié du couple maximum.

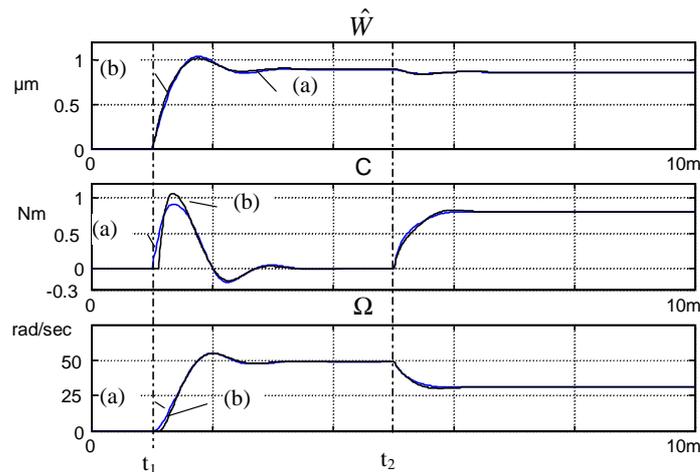


FIG. 2.12 – Simulation en régime transitoire.(a) modèle de référence, (b) modèle GIC.

Enfin, nous complétons cette étude par des essais à fréquence variable, reportés figure 2.13 et qui seront repris au quatrième chapitre. Les tensions sont maintenues en quadrature à 400V crête. Le cycle décrit est le suivant :

- $t \in [0, t_1]$, $f = 44.6kHz$,
- $t = t_1$, f $44.6kHz \rightarrow 44.4kHz$,
- $t \in [t_1, t_2]$, $f = 44.4kHz$,
- $t = t_2$, f $44.4kHz \rightarrow 44.6kHz$,

Encore une fois, les essais en régime transitoire des deux modèles correspondent bien entre eux. Cet essai montre par ailleurs que la forme de la réponse de la hauteur d'onde n'est pas la même selon que la fréquence croît ou décroît. Ceci constitue une non-linéarité liée à la réponse fréquentielle.

2.2.9.2 Simulation de quelques cas de régime permanent.

Nous avons reporté sur la figure 2.14 l'évolution en régime permanent de la vitesse de rotation du moteur en fonction du couple lorsque la fréquence d'alimentation est maintenue constante. Cet essai se rapproche de celui effectué expérimentalement figure 1.24. Au cours de cet essai, les tensions d'alimentation sont les tensions nominales (400V crête, 44,6kHz).

Les deux modèles sont confondus jusqu'à au moins la moitié du couple maximum, mais à partir de cette limite, les deux courbes s'éloignent. Cela provient du fait que le coupleur

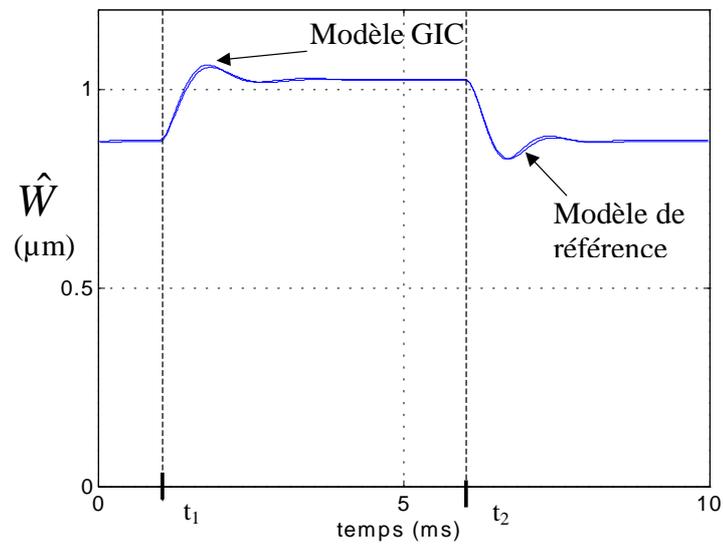


FIG. 2.13 – Simulation de la hauteur d'onde en régime transitoire pour des échelons en fréquence.

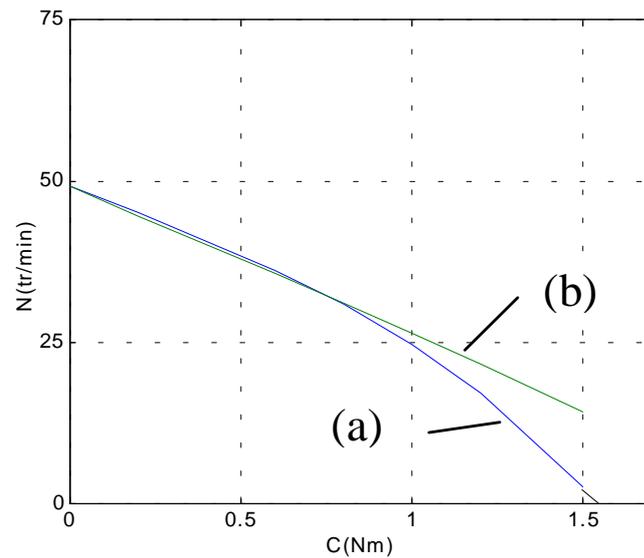


FIG. 2.14 – Simulation en régime permanent.(a) modèle de référence, (b) modèle GIC.

R_{CT} n'est finalement qu'une approximation d'une loi plus complexe, et certains phénomènes amenant à la limitation du couple transmis ne sont pas pris en compte.

Enfin, nous montrons figure 2.15 l'influence du déphasage entre les deux tensions d'alimentation sur la vitesse du rotor en fonctionnement à vide. Au cours de cet essai, $v_\alpha = 400 \cos(2\pi ft)$ et $v_\beta = 400 \cos(2\pi ft + \varphi)$.

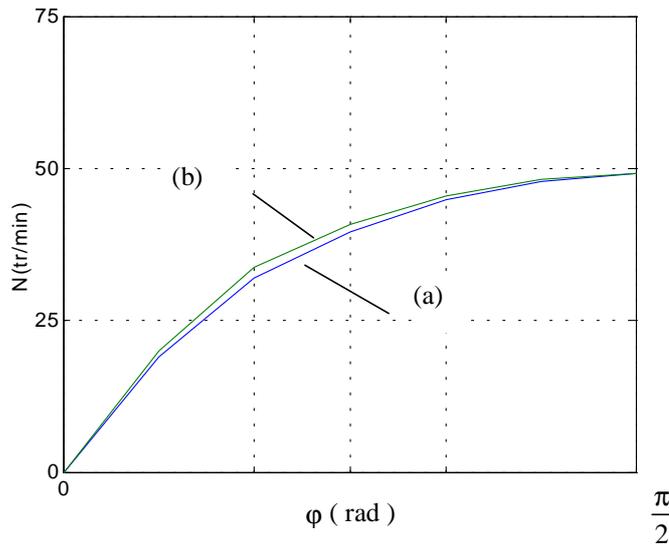


FIG. 2.15 – Simulation en régime permanent, influence du déphasage entre les deux tensions. (a) modèle de référence, (b) modèle GIC.

Ces essais montrent que le modèle GIC s'éloigne peu dans l'ensemble du modèle de référence : la validité de l'hypothèse du rotor idéal est donc montrée en partie et des essais expérimentaux viendront conforter notre approche. De plus, ce modèle GIC possède l'avantage de la simplicité dans la description du contact stator-rotor, simplicité qui sera exploitée lors de l'élaboration d'une commande.

2.3 Phaseurs complexes du MPE

Les phaseurs complexes sont très performants pour représenter le fonctionnement des machines électromagnétiques. En régime permanent, une représentation vectorielle permet d'atteindre, par simple projection, les équations de fonctionnement.

Nous allons appliquer ce principe aux moteurs piézo-électriques à onde progressive. Pour cela, nous allons d'abord définir les phaseurs complexes, et nous établirons le schéma vectoriel du moteur. Enfin, une étude détaillée du régime permanent sera entreprise.

2.3.1 Définition d'un phaseur complexe

Soit un système défini par deux variables d'états x_α et x_β . On définit le phaseur complexe \underline{x} par [40] :

$$\underline{x} = x_\alpha + jx_\beta = (1; j) \begin{pmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{pmatrix} \quad (2.86)$$

Alors, dans un plan complexe, la projection du phaseur sur l'axe des réels est égale à x_α , si bien que l'axe des réels peut encore être appelé axe α ; de même, l'axe des imaginaires est l'axe β .

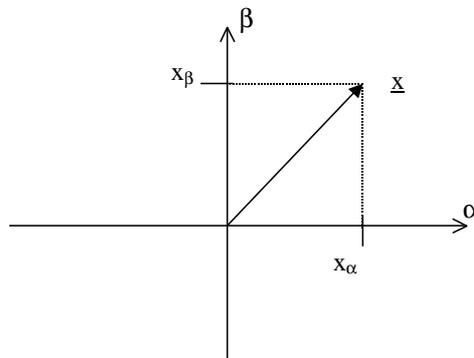


FIG. 2.16 – Le phaseur complexe et ses coordonnées.

Les dérivées successives de \underline{x} sont égales aux dérivées de chaque coordonnée :

$$\dot{\underline{x}} = \dot{x}_\alpha + j\dot{x}_\beta = (1; j) \begin{pmatrix} \dot{x}_\alpha \\ \dot{x}_\beta \end{pmatrix} \quad (2.87)$$

$$\ddot{\underline{x}} = \ddot{x}_\alpha + j\ddot{x}_\beta = (1; j) \begin{pmatrix} \ddot{x}_\alpha \\ \ddot{x}_\beta \end{pmatrix} \quad (2.88)$$

2.3.2 Phaseurs complexes associés au MPE.

Nous notons \underline{w} et \underline{v} les phaseurs respectivement des variables amplitude d'onde stationnaire et tension d'alimentation. Ainsi, compte tenu de la définition 2.86, ces phaseurs s'écrivent :

$$\underline{w} = w_\alpha + jw_\beta \quad (2.89)$$

$$\underline{v} = v_\alpha + jv_\beta \quad (2.90)$$

Étudions de manière plus rapprochée le phaseur complexe associé aux amplitudes d'onde stationnaire. Grâce à l'équation 2.15 en module, nous avons :

$$\begin{aligned} |\underline{w}| &= \sqrt{w_\alpha^2 + w_\beta^2} \\ &= \hat{W} \end{aligned} \quad (2.91)$$

L'argument de ce phaseur sera quant à lui exprimé en ayant recours à l'équation 2.13 :

$$\begin{aligned} \text{Arg}(\underline{w}) &= \text{atan} \left(\frac{w_\beta}{w_\alpha} \right) \\ &= k\theta_c \end{aligned} \quad (2.92)$$

Ainsi, \underline{w} peut encore s'exprimer par :

$$\underline{w} = \hat{W} e^{jk\theta_c} \quad (2.93)$$

Ces deux phaseurs complexes peuvent être représentés graphiquement figure 2.17. Le plan (α, β) choisi permet de faire apparaître les coordonnées généralisées w_α et w_β . Alors, la trajectoire de l'extrémité du phaseur complexe suit la trajectoire virtuelle du moteur (voir figure 2.7).

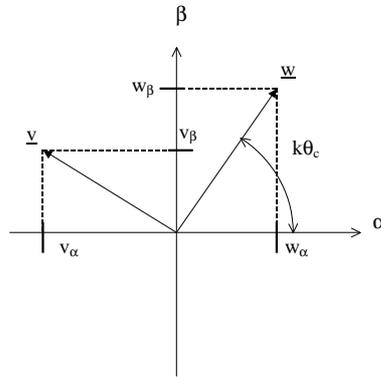


FIG. 2.17 – Représentation graphique des phaseurs complexes du MPE.

Considérons l'équation de la masse vibrante réécrite à l'aide des phaseurs complexes. Pour cela, nous multiplions à gauche et à droite l'équation 2.50 par $(1; j)$:

$$m(1 \ j) \begin{pmatrix} \ddot{w}_\alpha \\ \ddot{w}_\beta \end{pmatrix} + d_s(1 \ j) \begin{pmatrix} \dot{w}_\alpha \\ \dot{w}_\beta \end{pmatrix} + c(1 \ j) \begin{pmatrix} w_\alpha \\ w_\beta \end{pmatrix} = N(1 \ j) \begin{pmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{pmatrix} - (1 \ j)R(k\theta_c) \begin{pmatrix} F'_N \\ F'_T \end{pmatrix} \quad (2.94)$$

La matrice $R(k\theta_c)$ étant une matrice de rotation, elle est équivalente, lorsque l'on raisonne en complexe, à $e^{jk\theta_c}$. Alors, grâce aux équation 2.86, 2.87 et 2.88, cette équation devient :

$$m\underline{\ddot{w}} + d_s\underline{\dot{w}} + c\underline{w} = N\underline{v} - e^{jk\theta_c}(\varepsilon F'_N + jF'_T) \quad (2.95)$$

Il est intéressant à ce stade de noter que :

- $e^{jk\theta_c} \varepsilon F'_N$ et \underline{w} sont proportionnels,
- $e^{jk\theta_c} F'_T$ et \underline{w} sont proportionnels conjugués

2.3.3 Représentation du régime permanent.

Dans cette partie, nous supposons que le régime permanent est établi, ce qui revient à faire les hypothèses suivantes :

- la hauteur de l'onde progressive est constante, soit \hat{W} constant, ce qui implique $V_{Nid} = 0$,
- $k\hat{\theta}_c$ est constant, et on appellera ω sa valeur,
- v_α et v_β sont deux tensions sinusoïdales en quadrature temporelle, d'amplitude maximale V et de pulsation ω .

Alors, nous avons :

$$\begin{aligned}\underline{w} &= \hat{W} e^{j\omega t} \\ \underline{\dot{w}} &= \frac{d\underline{w}}{dt} = j\omega \hat{W} e^{j\omega t} = j\omega \underline{w} \\ \underline{\ddot{w}} &= \frac{d\underline{\dot{w}}}{dt} = -\omega^2 \hat{W} e^{j\omega t} = -\omega^2 \underline{w}\end{aligned}\quad (2.96)$$

D'autre part, l'équation 2.66 donne en régime permanent $F_N = F_\tau$. Si bien que l'équation 2.95 devient :

$$(c - m\omega^2)\underline{w} + jd_s\omega\underline{w} = N\underline{v} - e^{j\omega t}(\varepsilon F_\tau + jF'_T) \quad (2.97)$$

On peut aisément déduire la représentation graphique de ce régime permanent donnée figure 2.18. Sur ce graphique, les grandeurs sont homogènes à des forces, et les projections sur α , β ne sont pas représentées. De plus, nous y introduisons les axes d et q respectivement en phase et en quadrature avec le phaseur \underline{w} .

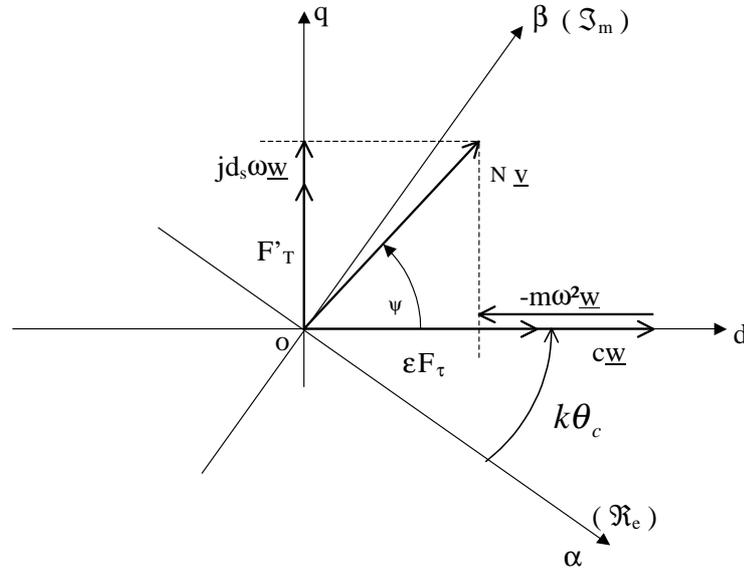


FIG. 2.18 – Représentation du régime permanent.

Nous notons Ψ l'angle entre \underline{v} et \underline{w} . Les projections sur les axes respectivement d et q de ces vecteurs, permettent d'écrire deux nouvelles équations :

$$(c - m\omega^2)\hat{W} = NV \cos(\Psi) - \varepsilon F_\tau \quad (2.98)$$

$$d_s\omega\hat{W} = NV \sin(\Psi) - F'_T \quad (2.99)$$

2.3.3.1 Analyse du régime permanent à vide

Le moteur est généralement alimenté par deux tensions en quadrature d'amplitude V constante, et à fréquence variable. Si bien que la norme du phaseur $N_{\underline{v}}$ est constante, et l'extrémité de ce vecteur se déplace sur un cercle de centre O et de rayon NV .

Nous allons étudier différents cas d'alimentation, selon la pulsation des tensions. On définit la pulsation de résonance ω_r comme étant celle pour laquelle l'amplitude de l'onde progressive est maximale ($\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$ est la pulsation de résonance du stator seul). Nous distinguons figure 2.19 trois cas selon que les tensions d'alimentation du moteur sont de fréquence inférieure ou supérieure à la fréquence de résonance.

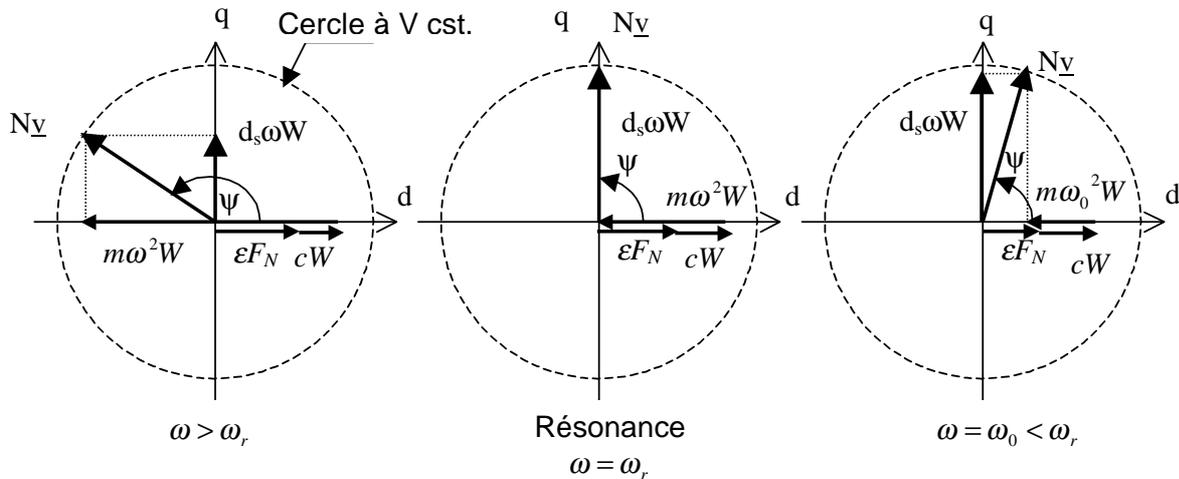


FIG. 2.19 – Les différents points de fonctionnement en fonction de la pulsation des tensions d'alimentation.

Étant donné la faible variation des tensions d'alimentation, et selon l'équation 2.99, l'amplitude de l'onde progressive est maximale lorsque Ψ vaut $\frac{\pi}{2}$. Dans ce cas, $V \cos(\Psi)$ est nul. La relation 2.98 impose alors que ω_r soit plus grande que ω_0 . Notons ici le rôle joué par F_τ qui tend à décaler la résonance du moteur de celle du stator seul. D'ailleurs, dans certaines modélisations, la prise en compte de l'effort normal se fait en modifiant la raideur du stator : le paramètre c est changé en $c + \tilde{c}$ avec $\tilde{c} = \frac{\epsilon F_\tau}{\hat{W}}$ [41].

Dans le cas de fréquences supérieures à la résonance, le terme $m\omega^2\hat{W}$ de l'équation 2.98 est plus grand que la somme $c\hat{W} + \epsilon F_\tau$. Alors $V \cos(\Psi)$ devient négatif, et \underline{v} se trouve à gauche de l'axe q . Nous lisons l'amplitude de l'onde progressive en projetant sur l'axe q le vecteur tension. Au fur et à mesure que la pulsation décroît, le terme $m\omega^2\hat{W}$ diminue, forçant le vecteur tension à se rapprocher de l'axe q , mais l'amplitude de l'onde augmente.

Si nous diminuons davantage ω , le vecteur tension passe à droite de l'axe des imaginaires. La tendance s'inverse et l'amplitude de l'onde progressive décroît lorsque la pulsation diminue.

2.3.3.2 Influence du couple de charge.

Les caractéristiques des Moteurs Piézo Électriques à onde progressive sont limitées par plusieurs phénomènes. Tout d'abord, le couple maximum transmissible est limité par l'interface

de contact. Généralement on appelle C_{max} ce couple. Ensuite l'amplitude de l'onde progressive \hat{W} ne peut pas dépasser une certaine valeur, sous peine de ruiner le collage mécanique des céramiques sur le substrat de bronze.

Ces limitations sont d'ordre mécanique ; mais une autre limitation intervient elle à cause de la nature du mode de conversion électromécanique. Supposons en effet le stator à la résonance, et appliquons sur l'arbre un couple résistant C_r . En régime permanent, $C = C_r$ et $F'_T = k \frac{h}{b^2} C_r$. Or d'après l'équation 2.99, la tension V se compose d'un terme proportionnel à l'amplitude de l'onde progressive, et d'un terme proportionnel au couple transmis ; lorsque la hauteur de l'onde est importante, la part restante au couple est diminuée (figure 2.20). Si le couple de charge devient trop grand, le moteur ne peut pas fournir l'effort nécessaire, et il cale.

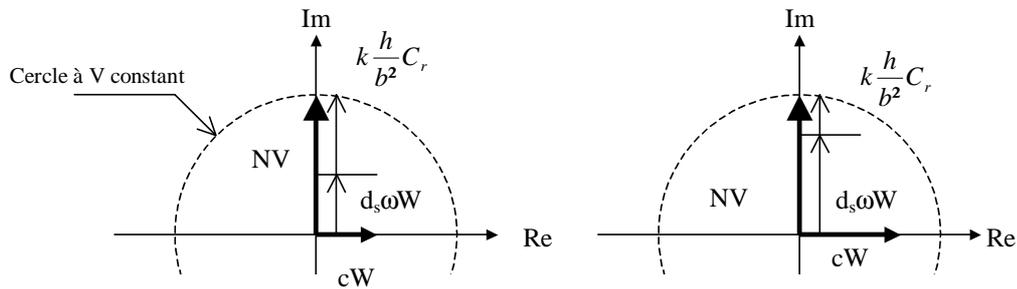


FIG. 2.20 – Fonctionnement à la résonance : le couple maximum disponible diminue lorsque la hauteur d'onde augmente.

L'équation 2.99 donne dans le cas limite de la résonance $d_s \omega \hat{W} = NV - k \frac{h}{b^2} C_r$, soit encore :

$$\hat{W} = \frac{NV}{d_s \omega} - k \frac{h}{b^2} \frac{C_r}{d_s \omega} \quad (2.100)$$

Ainsi, dans le plan $\hat{W}(C)$ cette limite est une droite dont l'abscisse à l'origine varie avec V : plus l'amplitude des tensions d'alimentation augmente, plus le domaine autorisé est important. Finalement, ces limites sont résumées dans le graphique de la figure 2.21.

2.4 Modélisation dans le repère tournant de l'onde progressive.

2.4.1 Modèle complet.

Les deux matrices de rotation apparaissant à la fois sur la cinématique du rotor idéal, et sur le calcul des forces de réaction modales, rappellent les modèles des machines électromagnétiques classiques, pour lesquelles une représentation dans un repère tournant est proposée.

Dans ces machines, le repère choisi est lié au champ tournant : un axe du repère est alors placé dans la direction où le champ est maximum. Par analogie, nous allons lier l'axe du repère au vecteur de l'onde progressive.

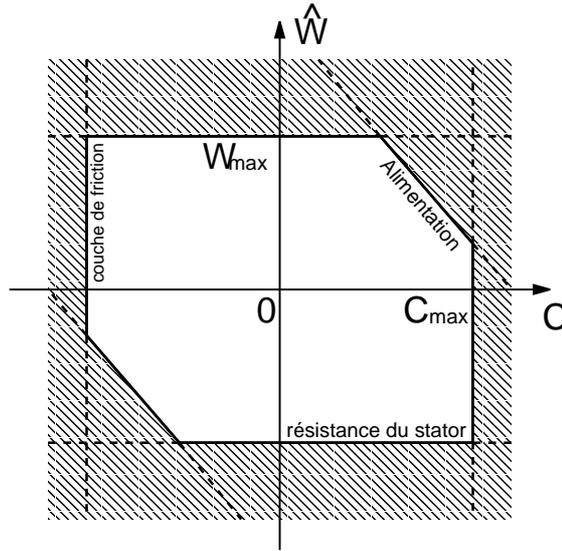


FIG. 2.21 – Domaine de fonctionnement du MPE dans le plan $\hat{W}(C)$. La cause des limitations est rappelée le long de la limite.

Nous posons donc [42] :

$$\begin{pmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{pmatrix} = R(k\theta_c) \begin{pmatrix} V_d \\ V_q \end{pmatrix} \quad (2.101)$$

et

$$\begin{pmatrix} i_{m\alpha} \\ i_{m\beta} \end{pmatrix} = R(k\theta_c) \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \end{pmatrix} \quad (2.102)$$

Alors, parce que R est une matrice de rotation, V_d et V_q représentent les coordonnées du phaseur \underline{v} dans la figure 2.18.

En remarquant que l'équation 2.25 peut aussi s'écrire sous la forme suivante,

$$\begin{pmatrix} \dot{w}_\alpha \\ \dot{w}_\beta \end{pmatrix} = R(k\theta_c) \begin{pmatrix} V'_{Nid} \\ V'_{Tid} \end{pmatrix} \quad (2.103)$$

nous pouvons d'une part exprimer les courants motionnels en fonction des vitesses du rotor idéal :

$$\begin{pmatrix} i_{m\alpha} \\ i_{m\beta} \end{pmatrix} = R(k\theta_c) \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \end{pmatrix} = N \begin{pmatrix} \dot{w}_\alpha \\ \dot{w}_\beta \end{pmatrix} = NR(k\theta_c) \begin{pmatrix} V'_{Nid} \\ V'_{Tid} \end{pmatrix} \quad (2.104)$$

D'où

$$\mathbf{R}_{d2}: I_d = NV'_{Nid} \quad (2.105)$$

$$\mathbf{R}_{q2}: I_q = NV'_{Tid} \quad (2.106)$$

D'autre part, nous pouvons aussi exprimer les termes dérivée seconde en fonction des vitesses du point de contact :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \ddot{w}_\alpha \\ \ddot{w}_\beta \end{pmatrix} &= \frac{d}{dt} \left(R(k\theta_c) \begin{pmatrix} V'_{Nid} \\ V'_{Tid} \end{pmatrix} \right) \\ &= R(k\theta_c) \begin{pmatrix} \dot{V}'_{Nid} \\ \dot{V}'_{Tid} \end{pmatrix} \\ &\quad + k\dot{\theta}_c R \left(k\theta_c + \frac{\pi}{2} \right) \begin{pmatrix} V'_{Nid} \\ V'_{Tid} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.107)$$

Enfin, en utilisant les équations 2.83 et 2.13 nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \int V'_{Nid} dt &= \int (\dot{w}_\alpha(t) \cos(k\theta_c) + \dot{w}_\beta(t) \sin(k\theta_c)) dt \\ &= [w_\alpha \cos(k\theta_c) + w_\beta \sin(k\theta_c)] \\ &\quad - \underbrace{\int k\dot{\theta}_c (-w_\alpha \sin(k\theta_c) + w_\beta \cos(k\theta_c)) dt}_0 \end{aligned} \quad (2.108)$$

Alors,

$$R(-k\theta_c) \begin{pmatrix} w_\alpha \\ w_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(k\theta_c)w_\alpha + \sin(k\theta_c)w_\beta = \int V'_{Nid} dt \\ -\sin(k\theta_c)w_\alpha + \cos(k\theta_c)w_\beta = 0 \end{pmatrix} \quad (2.109)$$

Nous obtenons une nouvelle expression des amplitudes des ondes stationnaires :

$$\begin{pmatrix} w_\alpha \\ w_\beta \end{pmatrix} = R(k\theta_c) \begin{pmatrix} \int V'_{Nid} dt \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.110)$$

Nous pouvons alors réécrire l'équation 2.94 en faisant apparaître ces changements de variables :

$$\begin{aligned} mR(k\theta_c) \left[\begin{pmatrix} \dot{V}'_{Nid} \\ \dot{V}'_{Tid} \end{pmatrix} + k\dot{\theta}_c R \left(\frac{\pi}{2} \right) \begin{pmatrix} V'_{Nid} \\ V'_{Tid} \end{pmatrix} \right] + \\ dsR(k\theta_c) \begin{pmatrix} V'_{Nid} \\ V'_{Tid} \end{pmatrix} + cR(k\theta_c) \begin{pmatrix} \int V'_{Nid} dt \\ 0 \end{pmatrix} \\ = NR(k\theta_c) \begin{pmatrix} V_d \\ V_q \end{pmatrix} - R(k\theta_c) \begin{pmatrix} F'_N \\ F'_T \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.111)$$

La matrice $R(k\theta_c)$ est une matrice inversible ; nous pouvons donc simplifier à gauche et à droite par R , et aboutir aux équations régissant l'évolution des vitesses normale et tangentielle du rotor idéal :

$$m\dot{V}'_{Nid} + dsV'_{Nid} + c \int V'_{Nid} dt = NV_d - F'_N + mk\dot{\theta}_c V'_{Tid} \quad (2.112)$$

$$m\dot{V}'_{Tid} + dsV'_{Tid} = NV_q - F'_T - mk\dot{\theta}_c V'_{Nid} \quad (2.113)$$

Ces équations sont importantes dans la mesure où nous avons pu découpler les actions selon l'axe où elles s'appliquent. L'axe d, parce qu'il fait apparaître l'effort normal peut être appelé

axe normal. L'axe q , quant à lui sera appelé axe tangentiel, car c'est l'effort tangentiel qui intervient. Il est important de noter que les effet de l'effort normal F_N sont maintenant rejetés sur un seul axe : l'axe d . Cette propriété sera exploitée plus tard, pour déterminer une stratégie de commande, mais aussi pour élaborer un protocole d'identification.

2.4.2 Simplification du modèle.

Les équation 2.112 et 2.113 montrent deux termes de couplage, l'un sur l'axe d , l'autre sur l'axe q . Le calcul développé dans cette partie va permettre de montrer la réelle importance de ces termes.

A partir des équation 2.110 et 2.103, nous pouvons déduire :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{w}_\alpha \\ \dot{w}_\beta \end{pmatrix} &= \frac{d}{dt} \left[R(k\theta_c) \begin{pmatrix} \int V'_{Nid} \\ 0 \end{pmatrix} \right] \\ &= R(k\theta_c) \begin{pmatrix} V'_{Nid} \\ 0 \end{pmatrix} + R(k\theta_c) k\dot{\theta}_c \begin{pmatrix} 0 \\ \int V'_{Nid} \end{pmatrix} = R(k\theta_c) \begin{pmatrix} V'_{Nid} \\ V'_{Tid} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.114)$$

La matrice R est inversible, par identification nous avons la relation liant vitesse normale et tangentielle, en fonction de la position du point de contact :

$$V'_{Tid} = k\dot{\theta}_c \int V'_{Nid} dt \quad (2.115)$$

Alors, la relation 2.112 peut se réécrire, en remplaçant le terme de couplage $mk\dot{\theta}_c V'_{Tid}$ par $m(k\dot{\theta}_c)^2 \int V'_{Nid}$

$$m\dot{V}'_{Nid} + dsV'_{Nid} + (c - m(k\dot{\theta}_c)^2) \int V'_{Nid} dt = NV_d - F'_N \quad (2.116)$$

En ce qui concerne l'axe q , la dérivation de l'équation 2.115 aboutit à :

$$\dot{V}'_{Tid} = k\dot{\theta}_c V'_{Nid} + k\ddot{\theta}_c \int V'_{Nid} dt \quad (2.117)$$

ou bien encore :

$$k\dot{\theta}_c V'_{Nid} = \dot{V}'_{Tid} - k\ddot{\theta}_c \int V'_{Nid} dt \quad (2.118)$$

Dans les moteurs très résonnants, la quantité $k\ddot{\theta}_c \int V'_{Nid} dt$ est faible devant \dot{V}'_{Tid} , si bien que nous la négligerons. L'équation 2.113 peut donc être simplifiée :

$$2m\dot{V}'_{Tid} + dsV'_{Tid} = NV_q - F'_T \quad (2.119)$$

Compte tenu du fait que le reste des équations demeure inchangé, nous pouvons tracer figure 2.22 une nouvelle représentation par GIC de ce modèle dans le nouveau repère. Nous posons pour cela :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{a1}: F_d &= NV_d \\ \mathbf{R}_{q1}: F_q &= NV_q \\ \mathbf{R}_{d3}: V_{Nid} &= \frac{1}{m} \int (F_d - F'_N - dsV'_{Nid} - c \int V'_{Nid}) dt \\ \mathbf{R}_{q3}: V'_{Tid} &= \frac{1}{2m} \int (F_q - F'_T - dsV'_{Tid}) dt \\ \mathbf{R}_{\theta 1}: k\dot{\theta}_c &= \frac{V'_{Tid}}{\int V'_{Nid} dt} \\ \mathbf{R}_{\theta 2}: k\theta_c &= \int k\dot{\theta}_c dt \end{aligned}$$

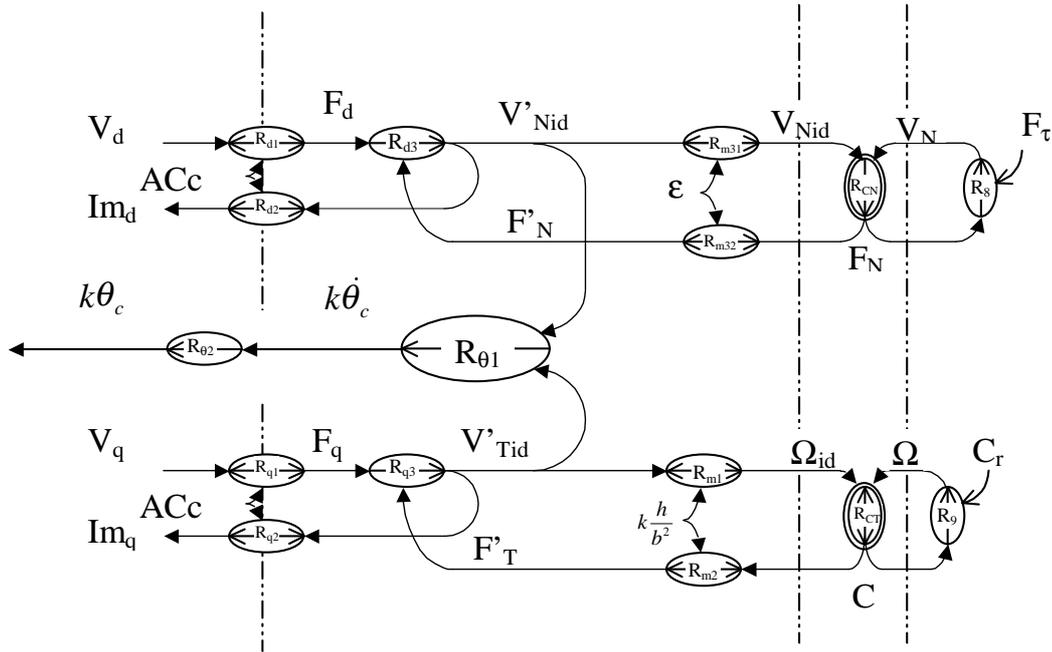


FIG. 2.22 – Graphe Informationnel Causal du MPE dans le repère tournant lié à l'onde.

L'annexe B propose une comparaison de ce modèle avec celui d'une machine à courant continu.

2.5 conclusion

Ce chapitre a permis de mener une modélisation causale du moteur à onde progressive. Cette modélisation s'appuie d'une part sur des considérations énergétiques, aboutissant à un graphe causal qui pourra être inversé en vue de la commande.

D'autre part, l'hypothèse du rotor idéal, provoquant une globalisation du contact, à l'inverse d'une description locale, nous a permis de faire apparaître la matrice de rotation ayant pour paramètre la position du point de contact. De cette approche, on déduit d'une part une modélisation par phaseurs complexes qui permet de décrire le régime permanent, et montre l'influence des paramètres de l'axe normal sur le comportement fréquentiel du moteur.

D'autre part, à l'instar des machines classiques, une modélisation dans un repère tournant est alors entreprise ; cette modélisation, valable en régime transitoire, nous a permis de dissocier deux axes, normal et tangentiel, selon les efforts qui entrent en jeu.

Le chapitre suivant montre une première application de ce modèle qui consiste en une méthode originale d'identification des paramètres du moteur.

Chapitre 3

Identification du moteur piézo-électrique à onde progressive.

3.1 Introduction

L'étude menée au chapitre précédent a permis l'élaboration d'un modèle causal du MPE. Que ce modèle soit exprimé dans le repère tournant ou non, il fait appel aux paramètres cités dans le tableau 3.1.

N, m, c, d_s	paramètres du stator vibrant
k	nombre de paires de pôles
h	position du plan neutre
b	rayon de contact
f_o, K	paramètres de la liaison rotor idéal-rotor réel
F_τ, ε	effort axial, et son effet sur l'onde
m_R, J	variables de masse du rotor

TAB. 3.1 – Les grandeurs à identifier

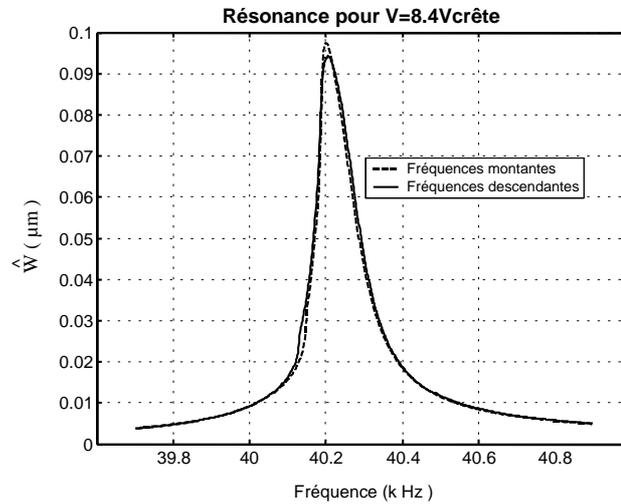
Dans ce chapitre, nous allons montrer les essais permettant d'identifier ces paramètres dans le cas d'un Shinseiï USR60. Les résultats de simulation obtenus grâce à ces paramètres sont comparés aux courbes expérimentales, ce qui permettra en même temps de valider la modélisation. Mais avant d'aborder l'identification des paramètres structurels du moteur que sont m , c , d_s et N , nous allons d'abord montrer les limites d'une méthode classique d'identification basée sur l'exploitation du schéma équivalent.

3.2 Identification et non-linéarités.

Classiquement, la mesure de ces paramètres structurels s'effectue sur le stator seul. On mesure la courbe d'admittance du moteur en fonction de la fréquence d'alimentation, que l'on identifie à la réponse d'un circuit du second ordre. Les repérages de la largeur du pic de résonance et de sa hauteur permettent de déduire les valeurs désirées [26]. Cette identification

peut aussi s'effectuer sur la réponse fréquentielle mécanique du système : rapport de la hauteur d'onde sur l'amplitude des tensions en fonction de la fréquence.

Nous avons relevé expérimentalement cette réponse mécanique présentée figure 3.1.

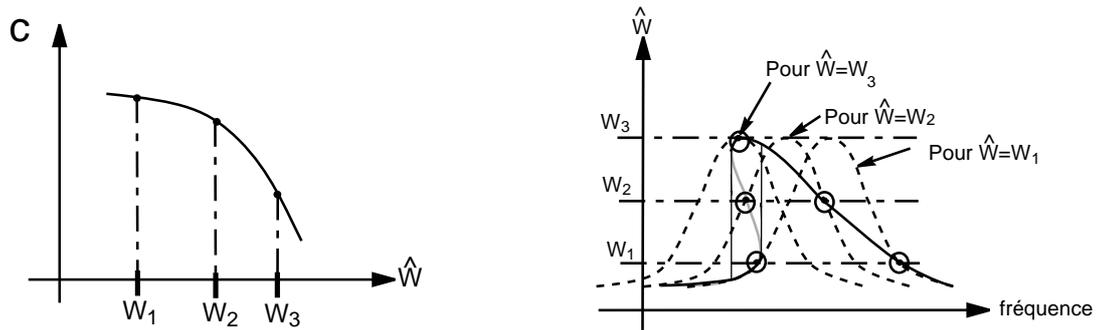


Stator seul, une voie alimentée, l'autre en court-circuit.

FIG. 3.1 – Relevé de la réponse fréquentielle mécanique.

Il est important de remarquer que cette réponse ne s'apparente pas à celle d'un système vibrant du second ordre. Des phénomènes non linéaires dissymétrisent la réponse, et le phénomène de Pull-Out, déjà remarqué au chapitre 1, apparaît alors que le stator est libre de tout effort extérieur. L'origine de ce comportement non linéaire peut s'expliquer par les variations des paramètres d_s et c en fonction de l'amplitude de l'onde elle-même [43]. Afin d'expliquer cet effet, considérons le cas figure 3.2 où seule une non-linéarité sur c existe. Notre système peut alors être décrit par un circuit du deuxième ordre ayant m , c et d_s comme paramètres, avec une valeur de c qui diminue avec la hauteur de l'onde. Sur cette caractéristique, nous repérons trois points correspondant à trois hauteurs d'onde différentes. Pour chaque point, nous pouvons tracer la réponse mécanique du système correspondant à une certaine valeur de c , ce que nous avons fait en pointillés sur la figure b : les courbes sont semblables, mais plus c diminue, plus ω_0 diminue, décalant les courbes vers les fréquences basses. Cependant ces courbes ne sont valables que pour deux points chacune, points se trouvant sur la caractéristique réelle, tenant compte de la non linéarité. Nous avons repéré ces points par des cercles noirs, et par extrapolation nous en déduisons la caractéristique mécanique, servant de base à l'identification classique. Elle est certes résonnante, mais la largeur du pic a été augmentée par rapport aux courbes à c constant. De plus, ce schéma donne une interprétation du phénomène de pull-out. La courbe extrapolée fait apparaître une zone instable (en gris) ce qui donne en réalité naissance à un cycle d'hystérésis à front raide selon le sens de variation de la fréquence.

Par conséquent, même s'il est possible de trouver des paramètres permettant de faire coïncider la courbe expérimentale et celle théoriquement identifiée à partir d'un second ordre à coefficients constants (tout au moins pour les fréquences supérieures à la résonance, partie réellement exploitée), nous sommes enclins à nous interroger sur la validité des paramètres trouvés étant donné que la largeur du pic est modifiée.



(a) variation de c en fonction de \hat{W} (b) diagramme d'admittance considérant la non linéarité

FIG. 3.2 – Réponse mécanique non linéaire.

Ainsi, les tracés du diagramme d'admittance ou bien de la réponse mécanique ne sont pas directement exploitables pour l'identification des paramètres. Cependant, certains auteurs proposent une méthode qui en découle, et qui permet de s'affranchir du problème des non-linéarités [41]. Étant donné que les non linéarités dépendent de la hauteur d'onde elle-même, il suffit de travailler à amplitude d'onde constante, et de relever les courbes en pointillés de la figure 3.2 : au cours de cet essai, c'est donc la fréquence et l'amplitude des tensions d'alimentation qui varient. Ces relevés effectués stator seul, sont reportés figure 3.3.

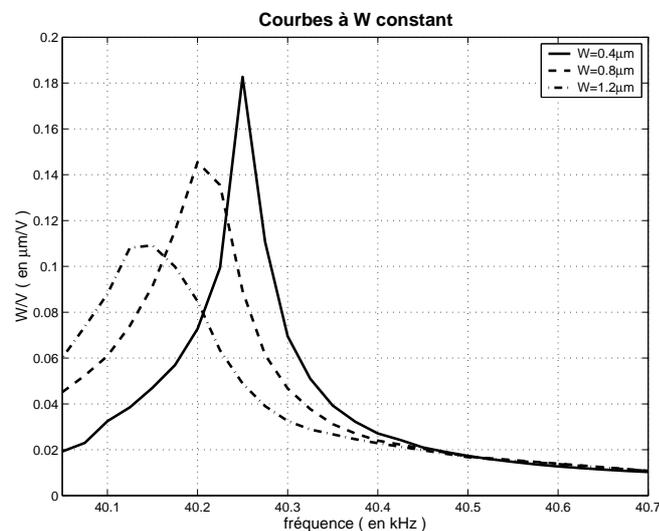


FIG. 3.3 – Relevé de la réponse mécanique, à amplitude d'onde constante.

Le protocole expérimental est le suivant : pour différentes valeurs de fréquence, la valeur de l'amplitude de la tension d'alimentation est ajustée de sorte à maintenir constante la valeur de \hat{W} , que l'on mesure. On trace alors l'évolution du rapport $\frac{\hat{W}}{V}$, qui doit être du type "deuxième ordre", puisque les coefficients, qui dépendent de \hat{W} , sont constants.

La figure 3.3 confirme notre analyse. Les courbes diffèrent selon les amplitudes d'onde d'une part et d'autre part pour une amplitude donnée, la courbe est bien symétrique. Alors, nous pouvons en déduire les paramètres du stator, identifiés à partir de ces essais [25][26]. Les résultats sont regroupés dans le tableau 3.2.

$\hat{W}(\mu m)$	$d_s (Nsm^{-1})$	$m (g)$	$c (Nm^{-1})$
0.4	7	22.3	$1.42 \cdot 10^9$
0.8	8.5	19.4	$1.24 \cdot 10^9$
1.2	11.4	15.1	$0.98 \cdot 10^9$

TAB. 3.2 – valeur des paramètres identifiés à partir des essais fréquentiels.

Le tableau montre une disparité des résultats, non seulement sur c , mais aussi sur m et d_s . Cependant, les résultats issus de cette méthode sont criticables : ils s'appuient sur la connaissance de d_s , paramètre dont la valeur est déterminée par la hauteur du pic de résonance. Le repérage de la résonance est donc crucial pour obtenir ces paramètres. Or, dans les systèmes peu amortis, il n'est pas aisé d'obtenir $\frac{\hat{W}}{V}$ à la résonance. C'est notamment le cas pour notre dispositif expérimental où nous imposons la fréquence de manière discrète. Un autre problème est l'influence de la température qui modifie la valeur de c au cours de l'essai (ceci sera illustré au chapitre 4) [26].

Face à ces inconvénients, nous proposons par la suite une autre méthode basée sur l'étude du moteur dans un repère tournant. Ses avantages est qu'elle permet d'identifier les paramètres du stator que le rotor soit monté ou non. D'autre part, elle ne nécessite pas la connaissance précise du point de résonance. Elle s'appuie sur deux types d'essais : en régime permanent, et en régime transitoire.

3.3 Considérations générales.

Nous allons, dans ce paragraphe, spécifier quelques grandeurs qui seront utiles à notre démarche d'identification. Dans la suite de ce mémoire, nous supposons que les deux ondes stationnaires sont sinusoïdales, de même amplitude et en quadrature. Alors nous écrivons désormais :

$$\begin{aligned} w_\alpha(t) &= \hat{W} \cos(\omega t) \\ w_\beta(t) &= \hat{W} \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Cette hypothèse n'est pas toujours justifiée : on peut montrer en effet que sous l'effet de couplage mécanique, il peut arriver que les deux ondes stationnaires n'aient pas la même amplitude et ne soient pas en parfaite quadrature [44]. Cependant, pour le moteur que nous utilisons, la quadrature a été constatée qualitativement.

A partir de l'équation 2.13, cette condition permet d'écrire que :

$$k\theta_c = \omega t \quad (3.2)$$

Alors, $k\theta_c$ représente la pulsation des ondes stationnaires et à partir de l'équation 2.101 nous en déduisons une écriture des tensions d'alimentation v_α et v_β :

$$v_\alpha = V_d \cos(\omega t) - V_q \sin(\omega t) \quad (3.3)$$

$$v_\beta = V_d \sin(\omega t) + V_q \cos(\omega t) \quad (3.4)$$

Exprimons $V = \sqrt{V_d^2 + V_q^2}$ et l'angle Ψ du paragraphe 2.3.3 : $\Psi = \text{atan}\left(\frac{V_q}{V_d}\right)$. Donc,

$$v_\alpha = V \cos(\omega t + \Psi) \quad (3.5)$$

$$v_\beta = V \sin(\omega t + \Psi) \quad (3.6)$$

Les tensions d'alimentation sont alors deux tensions sinusoïdales en quadrature de même pulsation que les ondes stationnaires. Leur amplitude est liée aux tensions V_d et V_q par $V^2 = V_d^2 + V_q^2$.

De plus, nous pouvons exprimer les vitesses normale et tangentielle du rotor idéal. En effet, en dérivant 3.1, nous avons :

$$\dot{w}_\alpha = \dot{W} \cos(\omega t) - \hat{W} \omega \sin(\omega t) \quad (3.7)$$

$$\dot{w}_\beta = \dot{W} \sin(\omega t) + \hat{W} \omega \cos(\omega t)$$

Ce qui permet d'écrire d'après 2.25 :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} V'_{Nid} \\ V'_{Tid} \end{pmatrix} &= R(k\theta_c) \begin{pmatrix} \dot{W} \cos(\omega t) - \hat{W} \omega \sin(\omega t) \\ \dot{W} \sin(\omega t) + \hat{W} \omega \cos(\omega t) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} [\dot{W} \cos(\omega t) - \hat{W} \omega \sin(\omega t)] \cos(\omega t) + [\dot{W} \sin(\omega t) + \hat{W} \omega \cos(\omega t)] \sin(\omega t) \\ -[\dot{W} \cos(\omega t) - \hat{W} \omega \sin(\omega t)] \sin(\omega t) + [\dot{W} \sin(\omega t) + \hat{W} \omega \cos(\omega t)] \cos(\omega t) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \dot{W} \\ \omega \hat{W} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.8)$$

3.4 Identification de N .

Une électrode auxiliaire est placée sur l'anneau de céramique statorique en $k\theta = 3\frac{\pi}{4}$ (l'origine des axes est prise comme à la figure 2.2 ; la tension relevée à ses bornes est directement proportionnelle à la déformation engendrée par effet piézo-électrique direct et la relation entre tension et déformation est définie par [25] :

$$V_{EA} = \frac{N}{C_0} w(3\frac{\pi}{4}) \quad (3.9)$$

où C_0 représente la capacité intrinsèque de la céramique. A l'inverse, si nous connaissons C_0 , et si nous mesurons la déformation d'une part, la tension de l'électrode auxiliaire d'autre part, nous pouvons en déduire la valeur du facteur de force N .

Les mesures de déformations sur le stator seul ont été faites sur un banc de caractérisation développé au LEEI [11] ; la mesure de la capacité a été faite au capacimètre. Nous obtenons :

$$C_0 = 9nF \quad N = 0.32N/V$$

3.5 Identification des paramètres structurels du stator.

L'objectif ici est de déterminer avec précision les paramètres du stator vibrant. Nous accordons un intérêt plus particulier aux valeurs de m , et d_s , car ces paramètres interviennent dans l'axe q , qui contrôle le couple.

Lorsque le moteur est considéré à vide, $C_r = 0$ et par conséquent $F_T' = 0$.

3.5.1 Essais du régime permanent

Pour le régime permanent, nous posons :

$$\dot{\hat{W}} = 0 \quad (3.10)$$

Alors, l'équation 3.8 donne :

$$\begin{aligned} V_{Nid}' &= 0 \\ V_{Tid}' &= \omega \hat{W} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Dans ces conditions, l'équation 2.113 s'écrit encore :

$$d_s \omega \hat{W} = NV_q \quad (3.12)$$

Nous savons que V_q représente l'ordonnée du phasor \underline{v} dans le repère (d, q) . D'un point de vue pratique, l'architecture de la commande qui sera expliquée au cours du chapitre 4, permet d'imposer l'angle Ψ , si bien que nous écrivons :

$$V_q = V \sin \Psi \quad (3.13)$$

Ceci nous permet d'aboutir à l'équation régissant la hauteur de l'onde en fonction des paramètres de contrôle dans le repère (d, q) en régime permanent :

$$d_s \omega \hat{W} = NV \sin(\Psi) \quad (3.14)$$

L'objectif de cet essai est d'obtenir la valeur de d_s . On pourrait alors imaginer tracer l'évolution de la hauteur de l'onde en fonction de l'angle Ψ , la valeur trouvée pour $\frac{\pi}{2}$ permettant alors d'atteindre au mieux d_s .

Mais compte tenu de la variation de d_s avec \hat{W} , mise en évidence au tableau 3.2, nous travaillons à amplitude d'onde constante. Au cours de cet essai, \hat{W} reste constant, mais à la fois Ψ et V varient. Nous traçons alors la fonction de transfert mécanique $\frac{\hat{W}}{V}$, en fonction de Ψ . Enfin, en considérant que la pulsation des tensions d'alimentation varie peu autour de la pulsation de résonance, nous la mesurerons une fois pour toute, et cette valeur servira tout au long de l'essai. C'est pour la valeur $\Psi = 90^\circ$ que d_s est déduite, connaissant ω et N au préalable.

Nous présentons d'abord les résultats de cet essai lorsque le stator est libre. Nous avons travaillé à faible niveau d'amplitude, afin de pas ruiner l'assemblage statorique. Les résultats ont été regroupés figure 3.4.

Nous vérifions que le comportement du moteur est semblable à celui que nous avons prévu en théorie ; nous reconnaissons bien l'allure sinusoïdale de la fonction de transfert mécanique.

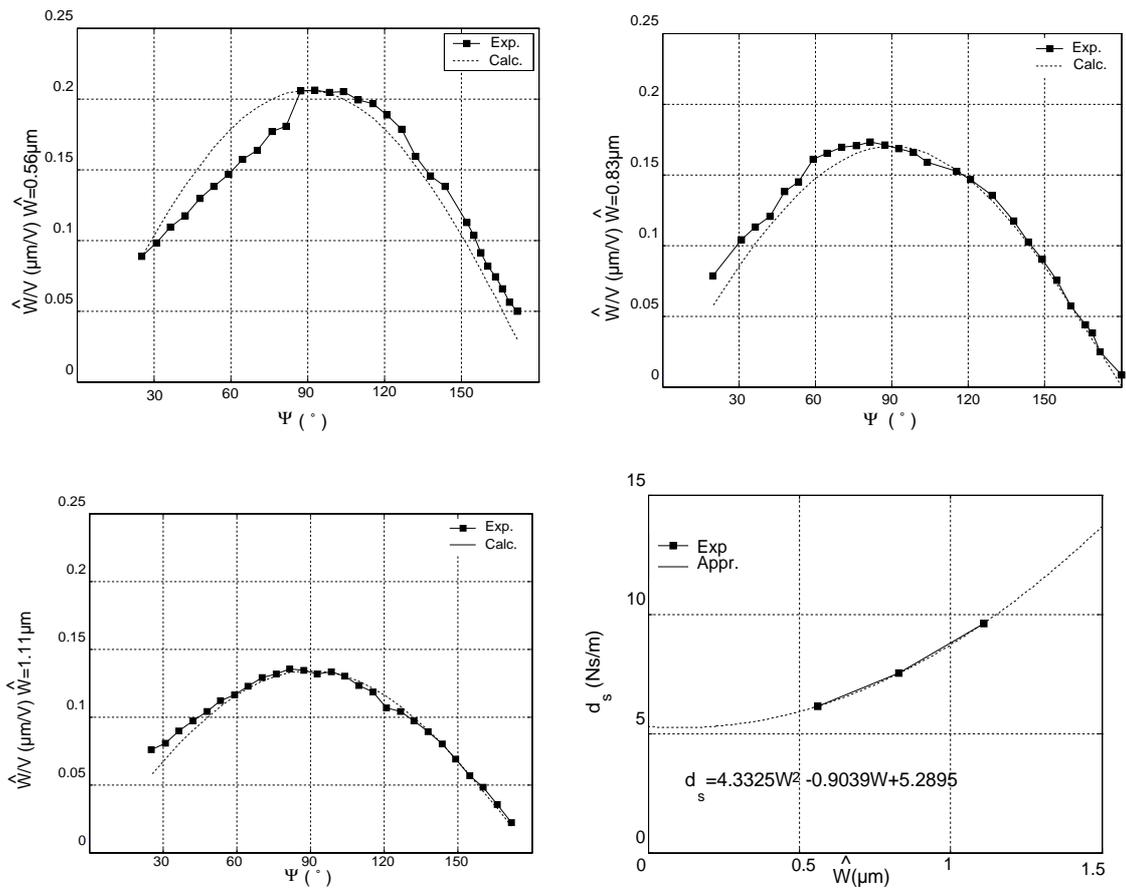


FIG. 3.4 – Fonction de transfert mécanique à amplitude constante. Stator seul.

Par ailleurs, la valeur de d_s que nous identifions par cette méthode, dépend effectivement de l'amplitude de l'onde progressive à laquelle nous avons réalisé ces mesures. Cette constatation confirme la non-linéarité évoquée plus haut. Sur la figure 3.4 nous avons reporté les variations de d_s observées, ainsi qu'une fonction d'approximation.

D'autres mesures ont été menées rotor monté, et sont reportées figure 3.5. Le protocole expérimental est le même que précédemment.

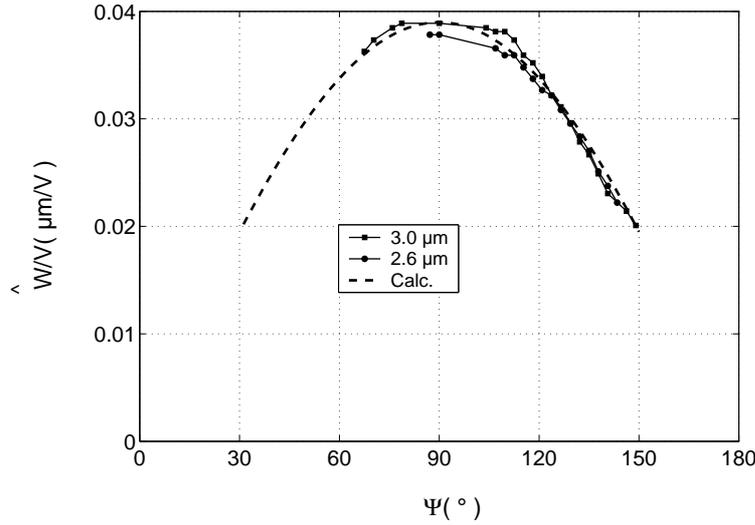


FIG. 3.5 – Fonction de transfert mécanique à amplitude d'onde constante. Rotor monté.

La comparaison avec le modèle convient encore, ce qui confirme notre approche. D'autre part, la valeur de d_s semble ne pas beaucoup varier avec l'amplitude de l'onde contrairement au cas précédent. Si bien que nous considérons que le d_s obtenu par cet essai vaut $d_s = 32 \text{Nsm}^{-1}$ (c'est cette valeur qui a servi au tracé des courbes calculées). Celui-ci a fortement changé par rapport au cas du stator seul, ce qui tend à montrer que le chargement axial a aussi une influence sur la valeur de ce paramètre.

3.5.2 Essais du régime transitoire

Cet essai doit permettre de déterminer la valeur de la masse vibrante du stator m . Pour cela, nous allons appliquer au moteur à vide des échelons de V_q et regarder alors l'évolution de la hauteur de l'onde \hat{W} en fonction du temps.

Compte tenu de l'équation 3.8 l'équation 2.119 donne à vide et pour le régime transitoire :

$$2m\omega\dot{\hat{W}} + d_s\omega\hat{W} = NV_q \quad (3.15)$$

Si bien que l'évolution temporelle de la hauteur de l'onde lorsque nous soumettons le moteur à des échelons de V_q est une réponse de type du premier ordre de constante de temps $\frac{2m}{d_s}$. La mesure de cette constante de temps permet de connaître m , d_s ayant été identifié par ailleurs.

Nous avons appliqué cette méthode d'abord au stator seul. Les réponses indicielles sont du premier ordre, et les constantes de temps obtenues ont permis de déterminer la valeur de m qui vaut 28g. Pour la détermination de m , nous avons tenu compte des variations de d_s que

nous avons approchées par la fonction d'approximation de la figure 3.4. Les essais ainsi que les comparaisons avec les simulations ont été reportés figure 3.6.

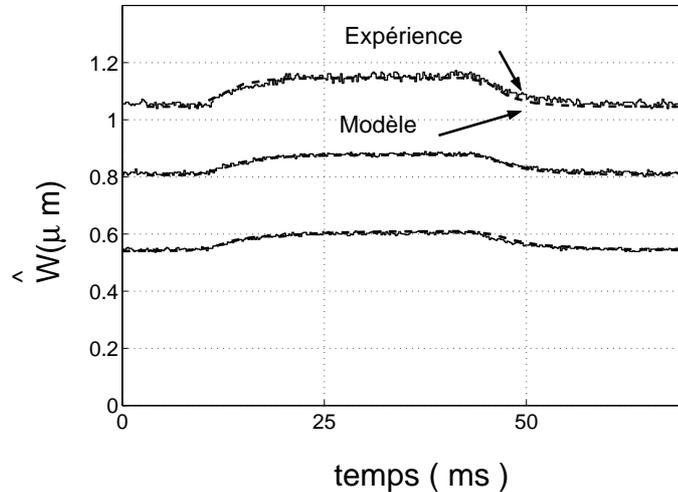


FIG. 3.6 – Réponse indicielle de la hauteur d'onde à un échelon de V_q . Stator seul.

Nous pouvons remarquer que cette fois, la valeur trouvée pour m est la même quelque soit la valeur de \hat{W} considérée, contrairement aux résultats du tableau 3.2.

Puis nous avons remonté le rotor. Alors, en conservant la même valeur de masse vibrante m et avec la valeur de d_s trouvée lors de l'essai rotor monté, simulations et expérience coïncident en régime transitoire, comme le montre la figure 3.7.

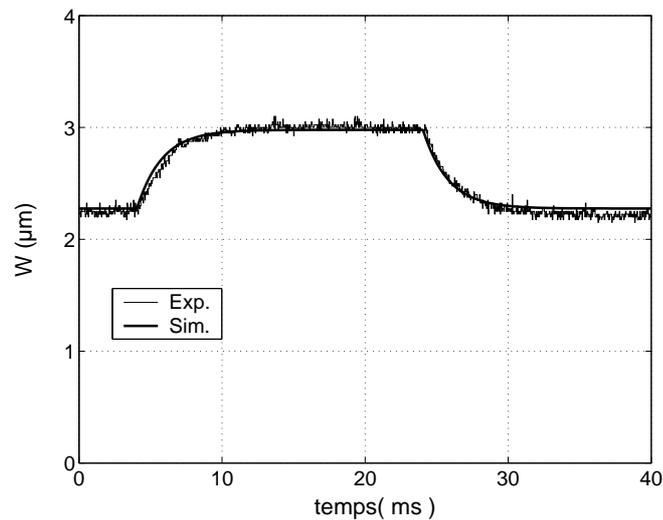


FIG. 3.7 – Réponse indicielle de la hauteur d'onde à un échelon de V_q . Rotor monté.

Ainsi, nous venons de décrire une méthode permettant de déterminer les valeurs de m et d_s . Contrairement aux essais classiques, où l'identification est faite à partir du relevé de la réponse

mécanique en régime permanent, nous avons exploité ici les réponses de la hauteur d'onde en régime permanent et en régime transitoire.

D'autre part, nous n'imposons pas la fréquence des tensions d'alimentation, mais le déphasage Ψ de v par rapport à w . Si bien que ce protocole permet de s'affranchir des dérives de la fréquence de résonance, que ce soit à cause des changements de température, ou de la variation non linéaires de c . C'est pourquoi, cette méthode peut être appliquée rotor monté, même si, compte tenu de la remarque du paragraphe 2.3.3.1, l'effort normal F_τ influe sur la valeur de cette fréquence de résonance.

$$\begin{array}{l} m \\ 28g \end{array} \quad \begin{array}{l} d_s \\ 32Nsm^{-1} \end{array}$$

3.6 Identification de h .

Rappelons que le paramètre h représente la position du plan neutre par rapport à la surface du stator (figure 2.1). Cette valeur pourrait a priori être calculée à partir de son expression analytique [11]. Nous exposons ici une méthode permettant de l'identifier ; elle s'appuie sur la relation 2.119 qui lie la hauteur de l'onde au couple de charge. Pour le régime permanent, et avec les hypothèses considérées 3.1 cette équation permet d'écrire :

$$d_s \omega \hat{W} = NV_q - k \frac{h}{b^2} C_r \quad (3.16)$$

Ainsi, plus on vient charger le moteur par C_r à V_q constant, plus la hauteur de l'onde doit diminuer. Or la variation doit se faire de manière linéaire, et le coefficient directeur de la droite est égal à :

$$\frac{\Delta \hat{W}}{\Delta C_r} = - \frac{k \frac{h}{b^2}}{d_s \omega} \quad (3.17)$$

Nous pouvons mesurer le rayon de contact b , nous connaissons k et la valeur de d_s est identifiée. Cet essai permet donc d'atteindre h .

Nous avons tracé figure 3.8 la hauteur de l'onde progressive en fonction du couple de charge pour différentes valeurs de V_q .

Nous remarquons que ces courbes adoptent tout d'abord un profil linéaire, ce qui était prévu. Cependant, le coefficient directeur de la droite varie avec V_q . Le tableau 3.3 donne les coefficients directeurs observés, ainsi que les valeurs pour h . Nous adoptons pour ce paramètre une valeur moyenne : $h = 2.5mm$.

$V_q(V)$	$\frac{\Delta W}{\Delta C} (\mu m/V)$	$h(mm)$
75.5	3.1	2.25
72.1	3.1	2.25
67.7	3.52	2.55
62.2	4.2	3.05

TAB. 3.3 – Estimations de la valeur de h .

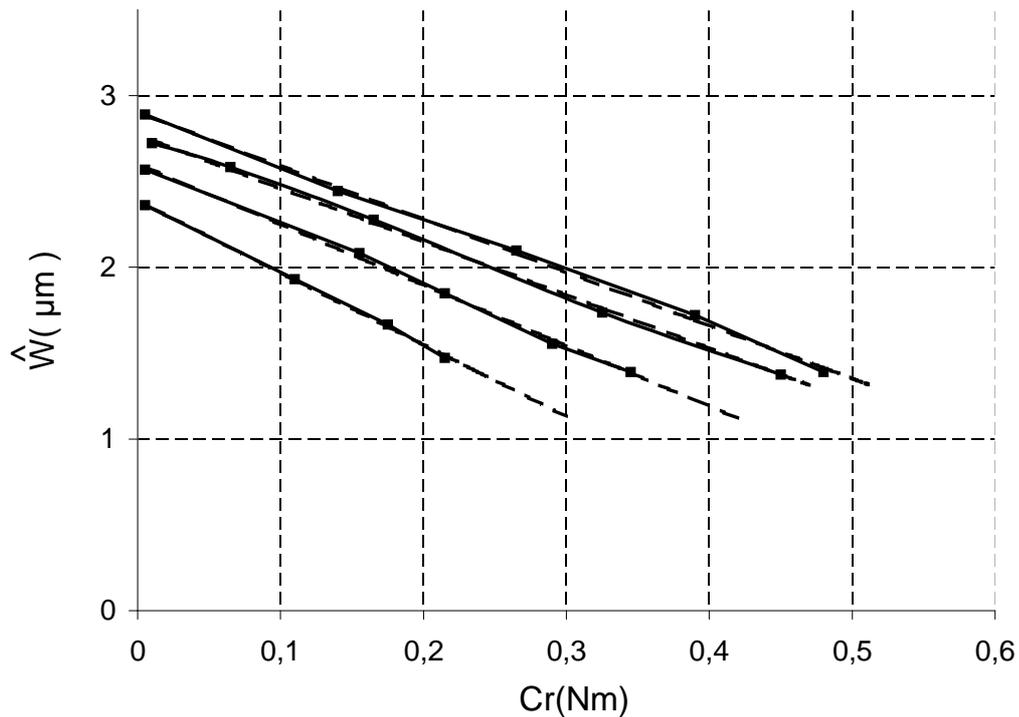


FIG. 3.8 – Essais à V_q constant. Hauteur d'onde en fonction du couple de charge.

3.7 Identification de la liaison rotor-idéal rotor réel.

Nous cherchons maintenant à identifier la relation 2.68 que l'on rappelle ici :

$$C = f_o(\Omega_{id} - \Omega) \quad (3.18)$$

Selon nos hypothèses de régime permanent, nous avons écrit que $V_{Tid}' = \omega \hat{W}$ soit $\Omega_{id} = k \frac{h}{b^2} \omega \hat{W}$. Nous pouvons tracer l'évolution du couple de charge C_r en fonction de la vitesse de rotation. Or, entre ces deux grandeurs, il existe une relation linéaire, si Ω_{id} et donc \hat{W} , demeurent constants; c'est le coupleur R_{CT} . Les courbes tracées doivent donc être des droites dont le coefficient directeur donne f_0 .

Nous avons effectué ces relevés reportés figure 3.9.

Nous remarquons que pour ces courbes, une approximation linéaire est effectivement concevable, ce qui tend à justifier l'hypothèse du rotor idéal. Cependant, ce couple transmis a des limites. D'abord, l'interface de contact ne peut transmettre un couple plus grand que $1Nm$, couple dépendant du coefficient de friction entre stator et rotor et de l'effort presseur. La valeur de C doit donc être limitée en fonction de la hauteur de l'onde, ce caractère non-linéaire est présenté dans le GIC et devra être considéré dans la commande.

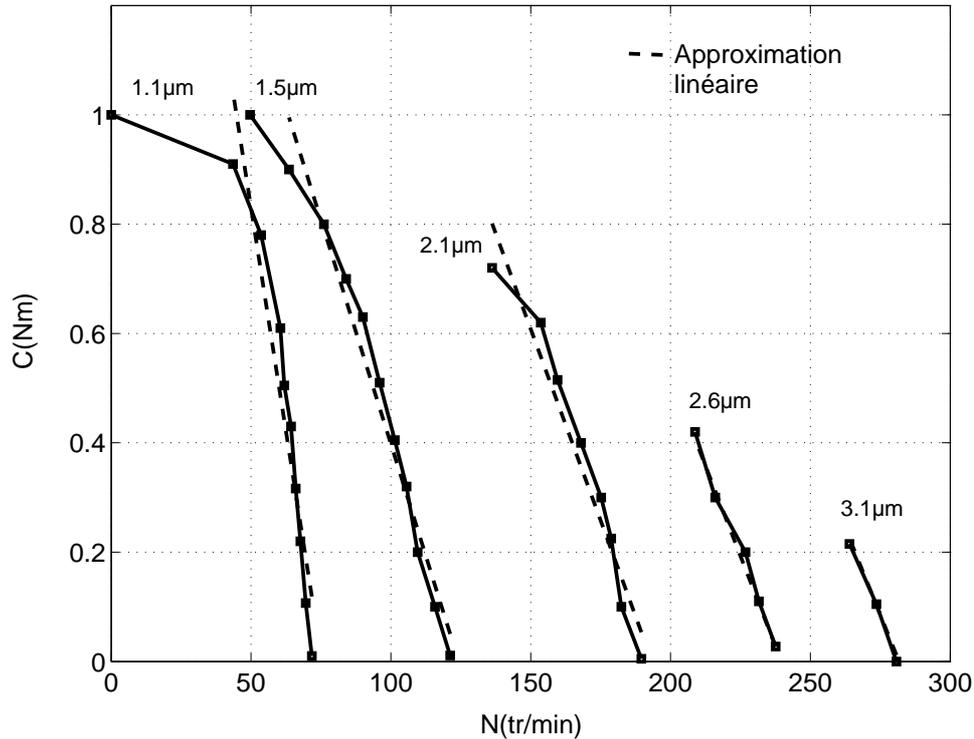


FIG. 3.9 – Couple développé en fonction de la vitesse de rotation, à amplitude d'onde constante.

3.8 Identification de ε .

Ce paramètre traduit l'effet des conditions de contact sur la prise en compte de l'effort normal. Ces conditions ne sont pas connues puisque nous n'avons pas mené d'étude tribologique sur cet assemblage stator-rotor.

Nous pouvons identifier ε grâce à un essai en régime permanent. En remarquant que la relation 2.99 permet d'écrire à vide et pour le régime permanent :

$$\varepsilon F_{\tau} = \sqrt{(NV)^2 - (d_s \omega \hat{W})^2} - (c - m\omega^2) \hat{W} \quad (3.19)$$

Alors, le relevé de \hat{W} en fonction de la fréquence ($\omega = 2\pi f$) permet de déterminer la valeur de ε . La figure 3.10 montre l'évolution de la hauteur d'onde en fonction de la fréquence d'alimentation.

La figure 3.11 présente l'évolution de ε en fonction de \hat{W} identifiée à partir de l'essai figure 3.10. Nous remarquons que la courbe $\varepsilon(\hat{W})$ n'a pas la même forme que celle de la figure 2.9 ; ceci tend à montrer que la modélisation développée au deuxième chapitre n'est peut-être pas adaptée à notre moteur. Une raison à ce phénomène sera peut-être trouvée par une analyse plus fine des phénomènes tribologiques intervenant à l'interface stator-rotor. Déjà, nous pouvons mentionner les travaux qui tiennent compte de la visco-élasticité, ainsi que ceux prenant en considération la flexion du rotor lui même [30] [31].

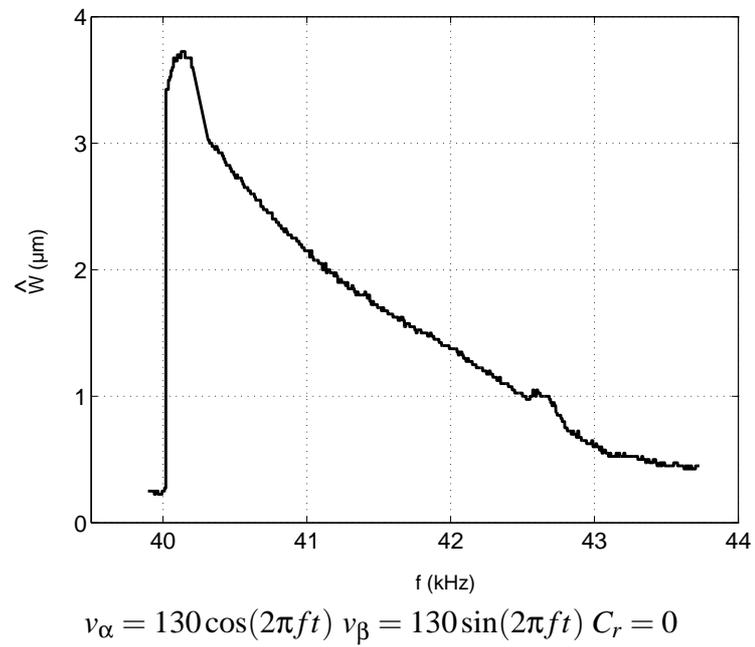
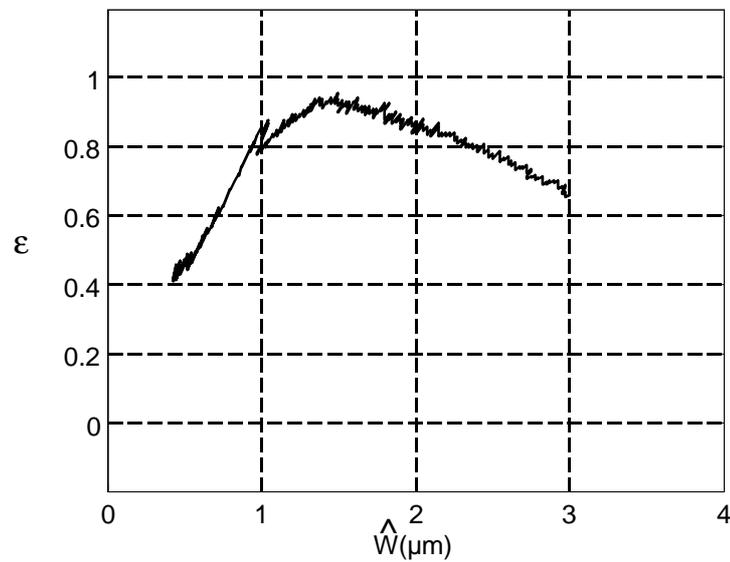


FIG. 3.10 – Amplitude des vibrations en fonction de la fréquence d'alimentation.

FIG. 3.11 – Variation du paramètre ε en fonction de l'amplitude de l'onde progressive.

3.9 Conclusion

Nous avons présenté au cours de ce chapitre un protocole d'identification des paramètres du moteur. Celui-ci se déduit de la modélisation du moteur dans un repère tournant, effectuée au deuxième chapitre. Les essais nécessaires diffèrent de ceux utilisés classiquement pour l'identification : en particulier, c'est la phase des tensions en non leur fréquence qui intervient. L'accent est d'abord mis sur la difficulté d'atteindre les paramètres du moteur, à cause des non-linéarités structurelles qui le caractérisent. Puis des essais sont menés, permettant d'aboutir aux valeurs des paramètres de la partie vibrante du stator. On constate alors la bonne adéquation entre les résultats expérimentaux et ceux théoriquement issus du modèle, tendant à valider la modélisation proposée.

le chapitre suivant traite de la commande en couple du moteur piézo-électrique à onde progressive.

Chapitre 4

Commande en couple du moteur MPE à onde progressive.

4.1 Introduction

Ce chapitre a pour but d'établir les lois de commande du MPE qui permettent d'imposer le couple sur l'arbre moteur. La méthode par inversion du graphe causal, parce qu'elle est systématique, permettra d'établir la structure de la commande. Il apparaît alors qu'un autopilotage du moteur doit être mis en œuvre. Des essais réalisés sur un moteur USR60 viendront présenter les performances obtenues ; en particulier, sa robustesse vis à vis des changements de fréquence de résonance.

Nous développons aussi l'aspect matériel : l'architecture de la maquette ayant servi aux essais est présentée, tandis que le calcul des différents correcteurs de boucle est explicité. Enfin, nous testerons cette commande sur un dispositif à retour d'effort, validant son principe dans les quatre cadrans.

4.2 Principe de l'inversion du GIC.

La commande de l'actionneur piézo-électrique doit permettre l'asservissement du couple sur l'arbre C . L'élaboration de cette commande s'obtient facilement par inversion du GIC de la figure 2.22. On inverse chaque processeur lorsqu'il s'agit de modulateur ou bien de dissipateur d'énergie [45]. Par contre, lorsqu'une relation strictement causale est rencontrée, la commande doit mettre en œuvre un asservissement de la grandeur d'entrée avec mesure (ou estimation) de la grandeur de sortie.

Nous adopterons les notations suivantes pour les différentes valeurs de la variable réelle x :

- \hat{x} valeur mesurée de x ,
- \tilde{x} valeur estimée de x ,
- x_{ref} valeur de référence de x ,
- x_{reg} valeur de réglage.

Parce que la modélisation a permis de découpler les actions sur les axes normaux et tangentiels (axes d et q) nous montrerons d'abord la commande des grandeurs dans l'axe q puis dans l'axe d . Une discussion sera menée pour déterminer la bonne stratégie de commande.

4.3 Stratégies de commande.

Nous avons effectué au paragraphe 2.4.2 la modélisation du MPE dans le repère (d, q) tournant, dont l'axe d était confondu avec le vecteur de l'onde progressive. Cette modélisation nous a montré, par l'intermédiaire des équations 2.116 et 2.119, un découplage des actions sur les deux axes, la voie d correspondant à l'axe normal, la voie q à l'axe tangentiel. La force tangentielle donnant naissance au couple du moteur, il semble possible de régler ce dernier indépendamment des données de l'axe normal.

4.3.1 Inversion de la voie q .

Le GIC de la figure 4.1 montre le graphe causal de la structure de commande en couple du MPE, obtenu par inversion de la voie q du graphe de la figure 2.22. Il est établi, à l'issue de l'inversion des processeurs, que cette commande doit se composer de trois blocs élémentaires. Le premier bloc constitue l'inversion de la matrice de rotation ; c'est la base de l'autopilote. Le deuxième bloc constitue l'asservissement de la vitesse tangentielle du rotor idéal ; un correcteur R_{cq3} à grand gain doit être placé dans cette boucle pour avoir une erreur statique nulle. Enfin, le contrôle en couple proprement dit, se fait par inversion de la loi de transmission de couple entre le rotor idéal et le rotor réel.

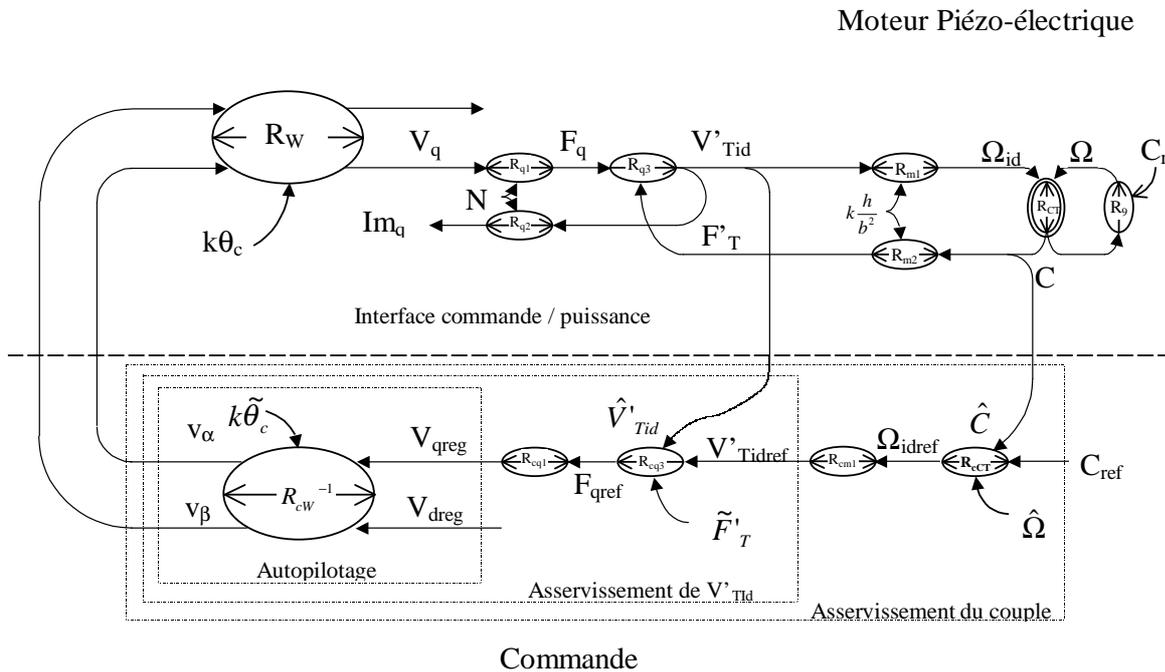


FIG. 4.1 – Graphe Informationnel de la commande en couple du MPE. Commande de base.

Le tableau 4.1 récapitule les relations de la commande et de celles du processus qui leur sont associées.

Cette structure constitue la commande de base du MPE. Elle met d'une part en évidence la nécessité de compenser un terme proportionnel au couple (par l'intermédiaire de F'_T). Nous

Relation	Processus	Commande
$\mathbf{R}_w \Rightarrow \mathbf{R}_{cw}$	$v_{dq} = R(k\tilde{\theta}_c)v_{\alpha\beta}$	$v_{\alpha\beta} = R(-k\tilde{\theta}_c)v_{dqreg}$
$\mathbf{R}_{q1} \Rightarrow \mathbf{R}_{cq1}$	$F_q = NV_q$	$V_{qreg} = \frac{1}{N}F_{qref}$
$\mathbf{R}_{q3} \Rightarrow \mathbf{R}_{cq3}$	$(2mp + d_s)V'_{Tid} = F_q - F'_T$	$F_{qref} = C_W(p) \left(V'_{Tidref} - \hat{V}'_{Tid} \right) + \frac{F'_T}{N}$
$\mathbf{R}_{m1} \Rightarrow \mathbf{R}_{cm1}$	$\Omega_{id} = k \frac{h}{b^2} V'_{Tid}$	$V'_{Tidref} = \frac{b^2}{kh} \Omega_{idref}$
$\mathbf{R}_{CT} \Rightarrow \mathbf{R}_{cCT}$	$C = f_0(\Omega_{id} - \Omega)$	$\Omega_{idref} = \frac{C_{ref}}{f_0} + \hat{\Omega}$

TAB. 4.1 – Synthèse des relations du GIC

pouvons imaginer une compensation par anticipation de ce couple, à partir de C_{ref} , ou bien une estimation de celui-ci, grâce à l'équation 2.119. Cependant, pour simplifier la réalisation de la commande, cette compensation sera omise, c'est le correcteur R_{cq3} qui sera chargé d'assurer la robustesse de l'asservissement face aux variations de charge.

D'autre part, le GIC met en évidence la nécessité d'inverser la relation R_{CT} . Or, cette relation concentre les non-linéarités du contact, et les coefficients qui la caractérisent varient avec les conditions d'utilisation. L'inverser est donc une opération délicate : on peut cependant y parvenir en utilisant par exemple un réseau de neurones qui apprend les caractéristiques couple-vitesse du moteur [33]. Mais, Dans le cadre de ce mémoire, le couple moteur C est estimé par une mesure du couple C_r par jauge de contrainte. Cette mesure permet de mettre en œuvre une boucle supplémentaire d'asservissement du couple : la référence V'_{Tidref} sera alors générée par un correcteur de couple $C_c(p)$, et la relation R_{cCT} est transformée en :

$$R_{cCT} = C_c(p) (C_{ref} - \hat{C}_r) \quad (4.1)$$

Ces considérations sont résumées figure 4.2.

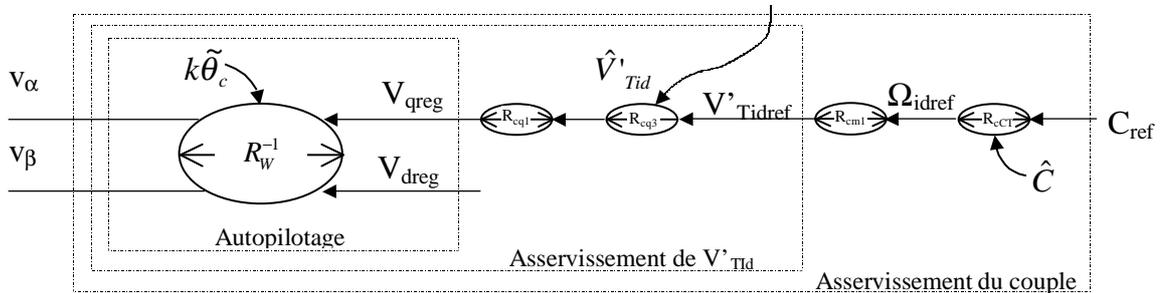


FIG. 4.2 – Graphe Informationnel de la commande en couple du MPE, après simplification.

4.3.2 Inversion de la voie d .

Nous pouvons appliquer sur la voie d la même méthode, par inversion du GIC, que sur la voie q . Elle aboutit à trois stratégies, selon la grandeur contrôlée.

4.3.2.1 Contrôle de la vitesse normale du rotor idéal.

L'inversion du GIC sur la voie d montre qu'il est possible d'asservir V'_{Nid} , la vitesse normale du rotor idéal.

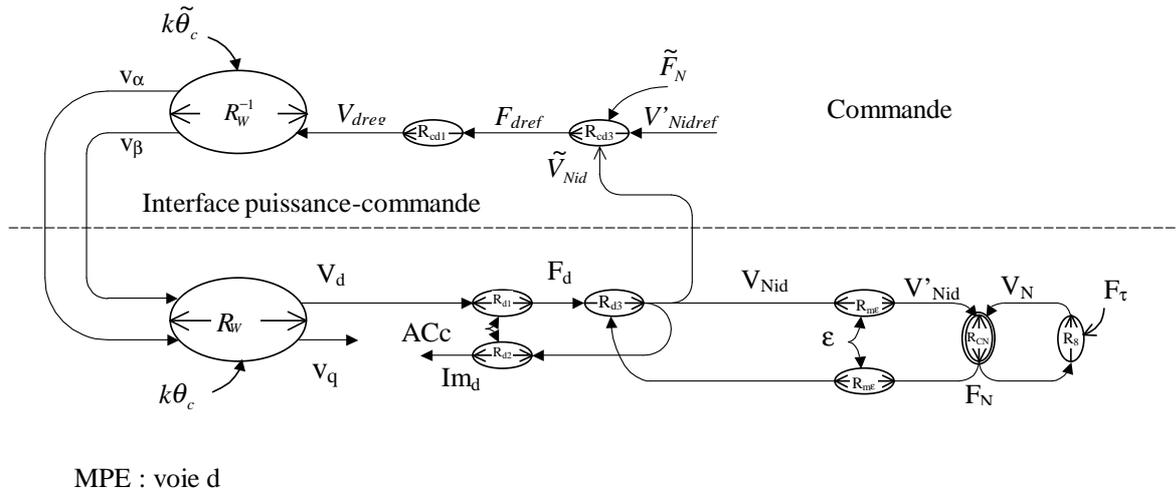


FIG. 4.3 – Graphe Informationnel de la commande de l'axe d .

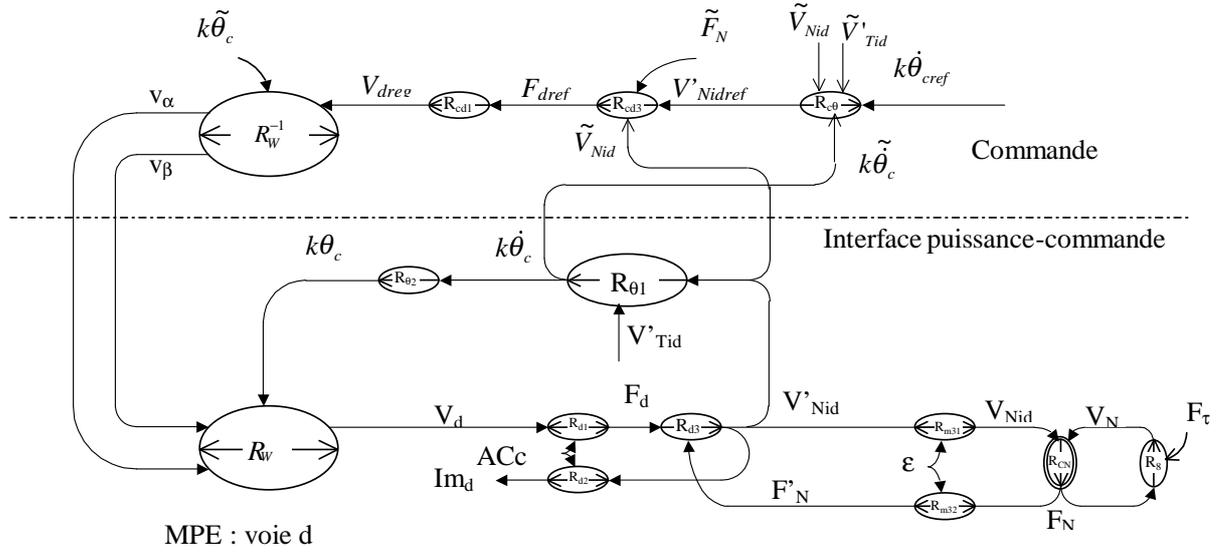
Cependant, nous avons déjà remarqué au paragraphe 2.3.3 qu'en régime permanent, $V'_{Nid} = 0$. Effectivement, une autre valeur constante non nulle ferait décoller le rotor du stator, ce qui constitue un cas difficilement envisageable en pratique. Nous avons donc un choix limité de valeur de V'_{Nidref} , qui doit être au moins nulle en régime permanent. Par ailleurs, nous ne nous intéressons pas au régime transitoire sur l'axe d . Par conséquent, nous ne contrôlerons pas cette grandeur, mais les commandes proposées ultérieurement assureront $V_{Nid} = 0$ en régime permanent.

4.3.2.2 Asservissement de la pulsation des tensions d'alimentation.

Si nous poursuivons l'examen du GIC de la figure 2.22, nous nous apercevons que $k\dot{\theta}_c$ est une grandeur d'action. Son asservissement est donc possible. Or, en régime permanent, $k\dot{\theta}_c = \omega$, la pulsation des tensions d'alimentation. Il est parfois intéressant de contrôler cette pulsation, par exemple pour certaines alimentations résonnantes qui présentent un fonctionnement optimal à une fréquence donnée [46].

Le GIC de la figure 4.4 montre une structure de contrôle de cette pulsation dans l'axe d .

Ce graphe se compose de deux boucles imbriquées. Afin de simplifier à nouveau cette structure, nous proposons d'établir la relation liant ω à V_d . Pour cela, nous posons quelques hypothèses supplémentaires :

FIG. 4.4 – Graphe Informationnel de la commande de $k\theta_c$.

- la pulsation d'alimentation varie peu autour de la pulsation de résonance ω_0 . Nous posons donc $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$, avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$ et $\Delta\omega \ll \omega_0$.
 - Le régime permanent sera atteint sur la voie q ; V'_{Tid} sera constant.
- Alors, compte tenu de ces hypothèses, l'équation 2.115 se simplifie, et par dérivations successives nous obtenons :

$$\int V'_{Nid} dt = \frac{V'_{Tid}}{\omega_0} \quad (4.2)$$

$$V'_{Nid} = -\frac{V'_{Tid}}{\omega_0^2} \Delta\dot{\omega} \quad (4.3)$$

$$\dot{V}'_{Nid} = -\frac{V'_{Tid}}{\omega_0^2} \Delta\ddot{\omega} \quad (4.4)$$

Enfin, un développement limité au premier ordre de $c - m\omega^2$ en ω permet d'écrire :

$$(c - m\omega^2) \approx -2c \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \quad (4.5)$$

Alors l'équation 2.116 permet de donner l'équation différentielle régissant l'évolution de la pulsation des tensions d'alimentation en fonction de la tension V_d :

$$\mathbf{Ra4:} (mp^2 + d_sp + 2c)\Delta\omega = -(NV_d - \varepsilon F_N) \frac{\omega_0^2}{V'_{Tid}} \quad (4.6)$$

Nous pouvons tracer figure 4.5 un nouveau GIC, faisant apparaître ces relations, et notamment le rôle joué par V_d vis à vis de la pulsation des tensions d'alimentation. La structure de commande déduite par inversion est également décrite.

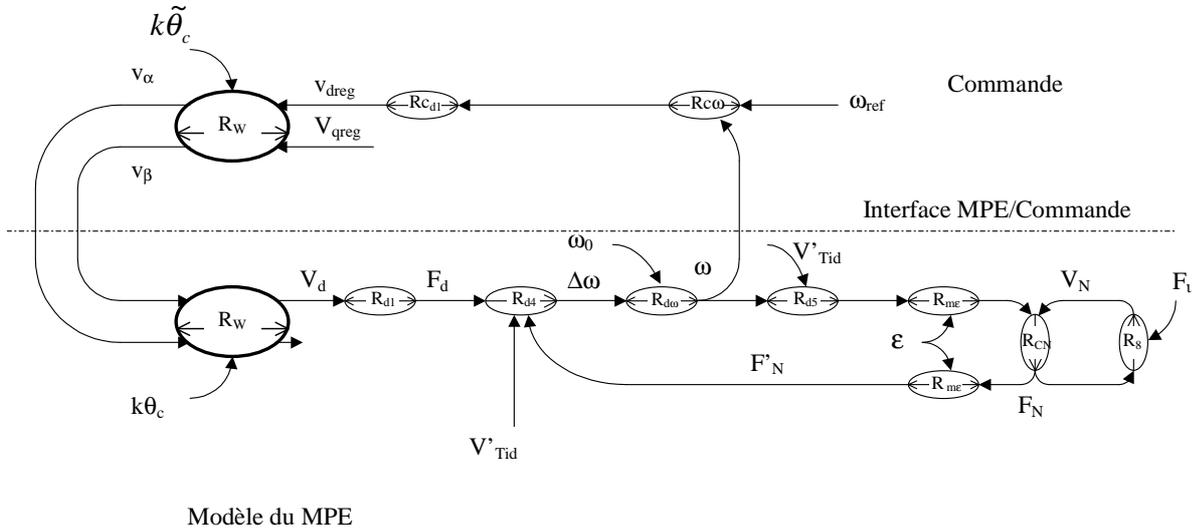
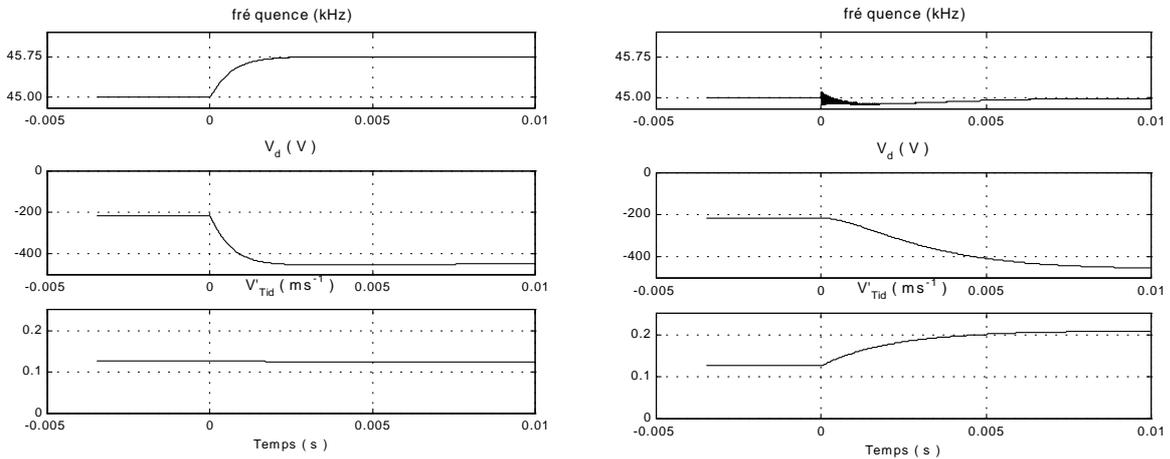


FIG. 4.5 – Nouveau GIC de la voie d , faisant apparaître la pulsation des tensions d’alimentation ainsi que la commande. V'_{Tid} est constant.



(a) (b)
 $C_r = 0$, en $t = 0$, f_{ref} passe de $45kHz$ à $45.75kHz$

FIG. 4.6 – Essais en simulation de l’asservissement en fréquence

Nous avons regroupé figure 4.6 les résultats des essais d'asservissement de la fréquence des tensions d'alimentation obtenues par simulations.

Pour l'essai de la figure (a), nous avons maintenu V_q constant, et nous appliquons une consigne en échelon. Nous constatons qu'en régime permanent la fréquence des tensions atteint sa référence, montrant le bon fonctionnement de cet asservissement. Nous avons aussi tracé l'évolution de V_d au cours de cet essai. Lorsque la fréquence de consigne augmente, on s'éloigne de la résonance du circuit. V_d qui était négatif, diminue, augmentant la valeur efficace des tensions d'alimentation. Ceci peut mieux se montrer par le graphe des phaseurs complexes de la figure 4.7 :

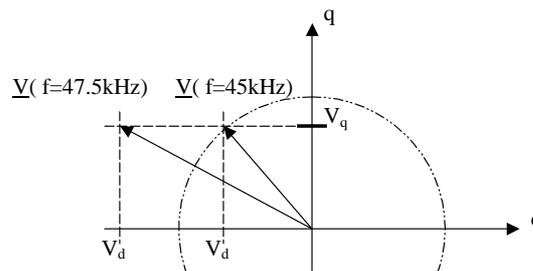


FIG. 4.7 – Tracé des phaseurs complexes. Lorsque la fréquence augmente et que V_q est constant, V_d diminue.

Au cours de l'essai de la figure (b), la consigne en fréquence est fixe, tandis que nous appliquons un échelon positif sur V_q . La vitesse tangentielle idéale augmente et la fréquence des tensions d'alimentation tend à diminuer. L'asservissement agit aussitôt sur V_d et la fréquence se stabilise à nouveau à sa référence. Cet essai montre que la fréquence peut être maintenue constante, malgré les variations de V'_{Tid} .

S'il est ainsi concevable d'asservir la fréquence à une valeur désirée, il faut cependant remarquer que celle-ci ne peut pas être choisie au hasard. Trop basse, il est possible que le phénomène de pull-out survienne et que le moteur cale ; trop élevée, la valeur efficace des tensions à appliquer devient trop importante pour l'alimentation. Ainsi, cette commande doit être munie d'une identification en ligne de la fréquence de résonance, pour pouvoir suivre les éventuelles variations dues à la température. L'influence de la pulsation de résonance se voit sur le GIC par l'intervention de ω_0 . Le principe de cette commande a néanmoins été réalisé en pratique par [32].

4.3.2.3 Boucle ouverte sur la voie d .

Nous venons d'évoquer et de présenter deux stratégies qui mettent en œuvre un réglage de V_d par une boucle d'asservissement. Dans les machines électromagnétiques, on rencontre cette configuration où un axe est dédié au contrôle du couple tandis que l'autre permet le contrôle d'une autre grandeur, comme un flux par exemple.

Cependant, ce n'est pas toujours le cas : pour une machine synchrone à pôles lisses, par exemple, on force $I_d = 0$, car cela permet de réduire les pertes joules. Nous pouvons transposer ce raisonnement au cas du MPE. En remarquant qu'en régime permanent établi, l'équation

2.119 permet d'écrire que V_d est constant, on peut choisir d'imposer directement $V_d = cste$. Il s'agit là d'un contrôle en boucle ouverte, car aucun asservissement sur la voie d n'est entrepris.

Le choix de cette valeur peut se faire selon plusieurs critères.

Par exemple, on peut choisir de travailler toujours à la résonance, afin de limiter l'amplitude des tensions d'alimentation. Alors la figure 2.18 montre que dans ce cas, $V_d = 0$ est la valeur à imposer.

Ou bien, certaines alimentations étant simples à réaliser si la valeur des tensions efficaces qu'elle délivrent restent constantes, nous pouvons imposer $V_d^2 + V_q^2$ constant.

C'est cette dernière condition que nous mettrons en œuvre dans la suite de ce mémoire. Le GIC de commande dans l'axe d se résume à celui de la figure 4.8.

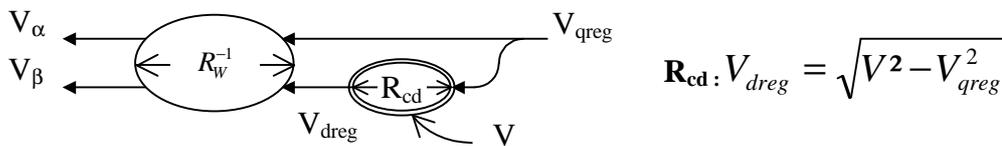


FIG. 4.8 – Détermination de V_d .

Pour un V et un V_q donnés, deux valeurs sont possibles pour V_d , l'une positive, l'autre négative. Nous gardons la solution négative, car elle assure de fonctionner au-delà de la fréquence de résonance (voir la figure 2.18).

Remarquons qu'alors la pulsation des tensions d'alimentation n'est plus imposée par la commande ; elle est libre d'évoluer au gré de V_d mais aussi des conditions extérieures. Nous avons simulé sur la figure 4.9 les réponses en régime transitoire à un échelon de V_q , de V'_{Tid} et de la fréquence des tensions d'alimentation, la valeur efficace des tensions étant maintenue constante.

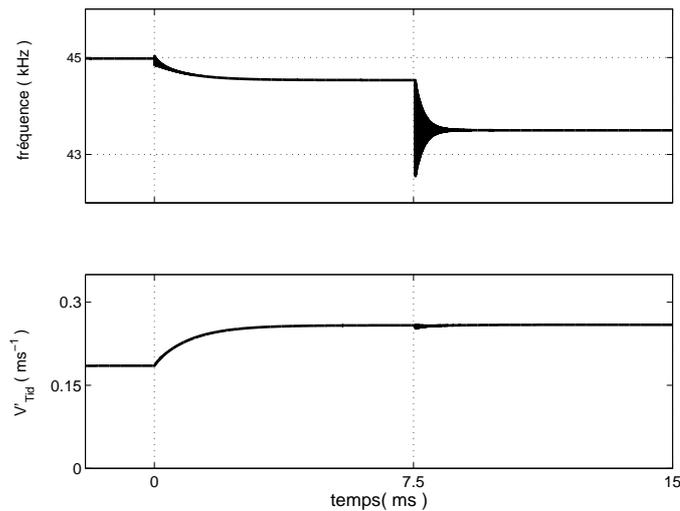


FIG. 4.9 – Auto-adaptation de la fréquence des tensions d'alimentation aux variations de la fréquence de résonance.

Pour $t = 7.5ms$ nous imposons une variation de -5% du paramètre c ; cet écart simule une variation de la fréquence de résonance du moteur sous son propre échauffement. La vitesse de fluctuation est exagérée pour éprouver la robustesse de cette stratégie vis-à-vis de la fréquence de résonance. Nous remarquons que cette variation est sans effet sur la valeur en régime permanent de V'_{Tid} . La raison est que la fréquence des tensions d'alimentation s'est adaptée à la nouvelle valeur de la fréquence de résonance. Nous reviendrons sur cette propriété ultérieurement.

C'est cette qualité d'auto adaptation associée à la simplicité de l'alimentation qui nous a fait choisir cette stratégie de commande par autopilotage.

4.4 Autopilotage du MPE.

4.4.1 Réalisation de l'autopilotage

Inverser la matrice de rotation permet de déterminer la valeur instantanée des tensions d'alimentation v_α et v_β en fonction de la position du point de contact θ_c et des tensions V_d et V_q connues par les boucles d'asservissement.

Par définition, $k\theta_c = \text{atan}\frac{w_\beta}{w_\alpha}$. La reconstruction de cet angle nécessite donc la mesure de l'amplitude instantanée des deux ondes stationnaires. Malheureusement, le moteur Shinseiï UR60 ne possède qu'une seule électrode de mesure, et la tension qu'elle délivre est proportionnelle à la déformation selon u_z du stator en $k\theta = 3\frac{\pi}{4}$ (voir la figure 2.5). Cependant, nous allons montrer que conformément aux hypothèses du paragraphe 3.3, cette mesure suffit à reconstruire la position du point de contact. En effet, si l'on appelle w_{EA} la déformation sous l'électrode, les relations 2.10, 3.1 et 3.2 nous permettent d'écrire :

$$\begin{aligned} w_{EA}(t) &= w\left(\frac{3\pi}{4}, t\right) = w_\alpha(t) \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + w_\beta(t) \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \\ &= \hat{W} \cos(\omega t) \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \hat{W} \sin(\omega t) \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \\ &= \hat{W} \cos\left(\omega t - \frac{3\pi}{4}\right) \end{aligned} \quad (4.7)$$

Et la tension issue de l'électrode auxiliaire s'écrit, d'après [25] :

$$v_{EA}(t) = \frac{N}{C_0} w_{EA}(t) = \frac{N}{C_0} \hat{W} \cos\left(\omega t - 3\frac{\pi}{4}\right) \quad (4.8)$$

Par conséquent, compte tenu que $k\theta_c = \omega t$ (équation 3.2), une mesure de la phase instantanée de v_{EA} permet de reconstituer la position du point de contact. Il suffit alors d'ajouter à cette phase $3\frac{\pi}{4}$.

D'autre part, en remarquant que

$$\begin{aligned} w_{EA}(t) &= \Re e(\hat{W} e^{j\omega t} e^{-j3\frac{\pi}{4}}) \\ &= \Re e(\underline{w} e^{-j3\frac{\pi}{4}}) \end{aligned} \quad (4.9)$$

nous pouvons définir le phaseur \underline{w}_{EA} , qui est égal au phaseur \underline{w} , transformé par une rotation d'angle $\frac{-3\pi}{4}$.

Nous avons donc tracé figure 4.10 le phaseur \underline{w} dans le plan (α, β) , permettant de définir les axes d et q . Nous y avons aussi placé \underline{w}_{EA} , en prenant en compte la remarque précédente, \underline{v} , et ses projections V_d et V_q , ainsi que l'angle Ψ , défini au cours du chapitre 2.3.3.

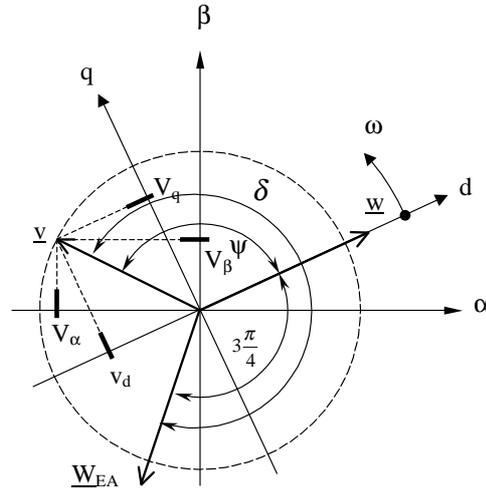


FIG. 4.10 – Position des phaseurs et de la tension de l'électrode auxiliaire dans le plan (α, β) .

Nous pouvons faire apparaître sur ce schéma l'angle δ entre \underline{v} et \underline{w}_{EA} . Nous avons la relation :

$$\delta = \Psi + 3\frac{\pi}{4} \quad (4.10)$$

Alors, la mesure de δ et de V permet de reconstituer Ψ et donc de déterminer la valeur de V_d et V_q . A l'inverse, à V constant, imposer δ permet d'imposer V_q .

Or, d'après les relations 3.5 et 4.8, le déphasage entre v_{ea} et v_α est égal à δ . Ainsi, pour autopiloter le moteur, nous devons réaliser un déphaseur, qui impose la valeur du déphasage entre la mesure de la tension de l'électrode auxiliaire v_{EA} d'une part, et v_α d'autre part.

4.4.2 Réalisation du déphaseur.

Ce déphaseur s'intègre physiquement entre le moteur et un amplificateur linéaire, comme le montre la figure 4.11 [47]. Il possède en entrée la valeur instantanée de la tension alternative sinusoïdale de l'électrode auxiliaire, ainsi que la référence de déphasage à imposer. La façon d'imposer ce déphasage est mixte : soit sous la forme d'une tension analogique (tension v_δ), soit sous la forme d'un nombre de 7 bits (N_δ).

En sortie, il délivre deux tensions sinusoïdales déphasées entre elles d'un angle réglable par une entrée numérique. Nous notons φ cet angle ; en régime permanent, les tensions v_α et v_β sont en quadrature, le sens de rotation pouvant être inversé en choisissant $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ au lieu de $\frac{\pi}{2}$.

La structure proposée dérive des déphaseurs numériques mis au point pour la génération de l'angle de retard à l'amorçage de certains redresseurs commandés ; une description de ces

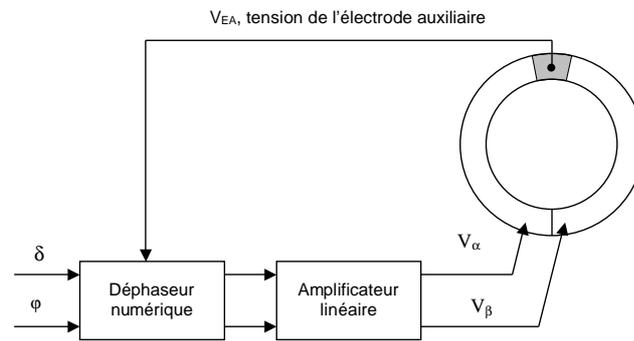
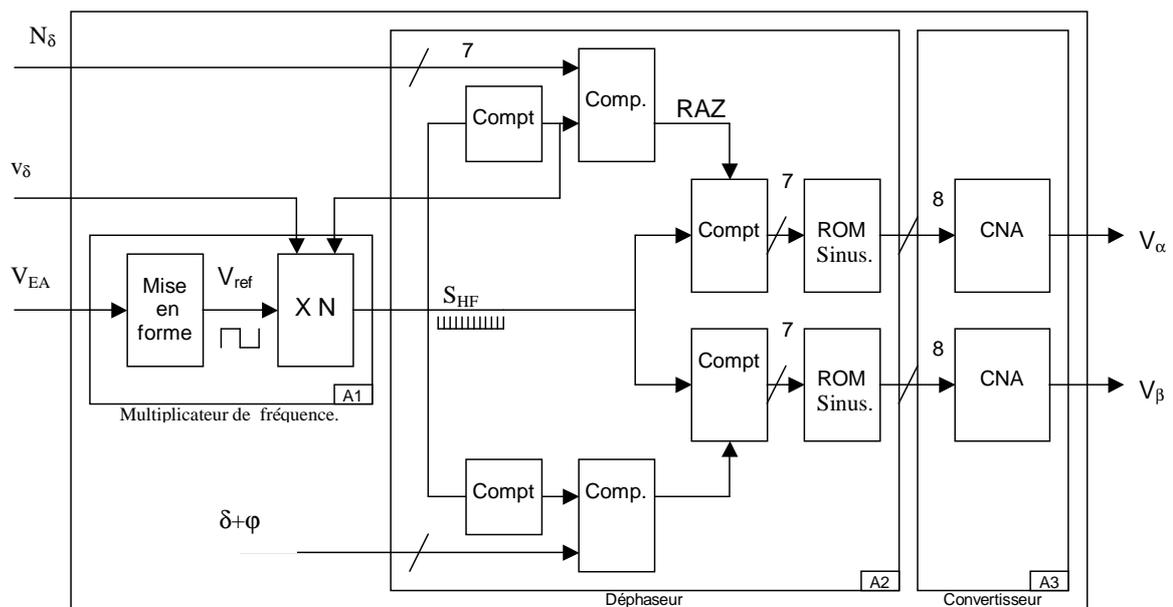


FIG. 4.11 – Réalisation de l'autopilotage.

Le système peut être obtenu dans [48]. Cependant, la structure est adaptée à notre cahier des charges, et la figure 4.12 propose un découpage en blocs de notre système.



Compt : compteur ; comp. : comparateur, CNA : convertisseur numérique analogique, RAZ : remise à zéro

FIG. 4.12 – Schéma bloc du déphaseur.

Le bloc A_1 est un système à boucle à verrouillage de phase (PLL) qui génère en sortie un signal, appelé S_{HF} , à une fréquence 128 fois plus élevée que la fréquence de la tension de l'électrode auxiliaire ; il découpe donc ce signal en 128 intervalles de durées égales. Pour un signal d'électrode auxiliaire d'environ 40kHz, S_{HF} est un signal de fréquence 5MHz.

Un premier déphasage est obtenu à ce stade par action sur la tension v_δ . On décale les impulsions de S_{HF} et le déphasage obtenu lorsque $N_\delta = 0$ est directement proportionnel à v_δ . Nous notons K_δ le coefficient de proportionnalité.

Le bloc A_2 est le bloc déphaseur proprement dit. Un compteur compte le nombre d'intervalles écoulés depuis le front montant de V_{ref} ; sa sortie est reliée à un comparateur générant un signal de remise à zéro (RAZ) chaque fois que celle ci est égale à l'entrée numérique N_δ . Ce signal est alors à la même fréquence que la tension de l'électrode auxiliaire, mais décalé de N_δ intervalles.

Un convertisseur analogique numérique (CAN) (bloc A_3) associé à un deuxième compteur et à une ROM sinus délivre une tension sinusoïdale synchronisée sur le signal RAZ . Son déphasage par rapport à la tension de référence V_{ref} est donc égal lorsque $v_\delta = 0$ à :

$$\delta = \frac{N_\delta}{2^7} \times 2\pi \quad (4.11)$$

Utiliser l'entrée analogique v_δ pour imposer le déphasage δ permet la mise en œuvre rapide des asservissements . Utiliser l'entrée numérique N_δ permet la répétabilité de déphasages précis, appréciée lors des essais du paragraphe 3.5. La solution mixte que nous venons de présenter combine les deux avantages.

Nous avons appliqué pour le calcul du correcteur de la boucle à verrouillage de phase du bloc A_1 la méthode décrite dans [23]. Sur la figure 4.13 nous avons relevé l'évolution temporelle de l'erreur de phase $\delta_{ref} - \hat{\delta}$ pour une consigne en échelon en δ_{ref} . Nous constatons un temps de réponse de l'ordre de $700\mu s$.

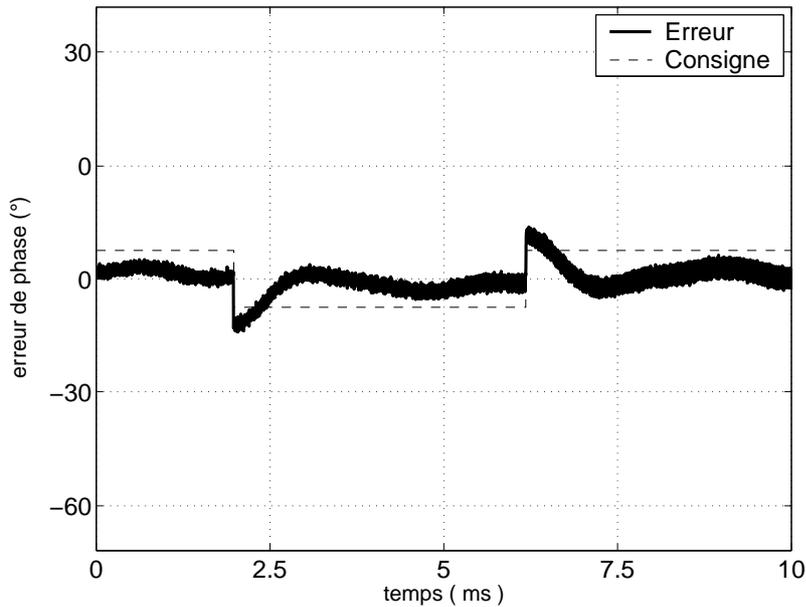


FIG. 4.13 – Erreur de phase, consigne en créneau. Essai expérimental.

Dorénavant, et par souci de simplicité, la réponse en phase de l'étage à PLL sera approchée par celle d'un circuit du premier ordre, possédant le même temps de réponse. Nous écrivons :

$$\frac{\delta}{\delta_{ref}} = \frac{1}{1 + \tau_\delta p} \quad (4.12)$$

avec $\tau_\delta \simeq 200\mu s$.

Sur la figure 4.14 nous avons simulé la réponse de la hauteur de l'onde à un échelon de V_q lorsque successivement τ_δ est considéré nul ou non. Nous voyons là l'influence de la boucle de phase sur la réponse de la hauteur d'onde à un échelon de V_q . Cette vérification revêt toute son importance compte tenu du fait que cet essai est à la base de l'identification du paramètre m (paragraphe 3.5).

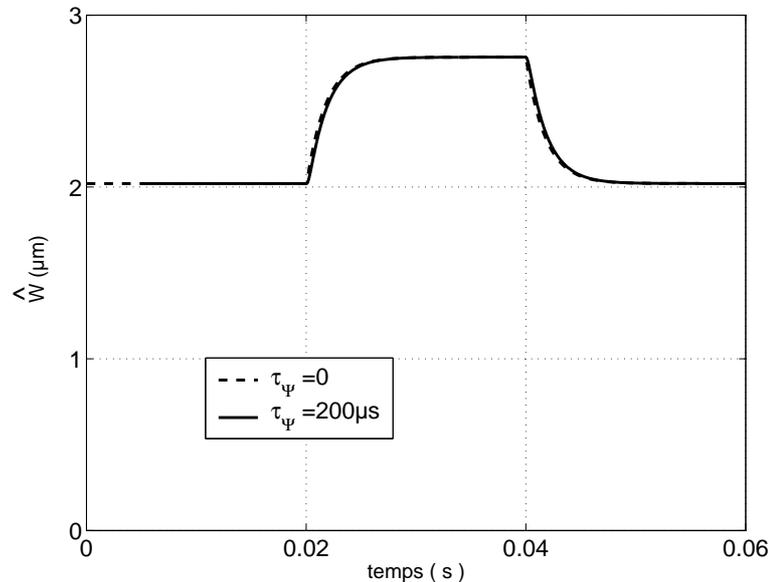


FIG. 4.14 – Influence de la commande en phase sur la hauteur de l'onde lors d'un essai en échelon de V_q .

Ainsi, nous remarquons que la boucle de phase n'a quasiment pas d'influence sur les paramètres identifiés, ceci justifiant a posteriori la démarche.

4.4.3 Fonctionnement du moteur autopiloté.

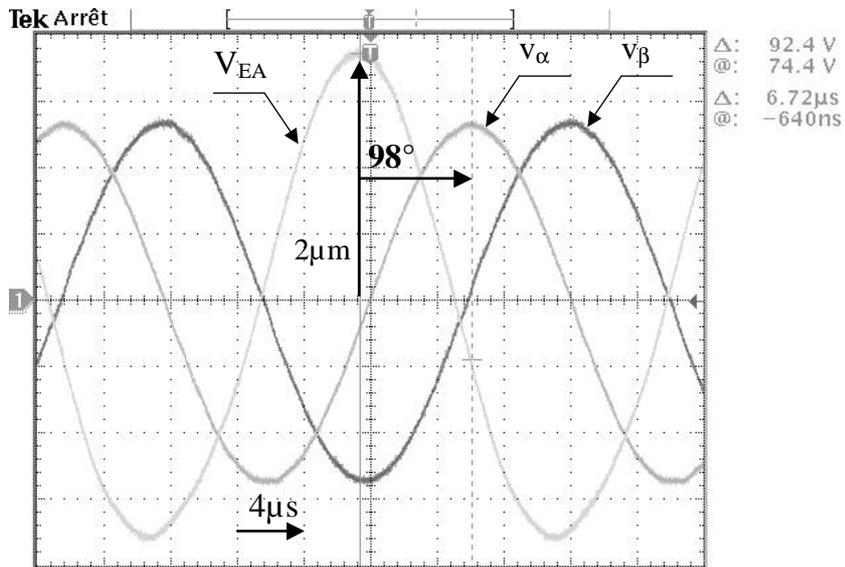
4.4.3.1 Action du déphasage

Le but de ce paragraphe est de valider la représentation par phaseurs complexes du MPE en régime permanent. Pour cela, des relevés expérimentaux seront menés ; une comparaison sera alors établie entre ces relevés expérimentaux d'une part, et les calculs théoriques d'autre part.

Mais d'abord, nous devons déterminer précisément la position de l'électrode auxiliaire ; cette position est définie en théorie par la géométrie du stator. Pour cela, nous avons donc reporté figure 4.15 le relevé oscillographique des tensions d'alimentation v_α et v_β en fonction du temps. Nous y avons aussi fait figurer la tension de l'électrode auxiliaire v_{EA} . Ce tracé correspond à une amplitude de $2\mu m$. Cette tension est en avance par rapport aux tensions d'alimentation d'un angle de 98° mesuré sur le relevé.

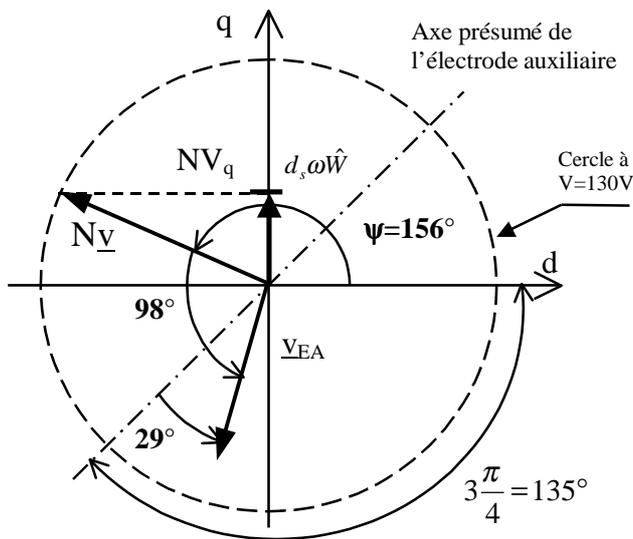
L'angle Ψ durant cet essai est déterminé à partir des relations 3.13 et 3.16, ainsi que de la valeur des différents paramètres identifiés au chapitre 3 :

$$\Psi = a \sin \left(\frac{d_s \omega \hat{W}}{NV} \right) \quad (4.13)$$



$$C_r = 0 \quad v_\alpha = V \cos(2\pi ft) \quad v_\beta = V \sin(2\pi ft) \quad V = 130V$$

FIG. 4.15 – Relevé oscillographique des tensions d’alimentation et de l’électrode auxiliaire en fonction du temps. $\hat{W} = 2\mu m$.



$$\Psi + 98^\circ - 29^\circ + 135^\circ = 360^\circ.$$

FIG. 4.16 – Phaseurs complexes associés à la mesure.

Nous calculons donc :

$$\Psi = \text{asin} \left(\frac{32 \times 2 \times \pi \times 41 \times 10^3 \times 2 \times 10^6}{0.32 \times 130} \right) = 156^\circ \quad (4.14)$$

Alors, compte tenu de ces valeurs de déphasage, nous pouvons tracer dans un plan complexe les phaseurs associés aux tensions mesurées (figure 4.16), et ainsi déterminer la position du phaseur de l'électrode auxiliaire. Alors, un décalage de 29° du phaseur \underline{v}_{EA} par rapport à sa position théorique est constatée. Nous prendrons en compte ce décalage, comme il a d'ailleurs déjà été pris en compte lors des essais du paragraphe 3.5.

Nous pouvons renouveler ces essais pour d'autres hauteurs d'onde. A partir de la mesure de l'angle entre v_α et v_{EA} sur l'oscillogramme, nous en déduisons la position de \underline{v} sur le plan (d, q) . Alors, nous pouvons déduire l'angle Ψ , que nous comparons à sa valeur calculée à partir de l'équation 4.13. Les résultats ont été reportés sur la figure 4.17.

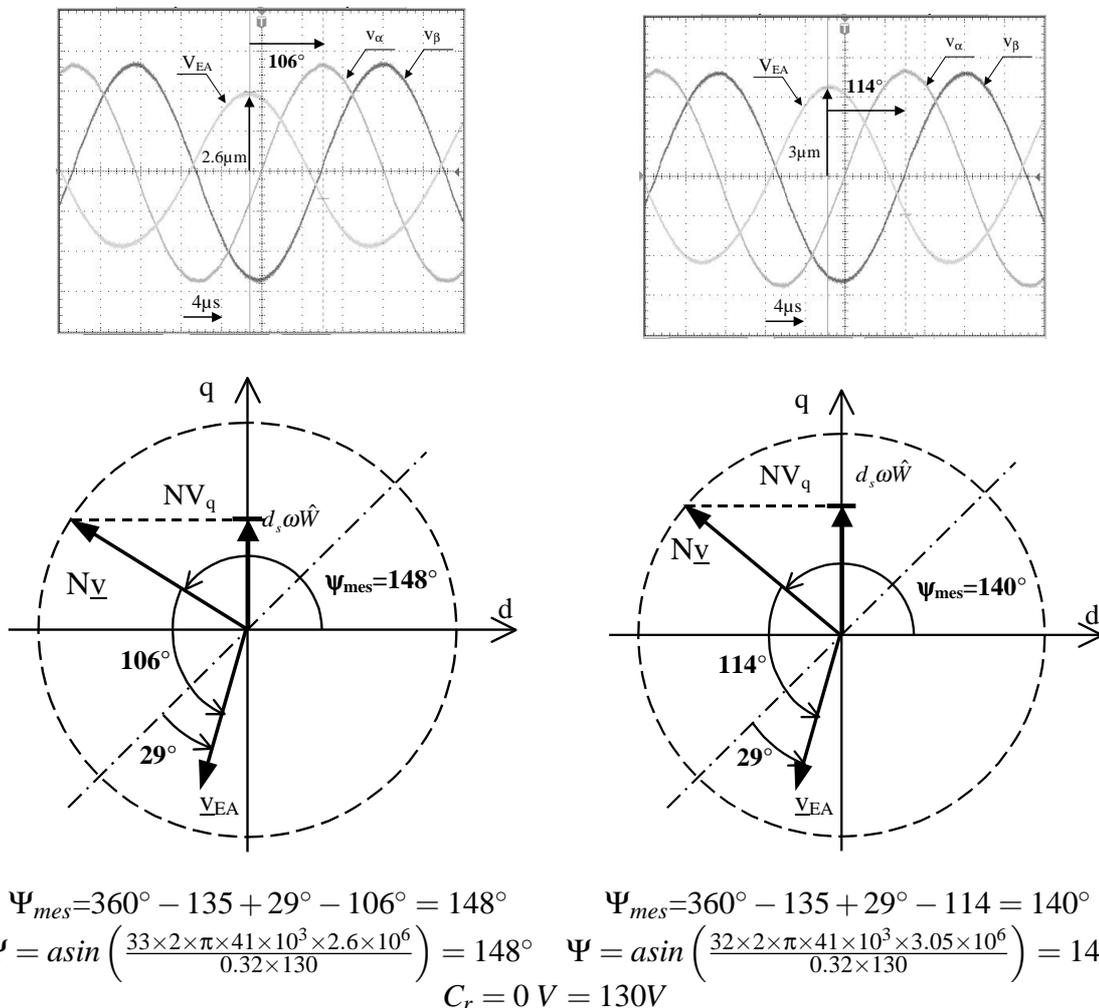
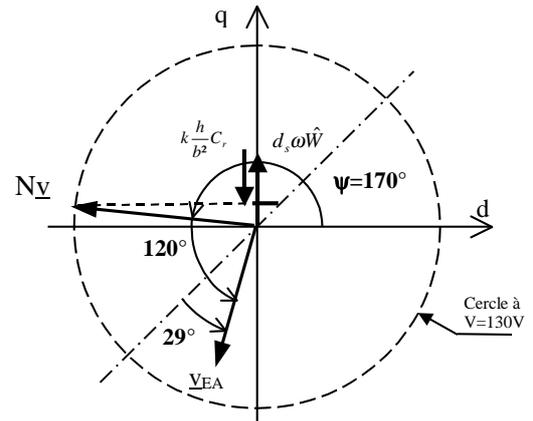
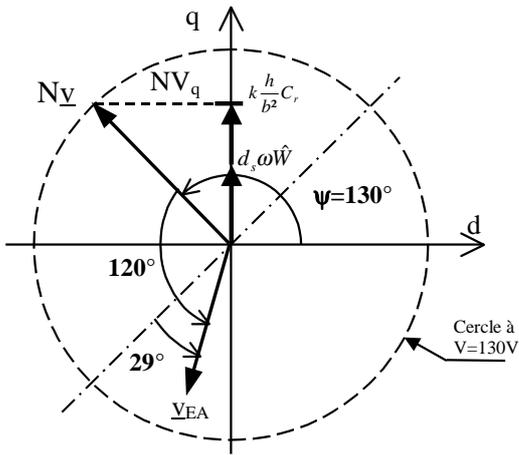
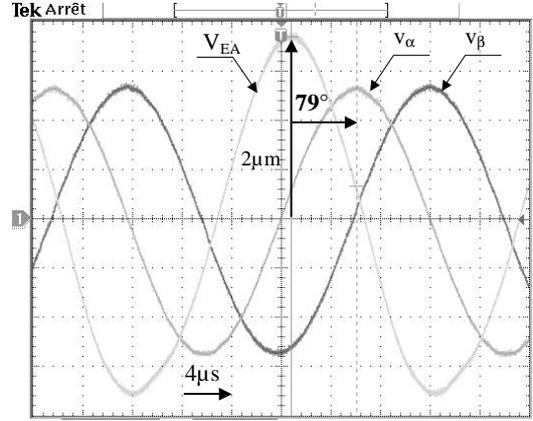
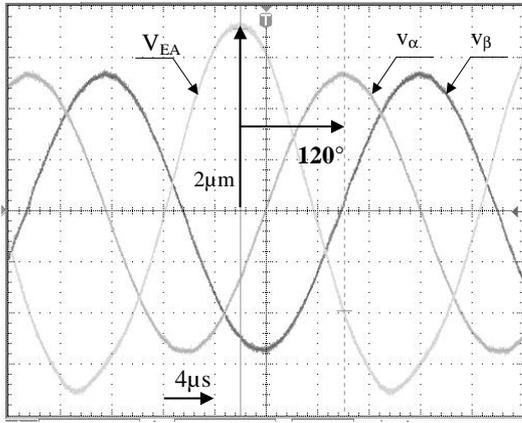


FIG. 4.17 – Relevés oscillographiques et leur représentation par phaseur complexe. Moteur fonctionnant à vide, pour deux hauteurs d'onde différentes.

Enfin, des essais semblables peuvent être menés en soumettant le moteur à un couple résistant. Sur la figure 4.18, nous comparons trois conditions de couple différentes : $C_r = 0.5Nm$ pour un fonctionnement moteur et $C_r = -0.5Nm$ pour un fonctionnement en frein du MPE.



$$\Psi_{mes} = 360^\circ - 135 + 29^\circ - 120^\circ = 130^\circ$$

$$\Psi = \text{asin} \left(\frac{33 \times 2 \times \pi \times 41 \times 10^3 \times 2.6 \times 10^6 + 9 \frac{2.5}{(26.10-3)^2} \times 0.5}{0.32 \times 130} \right)$$

$$\Psi_{mes} = 360^\circ - 135 + 29^\circ - 79^\circ = 170^\circ$$

$$\Psi = \text{asin} \left(\frac{33 \times 2 \times \pi \times 41 \times 10^3 \times 2.6 \times 10^6 - 9 \frac{2.5}{(26.10-3)^2} \times 0.5}{0.32 \times 130} \right)$$

$$\Psi = 126^\circ$$

$$\Psi = 179^\circ$$

$$(a) C_r = 0.5Nm$$

$$(b) C_r = -0.5Nm$$

$$v_\alpha = V \cos(2\pi ft) \quad v_\beta = V \sin(2\pi ft) \quad V = 130V$$

FIG. 4.18 – Relevés oscillographiques et leur représentation par phaseur complexe. Moteur fonctionnant en charge, à amplitude d’onde constante.

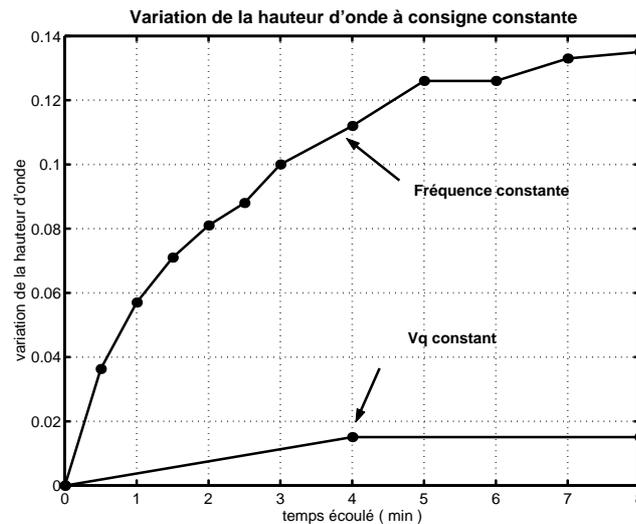
Nous remarquons qu’un couple positif tend à augmenter le déphasage entre les tensions d’alimentation et la tension de l’électrode auxiliaire, tandis qu’à l’inverse, un couple négatif tend à rapprocher v_{EA} de v_α .

Nous avons également par cette étude l’illustration du diagramme en phaseur complexe pour un fonctionnement en frein.

4.4.3.2 Propriétés du MPE autopiloté en boucle ouverte

- Robustesse vis à vis des changements de fréquence de résonance.

Nous illustrons par la figure 4.19 l'auto-adaptation du moteur autopiloté aux variations de fréquence de résonance annoncée au cours du paragraphe 4.3.2.3. Nous y traçons en fonction du temps les variations expérimentales de la hauteur d'onde lorsque la fréquence est maintenue constante ou lorsque V_q est constant. Dans chaque cas, le moteur, sous ses propres échauffements, voit sa température augmenter et donc sa fréquence de résonance diminuer [26].



$$C_r = 0, V = 130V.$$

FIG. 4.19 – Variation absolue de hauteur de l'onde (par rapport à sa valeur à l'instant initial) en fonction du temps : fonctionnement à V_q constant ou à fréquence constante. Au cours de cet essai, la fréquence de résonance du moteur diminue.

Cette différence de fonctionnement peut s'expliquer en ayant recours aux graphes de la figure 4.20. Nous y avons fait figurer l'évolution de la hauteur d'onde \hat{W} et de l'angle Ψ en fonction de la fréquence. Ces graphes sont établis pour deux conditions de températures différentes T_1 et T_2 avec $T_2 > T_1$.

La figure (a) représente le cas où f est maintenue constante et égale à f_0 . A la température T_1 , $\hat{W} = W_1$. Sous l'effet de la température, c diminue, et donc pulsation de résonance aussi : les courbes $\hat{W}(f)$ et $\Psi(f)$ se décalent vers les fréquences basses. Alors, la fréquence de résonance s'éloigne de f_0 et W_2 , la valeur de \hat{W} à la température T_2 , est inférieure à W_1 .

La figure (b), elle, représente le cas où V_q est maintenue constante, c'est à dire, puisque V est constant, que Ψ est constant. Pour le réglage Ψ_0 et la température T_1 , \hat{W} vaut W_1 . Mais compte tenu qu'à la fois $\Psi(f)$ et $\hat{W}(f)$ se décalent sous l'effet de la température, nous avons cette fois, à la température T_2 , $W_2 = W_1$. Cette même figure montre aussi comment la fréquence de travail f s'est adaptée à la nouvelle valeur de la fréquence de résonance.

- Fonctionnement à V_q constant.

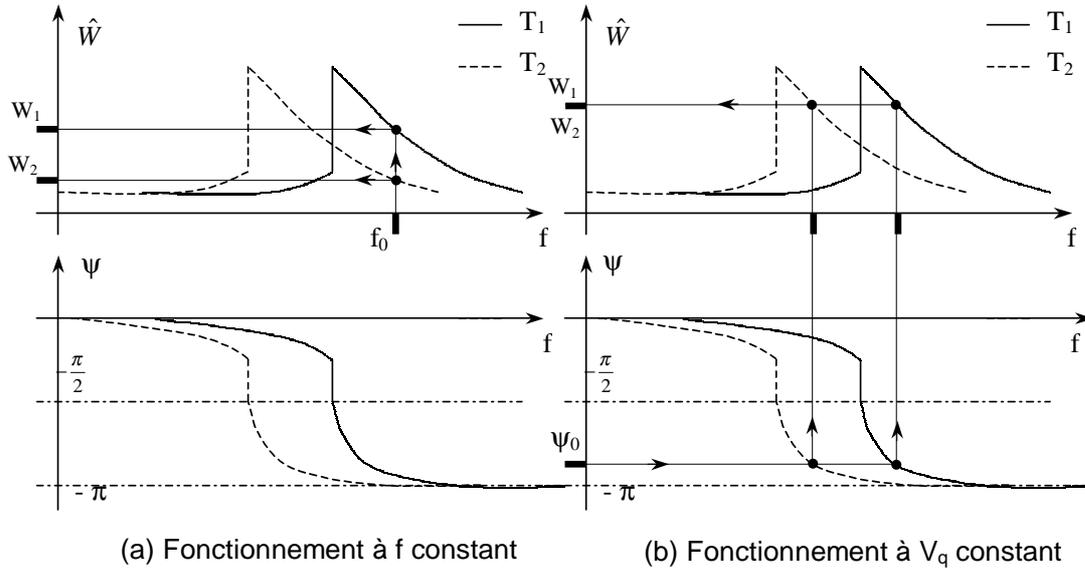


FIG. 4.20 – Différence de comportement entre une commande à fréquence constante et V_q constant.

Notre attention se porte à présent sur une fonction naturellement offerte par le moteur autopiloté : le couple d'arrêt réglable. Sous ce mode de commande, le moteur s'arrête lorsque C_r devient trop important, couple réglable par V_q . En effet, en remarquant que $C = C_r$ en régime permanent, et à partir des équations 2.119, 2.56 et 2.63 nous pouvons donner l'expression de la vitesse tangentielle idéale en régime permanent :

$$d_s \omega V_{Tid}' = NV_q - k \frac{h}{b^2} C_r \quad (4.15)$$

Compte tenu des équations 2.27 et 2.24, l'équation 4.15 peut être modifiée de sorte à faire apparaître la vitesse de rotation du rotor idéal :

$$d_s \frac{\Omega_{id}}{k \frac{h}{b^2}} = NV_q - k \frac{h}{b^2} C_r \quad (4.16)$$

alors à V_q constant, à mesure que C_r augmente, Ω_{id} diminue, jusqu'à ce que le moteur s'arrête.

La relation du coupleur \mathbf{R}_{ct} (équation 2.68) permet d'écrire l'expression du couple à l'arrêt du moteur, (c'est à dire pour $\Omega = 0$) : $C = C_{rmax} = f_0 \Omega_{id}$. A partir de cette équation, Ω_{id} peut être éliminée de l'expression précédente, et nous pouvons donner le couple d'arrêt :

$$C_{rmax} = \frac{NV_q}{\frac{d_s b^2}{f_0 kh} + k \frac{h}{b^2}} \quad (4.17)$$

Ainsi, nous voyons que ce couple est effectivement réglable par le seul paramètre V_q . Cette propriété a été mise en évidence par des essais quasi-statiques. Nous avons appliqué un couple

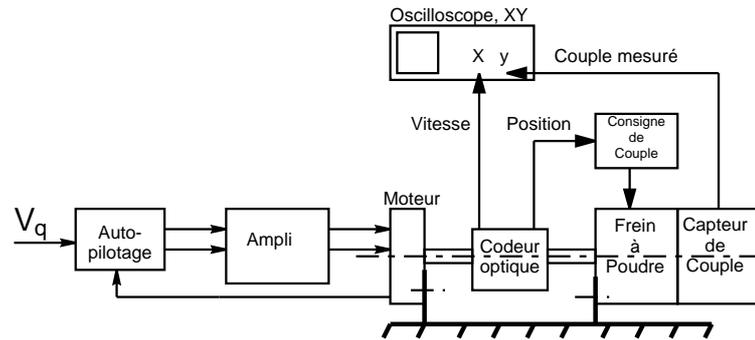


FIG. 4.21 – Description de l’essai en boucle ouverte : couple de charge commandé par la position.

de charge sur l’arbre moteur que nous avons rendu dépendant de l’angle de rotation de l’arbre ; ceci simule une raideur. Puis nous avons relevé la vitesse de rotation en fonction du couple exercé. Le dispositif expérimental est décrit figure 4.21.

Les résultats expérimentaux ont été regroupés figure 4.22. Dans le plan couple-vitesse, on voit les trajectoires suivies lorsque V_q est maintenue constante.

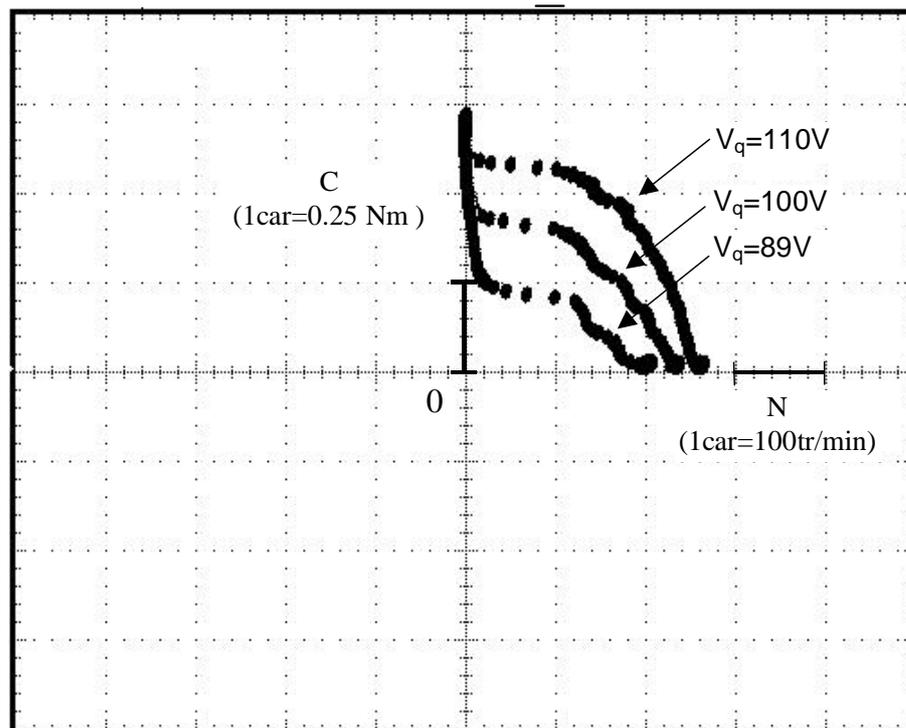


FIG. 4.22 – Relevés oscillographiques dans le plan couple-vitesse au cours d’un essai en boucle ouverte à V_q constant.

A vide, le moteur adopte une certaine vitesse. Puis, lorsque le couple de charge augmente la vitesse diminue et s’annule pour un couple maximum. Ce couple diffère selon les valeurs que

l'on donne à V_q , il diffère du couple du moteur non alimenté. Nous devons souligner que cette limitation automatique se fait sans mesurer le couple sur l'arbre (la mesure n'intervient que pour le tracé des trajectoires).

Nous voyons là une spécificité intéressante, souvent mise en œuvre dans les systèmes par un débrayage mécanique. Pour une application de type pince motorisée, la force de serrage, déterminée par le couple du moteur à vitesse nulle, serait fixée par le choix de V_q , sans nécessité de capteur de couple. L'utilisateur pourrait alors choisir avec quelle force l'objet doit être saisi, selon sa matière ou son poids [49].

4.5 Asservissement de la hauteur de l'onde \hat{W} .

Dans ce paragraphe, nous étudions l'asservissement de la vitesse tangentielle du rotor idéal qui intervient dans la commande en couple, et qui a été mise en évidence par le GIC de la figure 4.2. Cependant, compte tenu des équations 3.8, V'_{Tid} et \hat{W} sont liés par la relation :

$$V'_{Tid} = \omega \hat{W} \quad (4.18)$$

Alors, si on considère que ω varie peu au cours du fonctionnement, un asservissement de V'_{Tid} revient à un asservissement de \hat{W} , puisque ces deux grandeurs sont proportionnelles.

4.5.1 Estimation de \hat{W}

L'asservissement de la hauteur de l'onde pose le problème de l'estimation de cette grandeur, étant donné qu'elle constitue une grandeur interne. Pour l'estimer, la tension de l'électrode auxiliaire est redressée afin d'en extraire la valeur maximale (figure 4.23). Un filtre RC permet de régler la bande passante de cet estimateur, et un pont diviseur permet de régler les limites de la tension de sortie.

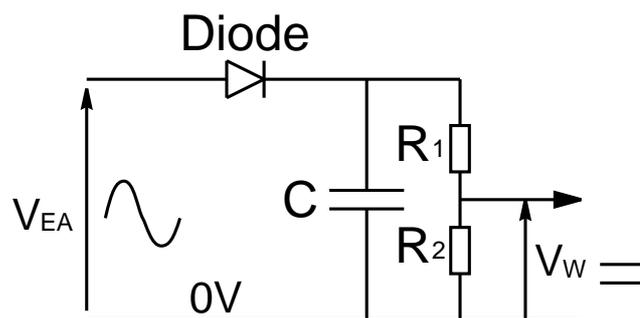


FIG. 4.23 – Principe de l'estimateur de \hat{W} . La tension v_W est proportionnelle à la hauteur de l'onde

Nous posons alors :

$$\frac{v_W}{\hat{W}} = \frac{K_W}{1 + \tau_W p} \quad (4.19)$$

4.5.2 Fonction de transfert en boucle ouverte.

Nous cherchons maintenant à écrire la fonction de transfert liant la tension V_q à la hauteur de l'onde \hat{W} . La reprise des relations mentionnées sur le GIC amène au schéma de la figure 4.24.

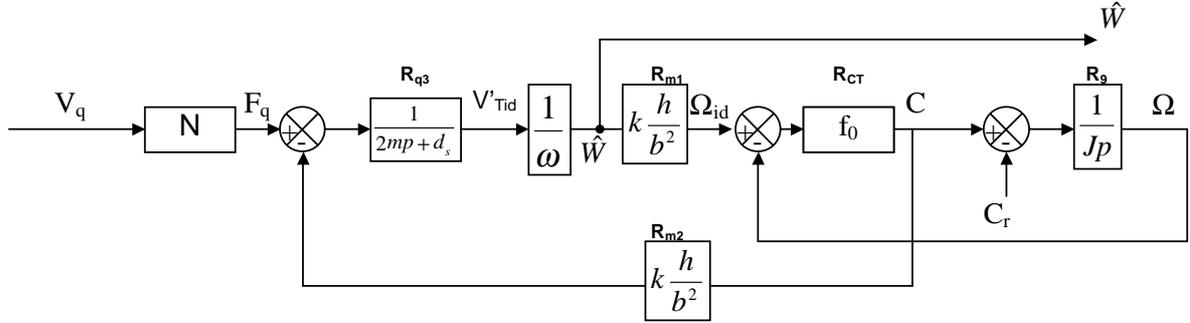


FIG. 4.24 – Fonction de transfert du MPE autopiloté.

Nous avons choisi au paragraphe 4.3.1 de ne pas compenser l'action de C . Pour cela, nous allons exprimer cette fonction de transfert de sorte à l'éliminer. Nous reprenons les équations 2.68 et 2.67 :

$$\Omega = \frac{1}{Jp}(C - C_r) \quad C = f_0(\Omega_{id} - \Omega) \quad (4.20)$$

Elles permettent d'aboutir à une expression du couple moteur en fonction de la vitesse du rotor idéal :

$$C = f_0 \left(\Omega_{id} - \frac{1}{Jp}(C - C_r) \right) \quad (4.21)$$

qui s'écrit encore :

$$C = \frac{Jp}{\frac{J}{f_0}p + 1} \Omega_{id} + \frac{C_r}{1 + \frac{J}{f_0}p} \quad (4.22)$$

$$= \frac{Jp}{\frac{J}{f_0}p + 1} k \frac{h}{b^2} V'_{Tid} + \frac{C_r}{1 + \frac{J}{f_0}p} \quad (4.23)$$

Alors, la relation 2.119 permet d'écrire :

$$(2mp + d_s)V'_{Tid} = NV_q - k \frac{h}{b^2} \left(\frac{Jp}{\frac{J}{f_0}p + 1} k \frac{h}{b^2} V'_{Tid} + \frac{C_r}{1 + \frac{J}{f_0}p} \right) \quad (4.24)$$

Grâce à 4.18, la fonction de transfert liant la hauteur de l'onde à la tension V_q et au couple de charge s'écrit :

$$V'_{Tid} = \frac{\frac{J}{f_0}p + 1}{\left(2m \frac{J}{f_0}\right) p^2 + \left(2m + \left(k \frac{h}{b^2}\right)^2 J + d_s \frac{J}{f_0}\right) p + d_s} \left(NV_q - \left(k \frac{h}{b^2}\right) \frac{C_r}{1 + \frac{J}{f_0}p} \right) \quad (4.25)$$

Compte tenu des valeurs que nous avons admises pour f_0 et h , deux simplifications peuvent être faites. D'abord, la constante de temps $\frac{J}{f_0}$ est de l'ordre de grandeur de $4\mu s$, c'est à dire que

le zéro lui correspondant se trouve bien au delà de la bande passante de la commande en phase. Si bien que nous le négligerons. Ensuite, remarquons que $\frac{d_s}{f_o} = 132m^{-2}$ est négligeable devant $\left(k\frac{h}{b^2}\right)^2 = 10^3m^{-2}$. La fonction de transfert 4.25 peut par conséquent se simplifier en une fonction du premier ordre donnée par l'équation 4.26, la figure 4.25, illustrant cette simplification.

$$\hat{W} = \frac{1}{\omega} \frac{NV_q - k\frac{h}{b^2}C_r}{\left(2m + \left(k\frac{h}{b^2}\right)^2 J\right)p + d_s} \quad (4.26)$$

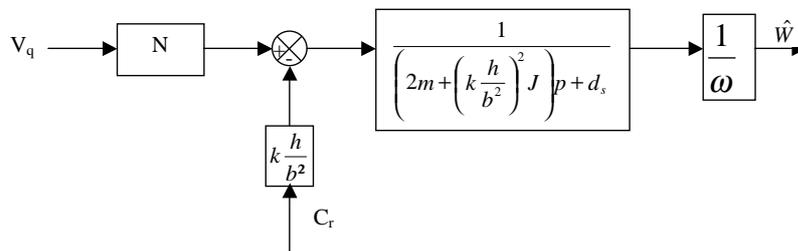


FIG. 4.25 – Fonction de transfert simplifiée du MPE.

4.5.3 Réglage de l'asservissement.

Nous désirons une erreur statique nulle, et le couple résistant ne sera pas compensé par souci de simplicité. Le correcteur choisi pour $C(p)$ sera un PI, et l'asservissement est représenté par le schéma-bloc de la figure 4.26.

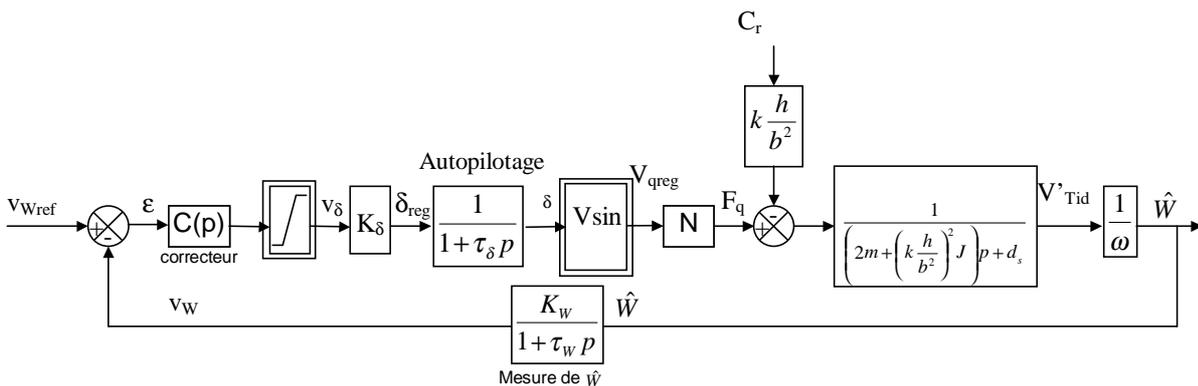
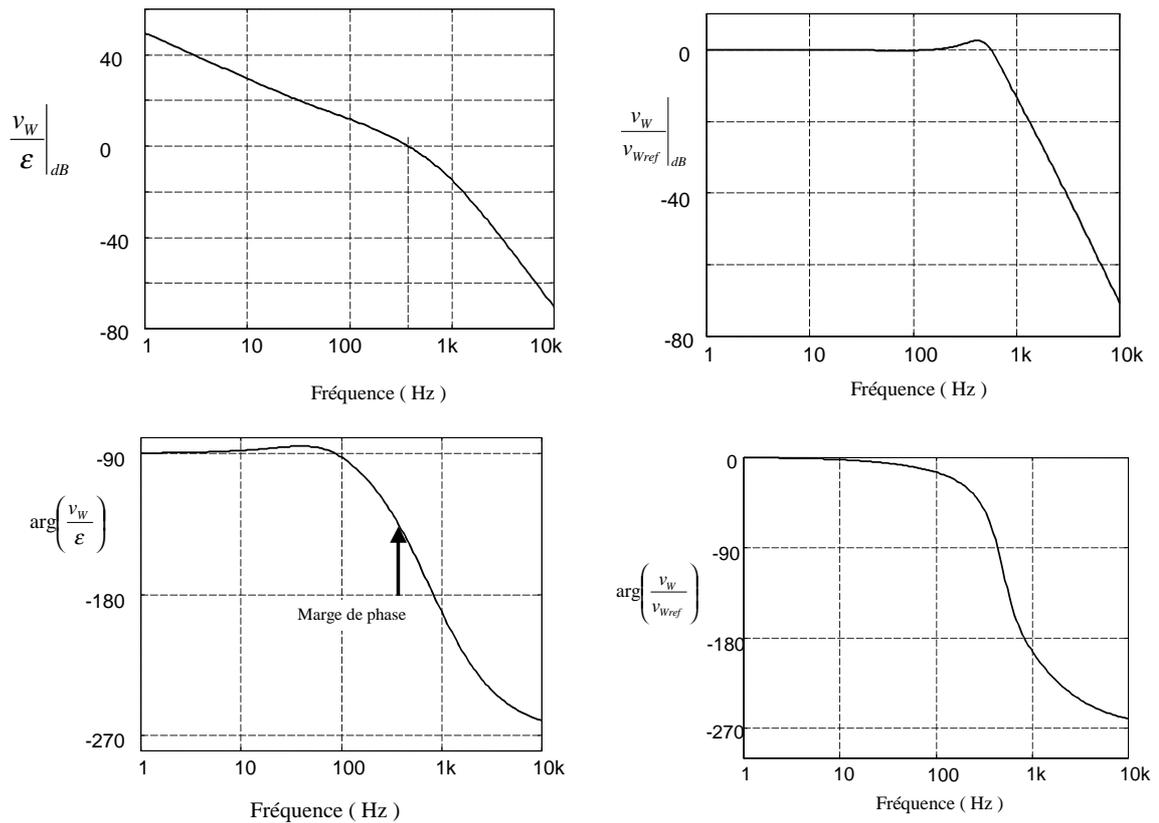


FIG. 4.26 – Schéma-bloc de la régulation de la hauteur d'onde.

Dans cette boucle, nous avons fait suivre la sortie du correcteur par une limitation de la valeur de δ_{reg} . Cette limitation correspond à la valeur de l'angle δ lorsque le moteur est alimenté à la résonance. En effet, si on impose un angle δ plus petit, ceci amène à travailler en deçà de la résonance et le moteur cale sous l'effet du pull-out.

Le réglage du correcteur n'est pas aisé, car de nombreux paramètres sont susceptibles de varier, en particulier K_W et τ_W qui modèlisent l'estimation de la hauteur de l'onde. Mais c'est aussi la relation entre V_{qreg} et δ , qui est non linéaire. Cependant, nous réglons les paramètres du correcteur afin d'assurer la robustesse, en prenant une marge de phase suffisante (40° dans notre cas) ; le tracé dans le plan de bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système corrigé permet de montrer cette marge de phase (figure 4.27 (a)). La figure 4.27 (b) quant à elle montre les diagrammes de bode en boucle fermée.



(a) Boucle ouverte (gain et phase). (b) Boucle fermée (gain et phase).

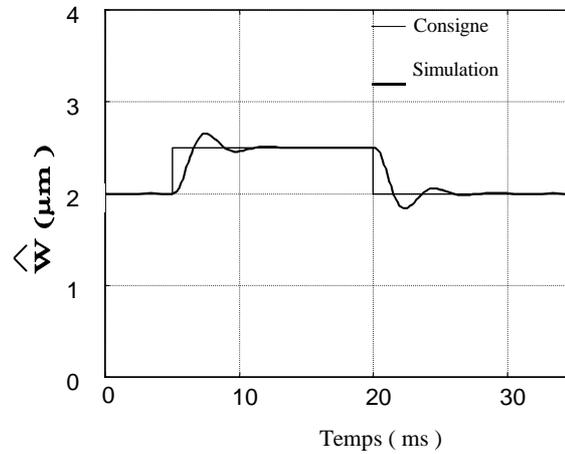
FIG. 4.27 – Diagramme de Bode de la réponse de la hauteur d'onde (système corrigé)

Enfin, des essais en simulation ont été réalisés afin de vérifier le choix du correcteur. Les essais en poursuite ont été reportés figure 4.28.

Nous avons simulé sur la figure 4.29 la réponse du système corrigé en poursuite pour un écart de 50% de la valeur de τ_W .

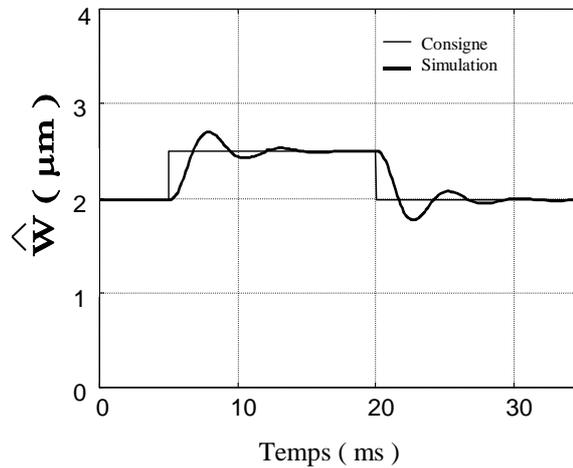
Sur la figure 4.30, nous testons la robustesse de cet asservissement face à un échelon de couple. Les conditions de l'essai sont les suivantes :

- $V = 130V$, moteur autopiloté,
- $t < 10ms$, $C_r = 0$,
- $t > 10ms$, $C_r = 0.5Nm$.



$$C_r = 0, V = 130V.$$

FIG. 4.28 – Simulation en régime transitoire de la réponse de la hauteur d'onde.



$$C_r = 0, V = 130V.$$

FIG. 4.29 – Simulation en régime transitoire de la réponse de la hauteur d'onde à un échelon de consigne. Variation de τ_w de 50%.

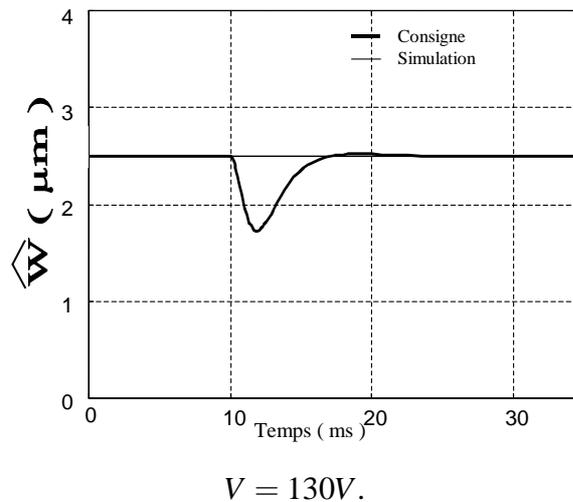


FIG. 4.30 – Simulation en régime transitoire de la réponse de la hauteur d'onde à un échelon de C_r .

4.5.4 Résultats expérimentaux

Les dispositifs de correction, comparaison et mesure précédemment décrits ont été implantés expérimentalement, de manière analogique.

La figure 4.31 montre la réponse de la hauteur d'onde en fonction du temps lorsque la consigne évolue en créneau. Le moteur autopiloté est à vide.

L'erreur statique en régime permanent est bien nulle. Par ailleurs, nous constatons un temps de réponse de l'ordre de $10ms$ pour un dépassement inférieur à 20%. L'écart entre les résultats de simulation exposés figure 4.28 peut être dû à l'incertitude sur τ_w .

Puis, nous avons comparé les résultats de cette commande avec l'alimentation Shinsei (figure 4.32). Cette alimentation asservi la hauteur de l'onde en jouant directement sur la fréquence des tensions d'alimentation. L'estimateur de \hat{W} est du même type que celui de la figure 4.23.

Ce test permet de constater que la commande par autopilotage semble moins rapide mais aussi moins oscillante. Globalement, la hauteur d'onde se stabilise à la même valeur de référence, sensiblement dans le même temps de réponse pour les deux commandes. Cependant, l'autopilotage possède l'avantage de l'auto-adaptation vis à vis de la fréquence de résonance, que ne possèdent pas ces commandes classiques.

4.6 Asservissement du couple.

Dans cette partie, nous mettons en œuvre l'asservissement en couple dont la structure a été donnée par le GIC de la figure 4.2. Nous calculerons d'abord le correcteur de boucle, puis nous décrirons une application particulière de ce contrôle : un dispositif à retour d'effort.

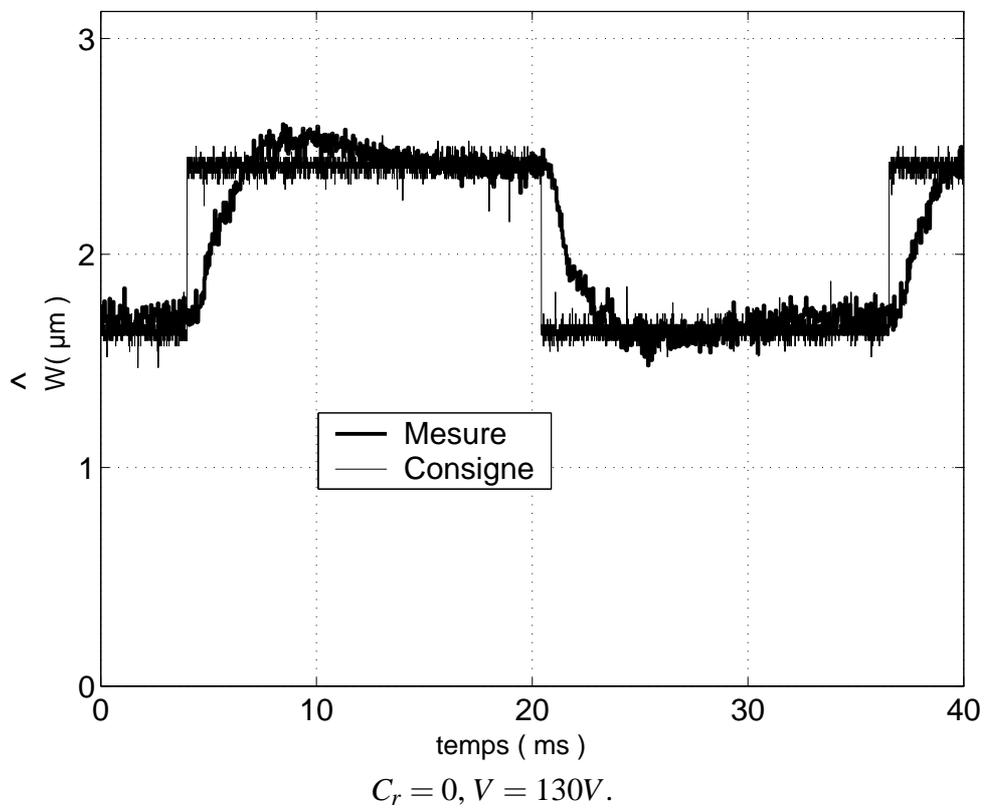


FIG. 4.31 – Régulation de la hauteur de l'onde. Comparaison avec la consigne.

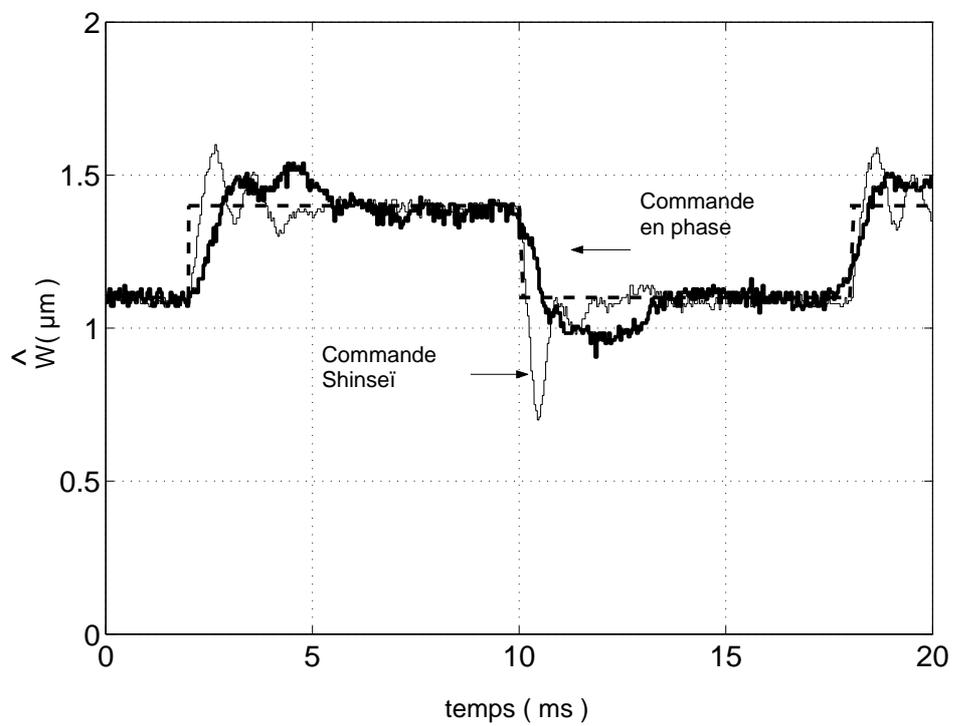


FIG. 4.32 – Régulation de la hauteur de l'onde. Comparaison entre une commande par autopi-
lotage et la commande de l'alimentation Shinsei.

4.6.1 Correcteur de couple.

Le schéma bloc déduit du graphe de la figure 4.2 est tracé figure 4.33. Ce schéma fait apparaître la fonction de transfert $H_W(p)$ modélisant la boucle d'asservissement de la hauteur de l'onde.

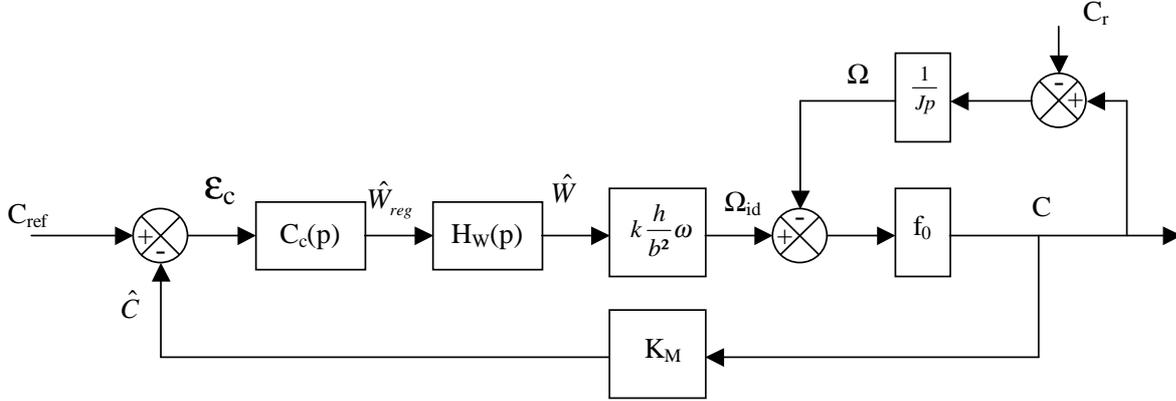


FIG. 4.33 – Schéma bloc de l'asservissement en couple.

En injectant 2.67 dans 2.68, nous pouvons écrire une expression du couple éliminant la vitesse de rotation (C_r n'est pas considéré).

$$C = f_0 \frac{\frac{Jp}{f_0}}{1 + \frac{Jp}{f_0}} \Omega_{id} \quad (4.27)$$

La fonction de transfert en boucle ouverte est alors :

$$\frac{C}{\varepsilon_c} = C_c(p) \frac{k_W}{1 + \tau_W p} k \frac{h}{b^2} f_0 \frac{\frac{Jp}{f_0}}{1 + \frac{Jp}{f_0}} \quad (4.28)$$

La présence d'une dérivation dans la fonction de transfert en boucle ouverte impose la présence, pour annuler l'erreur statique, d'une double intégration. La structure du correcteur sera donc :

$$C_c(p) = K_c \frac{1 + \tau_c p}{\tau_c p^2} \quad (4.29)$$

Pour déterminer les paramètres de ce correcteur, nous avons appliqué la même méthode que celle utilisée au paragraphe 4.5.3.

4.6.2 Application à un système à retour d'effort.

Les systèmes à retour d'effort sont utilisés dans les interfaces homme-machines pour permettre le passage de sensations au niveau de la main du manipulateur. Cela devient nécessaire lorsque certaines opérations sont mécaniquement assistées, comme le pilotage d'un avion [50]

ou le bistouri d'un chirurgien dans les opérations non invasives [51] ; dans ce dernier cas, le système à retour d'effort permet de retourner l'effort appliqué en bout d'instrument ce qui permet de savoir si la chair est maligne ou non.

Les avantages des moteurs piézo-électriques à onde progressive dans ce type d'application sont leur caractéristique fort couple-basse vitesse (le fonctionnement de l'actionneur est en effet quasi-statique pour ce type d'opération), leur discrétion acoustique ainsi que leur propriété amagnétique qui sont appréciées lorsqu'il s'agit de les intégrer dans un système mécanique.

Le dispositif étudié est un bras de levier comportant un degré de liberté en rotation, couplé au MPE via une poulie. L'actionneur doit produire un couple de valeur réglable selon la position θ du bras par rapport à la verticale. Le manipulateur qui manœuvre le bras ressentira ainsi les efforts du moteur selon la position. Le principe de ce dispositif pourrait être utilisé sur un manche de gouverne d'avion [52].

Nous avons mis en œuvre ce système, que la figure 4.34 décrit. Nous avons fait figurer le bras manipulateur et le moteur piézo électrique couplés l'un à l'autre. Un codeur optique mesure la position angulaire du bras, le couple simulé dépendant de la position.

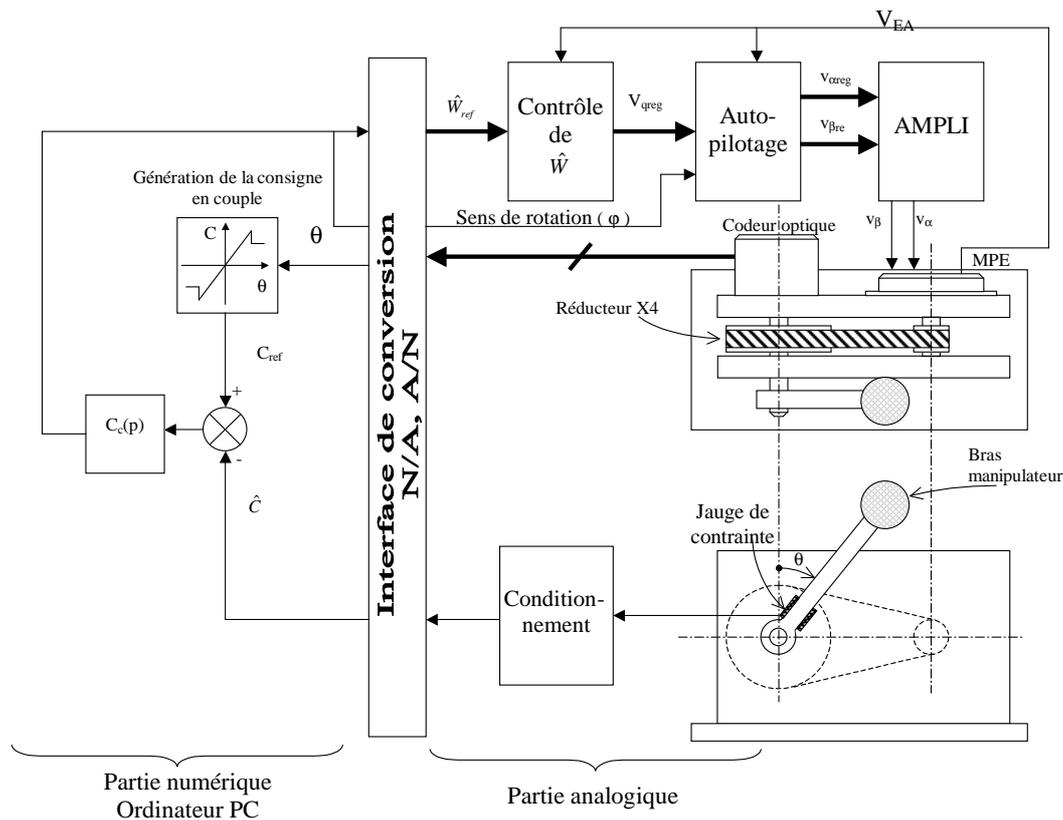


FIG. 4.34 – Dispositif à retour d'effort.

Nous avons représenté figure 4.35 l'évolution temporelle du couple moteur, et de sa référence calculée à partir de la position du bras également représentée.

La figure 4.36 montre le couple mesuré et le couple de référence en fonction de l'angle θ de rotation du bras. La zone $-45^\circ < \theta < 45^\circ$ simule une raideur, tandis qu'au delà de ces limites le couple demeure constant.

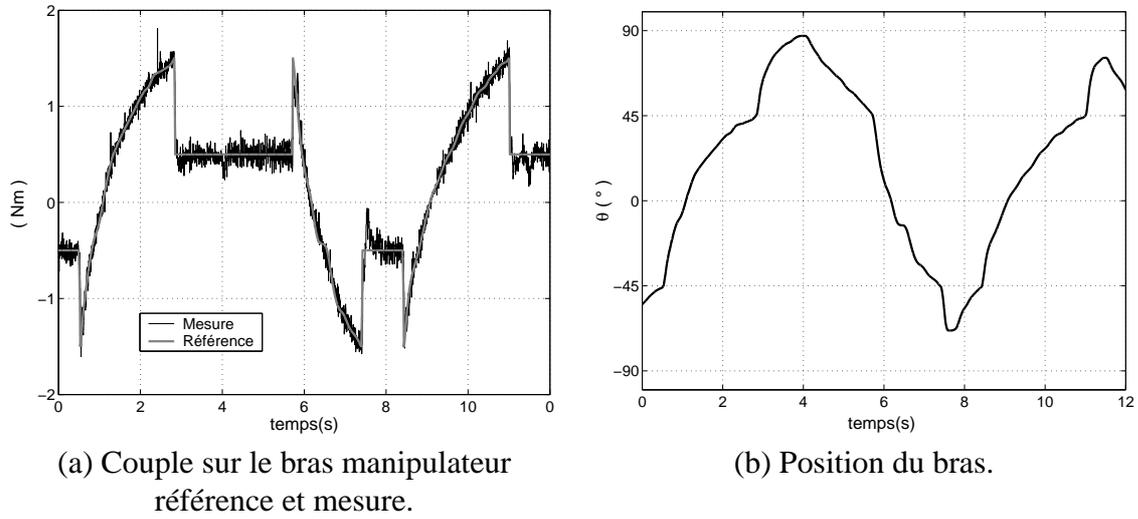


FIG. 4.35 – Couple sur le bras et position en fonction du temps

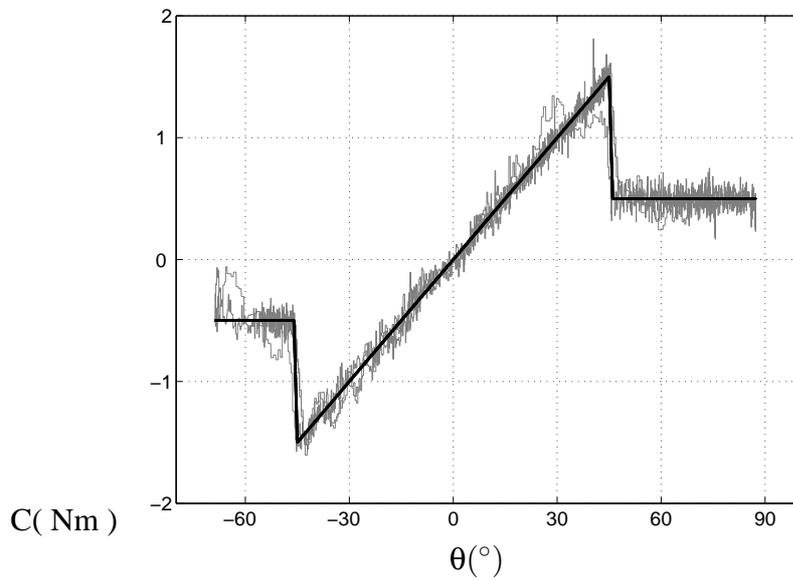


FIG. 4.36 – Relevé du couple mesuré en fonction de l'angle de rotation.

Nous constatons que le couple suit bien sa référence, sauf aux alentours des transitions de domaine pour $\theta = \pm 45^\circ$ où une petite hystérésis apparaît. Cet essai permet également de mettre en évidence le fonctionnement dans les quatre cadrans, en particulier le fonctionnement en frein du moteur.

Cette commande peut être améliorée, notamment pour des vitesses faibles. Mais ces relevés montrent déjà des résultats satisfaisants et la possibilité de fonctionner en frein.

4.7 Conclusion

Nous avons mis en place dans cette partie les principes de commande d'un moteur piézo-électrique à onde progressive. L'inversion du GIC a permis de mettre en évidence plusieurs stratégies de commande. Parmi celle-ci, une approche originale consiste à effectuer l'autopilotage du MPE, ce qui permet de s'affranchir des problèmes liés aux variations de la fréquence de résonance.

L'autopilotage se concrétise par la génération d'un vecteur de tension obtenu par application d'une matrice de rotation.

Nous avons alors montré comment, de manière pratique, mettre en œuvre l'inversion de cette matrice de rotation. Nous avons réalisé une maquette analogique autour d'une boucle à verrouillage de phase et d'un composant programmable.

Ensuite, les divers asservissements de hauteur d'onde et de couple ont été explicités. Les performances obtenues par la méthode décrite dans ce mémoire ont été comparées avec celles obtenues par l'alimentation commercialisée du Shinsei.

Enfin, nous avons réalisé un asservissement du couple du MPE, que nous avons appliqué à un dispositif à retour d'effort. Les premiers résultats obtenus sur la commande en couple sont encourageants. Même si les performances peuvent certainement être améliorées en termes de temps de réponse et de robustesse, ces essais expérimentaux montrent la capacité du moteur à fonctionner en moteur et en frein, en suivant sa consigne à basse vitesse.

Conclusion générale.

Le travail présenté dans ce mémoire traite de la commande des actionneurs piézo-électriques à onde progressive, et plus particulièrement, du moteur SHINSEÏ USR60.

Le premier chapitre rappelle les principes physiques entrant en jeu dans les phénomènes piézo-électriques. L'exploitation des équations constitutives du matériau permet, sur un exemple simple, d'appréhender les faibles déplacements mais les efforts importants obtenus avec un barreau de matériau piézoélectrique. Puis, nous faisons un inventaire des structures de conversion connues, mettant en œuvre ces faibles déplacements. Celles-ci sont classées selon leur mode de conversion mécano-mécanique. Ce classement montre que le choix de la conversion est déterminant pour les caractéristiques en régime permanent (fort couple-basse vitesse, ou l'inverse), plus que la nature des déplacements (vibrants ou quasi-statiques). Nous avons ensuite focalisé notre attention sur le moteur USR60. Les modèles couramment utilisés pour décrire son fonctionnement ont été présentés : schéma électromécanique équivalent ou modèle hybride. Il apparaît alors la nécessité d'un modèle de commande ni trop complexe pour pouvoir générer des lois de commande exploitables, ni trop simple pour être valable en régime transitoire.

C'est pour répondre à cette attente que la modélisation causale de l'actionneur est exposée dans le deuxième chapitre. Une modélisation cinématique est d'abord entreprise. Les lois de Kirchoff de déformation des plaques minces permettent d'exprimer, à l'aide d'une matrice de rotation, les vitesses normale et tangentielle d'un rotor idéal. De ceci, on déduit l'écriture du Lagrangien du système. Par ailleurs, la prise en compte des efforts extérieurs, par le principe des travaux virtuels, permet l'obtention des équations d'établissement des ondes stationnaires en fonction des tensions d'alimentation. Le phénomène de contact n'est pas décrit de manière fine comme dans les modèles hybrides, mais de manière globale. On écrit alors que la transmission d'effort est proportionnelle au glissement entre le système idéal (le rotor idéal), et le système réel (le rotor). Cette approche permet de prendre en compte de manière simple l'effet des efforts extérieurs. Afin de valider cette démarche, nous avons dans un premier temps comparé les résultats de simulation avec ceux obtenus par un autre modèle plus complexe qui décrit de le phénomène de contact en utilisant la loi de Coulomb. Les résultats montrent que l'hypothèse du rotor idéal n'affecte en rien la réponse transitoire de la hauteur de l'onde, même si une différence apparaît au niveau des caractéristiques couple vitesse du moteur dans les zones de fort couple. Ce chapitre se poursuit par une représentation du moteur, dans un repère tournant

lié à l'onde progressive. A l'aide des phaseurs complexes, nous montrons alors l'influence de l'effort normal qui tend à augmenter la pulsation de résonance. Cette représentation possède aussi l'avantage de pouvoir découpler les actions normale et tangentielle sur chaque axe du repère.

En première application de ce modèle, le troisième chapitre propose une méthode d'identification des paramètres y intervenant. Celle-ci s'appuie sur des essais en régime permanent et transitoire. Le protocole défini dans cette partie permet de s'affranchir dans une large mesure des non-linéarités du stator et des problèmes liés à l'évolution de la fréquence de résonance. La dérive thermique ou la valeur de l'effort normal n'influencent pas ces essais, qui peuvent donc s'effectuer aussi bien rotor monté que stator seul.

La quatrième partie aborde les problèmes de commande du couple moteur du MPE. L'inversion du GIC met en évidence le principe d'autopilotage du moteur. Si l'inversion de la voie q montre la nécessité d'un contrôle de la vitesse tangentielle du rotor idéal, celle de la voie d, elle, permet d'établir deux stratégies de commande distinctes. En effet, nous pouvons choisir soit d'asservir la pulsation des tensions d'alimentation, soit de conserver leur valeur efficace constante. Chaque stratégie a ses avantages que nous présentons, mais dans le cas où la valeur efficace est constante, il y a auto-adaptation de leur fréquence aux changements de fréquence de résonance. C'est cette qualité qui nous a fait choisir ce mode de commande. Nous montrons alors que l'autopilotage peut être obtenu en imposant le déphasage entre les tensions d'alimentation et la mesure de la tension de l'électrode auxiliaire. Les blocs composant l'élément dont la fonction est d'imposer ce déphasage, sont détaillés. Puis nous dimensionnons les asservissements des différentes grandeurs. Une modélisation est d'abord mise en place, puis le réglage des correcteurs est présenté. Des essais en simulation valident le calcul, et des essais expérimentaux concluent sur le bon fonctionnement de ces asservissements. Enfin, le contrôle en couple est testé sur un dispositif à retour d'effort.

Ainsi, nous avons appliqué sur cette machine la méthode générale d'étude des modes de commande des machines électromagnétiques classiques, et elle a débouché sur un autopilotage. Cependant, l'étude du Graphe Causal montre une différence forte entre le moteur piézo-électrique et les moteurs classiques : imposer le couple doit passer par l'inversion de la loi de contact. Or, celle-ci est fortement non linéaire, et difficilement identifiable, à l'inverse des machines classiques pour lesquelles le couple est proportionnel à un courant. Cette raison nous a conduit à entreprendre un asservissement du couple qui nécessite donc un capteur approprié. Néanmoins, en l'absence de capteur, une estimation du couple peut être utilisée. L'asservissement du couple réalisé dans le cas particulier d'un dispositif à retour d'effort pour lequel le MPE fonctionne en moteur ou en frein donne déjà de bons résultats. Néanmoins, à basse vitesse, il est établi que le moteur a des difficultés à transmettre le couple. Pour y remédier, on propose l'asservissement des valeurs instantanées de l'amplitude des ondes stationnaires pour pouvoir

contrôler le déphasage de l'une par rapport à l'autre. L'inversion du GIC dans le repère fixe doit permettre un tel contrôle. C'est là une perspective supplémentaire qui requiert cependant l'asservissement de grandeurs alternatives. L'utilisation de correcteurs résonnants constituera alors une solution à étudier.

Bibliographie

- [1] H.P. Schöner. Automotive applications of unconventional actuators. *MAGELEC 2001*, pages 3–8, décembre 2001.
- [2] A.Sagansan. La technologie piézo et les besoins aéronotique. *MAGELEC 2001*, pages 19–27, décembre 2001.
- [3] B.Nogarède. Moteurs piézo-électriques. *Techniques de l'ingénieur*, D3765 :1–20.
- [4] O.Cugat et ass. *Micro-actionneurs électroactifs*. Hermes - Lavoisier, 2002.
- [5] Senjyu, Miyazato, Yokoda, Uezato. Speed control of ultrasonic motors using neural network. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 13(3) :381–387, 1998.
- [6] T. Senjyu, H. Miyazato, K. Uezato. Quick and precise position control of ultrasonic motors with two control inputs. *PESC'95 Atlanta*, juin 1995.
- [7] Toshiiku Sashida, Takashi Kenjo. *An introduction to Ultrasonic Motors*. Clarendon Press, 1993.
- [8] P.Gonnard. Mise en œuvre et performances des matériaux piézoélectriques. *MAGELEC 98*, pages 15–28, avril 1998.
- [9] N.Rizet. *Contrôle actif de vibrations utilisant des matériaux piézo-actifs*. PhD thesis, INSA Lyon, 1999.
- [10] B.Nogarède. Matériaux électroactifs et conversion électromécanique de l'énergie : des procédés fondamentaux aux structures de base. *MAGELEC 2001*, pages 89–93, décembre 2001.
- [11] C. Giraud-Audine. *Contribution à la modélisation analytique d'actionneurs piézo-électriques en vue de leur conception et dimensionnement*. PhD thesis, INP Toulouse, 1998. N°1501.
- [12] Physic Instrumente (PI) documentation constructeur. Site internet. <http://www.Physicinstrumente.com>.
- [13] Y. Soeno, S. Ichikawa, T. Tsuna, Y. Sato, I. Sato. Piezoelectric piggy-pack microactuator for hard disk drive. *IEEE Transactions on magnetics*, 35(2), march 1999.
- [14] burleigh. Site internet. <http://www.burleigh.com/products/possys/inchmotors.asp/>.
- [15] F.Hodar, E.Merlet, JT.Audren. Conception et essai d'un moteur piézo-élecrique haute puissance. *MAGELEC 2001*, pages 129–137, décembre 2001.
- [16] Micropulse. Site internet. <http://www.rain.org/cwsmps/principles.html>.

- [17] T. Morita, R. Yoshida, M. K. Kurosawa, T. Higuchi. A smooth impact rotation motor using a multi-layered torsional piezoelectric actuator. *IEEE Transactions on ultrasonics ferroelectrics and frequency control*, 46(6) :1439–1445.
- [18] M.Kurosawa. An ultrasonic motor using bending vibrations of a short cylinder. *IEEE Transactions on Ultrasonics ferroelectrics and frequency control*, 36(5), september 1989.
- [19] A.Ferreira, P.Minotti. *Les micromachines*. Hermes, 31/10/1998. ISBN 286601737.
- [20] Piezo Systems Inc. Site internet. <http://www.piezo.com>.
- [21] Shinsei. Site internet. <http://www.tky.3web.ne.jp/ usrmotor/>.
- [22] L.Petit. *Nouvelles Structures de moteurs piézo-électriques : conception, réalisation et caractérisation*. PhD thesis, INSA Lyon, 1996.
- [23] M.Budinger, F.Giraud, B.Nogarède, J.-F. Rouchon, B.Lemaire-Semail. Feeding and control electronic of a piezoelectric actuator. *ACTUATOR 2002*, to be published.
- [24] F.Claeyssens, R.Le Letty, N.Lhermet, F.Barillot, H.Fabbro, T.Maillard. Actionneurs piézo-électriques pour du positionnement précis et rapide. *MAGELEC 2001*, pages 157–162, décembre 2001.
- [25] E. Piccourt. *Caractérisation électromécanique et alimentation électronique des moteurs piézo-électriques*. PhD thesis, INP Toulouse, 1995. N°1037.
- [26] N. El ghouty. *Hybrid modeling of a traveling wave piezo electric motor*. PhD thesis, Aalborg University, department of control engineering, May 2000.
- [27] S.-I. Furuya, T. Maruhashi, Y. Izuno, M. Nakaoka. Load-adaptive frequency tracking control implementation of two-phase resonant inverter for ultrasonic motor. *IEEE Transactions on power electronics*, 7(3) :542–550, july.
- [28] J.Maas, P.Ide, N.Fröhleke, H.Grostollen. Simulation model for ultrasonic motors powered by resonant converters. *IAS'95*, 1 :111–120, October 1995.
- [29] W. Hagood IV, A.J. McFarland. Modeling of a piezoelectric rotary ultrasonic motor. *IEEE Transactions on ultrasonics, ferroelectrics and frequency control*, 42(2), mars 1995.
- [30] J.Wallashek. Contact mechanics of piezoelectric ultrasonic motors. *Smart Materials structures*, 7, 1998.
- [31] P.Hagedorn, T.Sattel D.Speziari, J.Schmidt, G.Diana. The importance of rotor flexibility in ultrasonic traveling wave motors. *Smart Materials structures*, 7, 1998.
- [32] J.Maas, T. Schulte, H.Grostollen. Controlled ultrasonic motor for servo-drive applications. *4th Eur. Conf. on smart structures and materials, 2nd Int. Conf. on micromechanics, intelligent materials and robotics (MIMR'98)*, pages 701–708, 1998.
- [33] J.Maas, T. Schulte, H.Grostollen. High performance speed control for inverter-fed ultrasonic motors optimized by a neural network. *6th Int. Conf. on new actuator (ACTUATOR 98)*, pages 260–263, 1998.
- [34] J.-P. Brossard. Mécanique générale, dynamique générale. forme analytique. *Techniques de l'ingénieur*, A1666 :1–16.
- [35] J.Douin. *Mécaniques des milieux continus, introduction à la plasticité des matériaux*. Diderot Editeurs, Arts et Sciences.

-
- [36] J.Courbon. Calcul des structures, théorie de l'élasticité. *Techniques de l'ingénieur*, A305 :1–17.
- [37] L. Petit, R. Briot, L. Lebrun, P. Gonnard. A piezo motor using longitudinal actuator. *IEEE Transactions on ultrasonics ferroelectrics and frequency control*, 45(2), march 1998.
- [38] J.P.Hautier, J.P.Caron. *Les convertisseurs statiques : méthodologie causale de modélisation et de commande*. Editions Technip, 1998.
- [39] F.Giraud, B.Semail-Lemaire, J.-P.Hautier. Modèle dynamique d'un moteur piezo électrique à onde progressive. *RIGE*, 4(3) :411–430, avril 2001.
- [40] P.Vas. *Vector Control of AC machines*. Oxford Science Publications, 1990. ISBN 0-19-859370-8.
- [41] J.Maas, T. Schulte, H.Grostollen. Optimized drive control for inverter-fed ultrasonic motors. *IEEE Industry applications society (IAS'97)*, 1 :690–698, 1997.
- [42] F. Giraud, B. Lemaire-Semail, J.-P. Hautier. Model and control of a travelling wave ultrasonic motor. *EPE 2001*, august 2001.
- [43] A. Albareda, P. Gonnard, V. Perrin, R. Briot, D. Guyomar. Characterisation of the electro-mechanical nonlinear behavior of piezoelectric ceramics. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Controls*, 42(4), july 2000.
- [44] L.Petit, P.Gonnard, B.Grehant. Effet du couplage inter-voies sur le pilotage des piézo-moteurs. *MAGELEC 2001*, pages 183–188, décembre 2001.
- [45] X.Guillaud, P.Degobert, J.-P.Hautier, P.-J.Barre. Synthesis of control laws with the causal ordering graph : Application to elimination of vibration in drive of mechanical laws. *ICEM 2000*, pages 1917–1921.
- [46] J.Maas, T.Schulte, P.Ide, H.Grostollen, N.Fröhleke. Model-based control of travelling wave type ultrasonic motors. *3rd Int. Heinz Nixdorf Symposium on Mechatronics and advanced motion control*, May 1999.
- [47] F. Giraud, B. Lemaire-semail. Commande en phase d'un moteur piézo-électrique à onde progressive. *Magelec*, pages 189–193, december 2001.
- [48] M.Girard. *Boucles à verrouillage de phase*. Ediscience, 1993.
- [49] B. Nogarède, C.Henaux, J-F. Rouchon, F.Leonard, R.Briot, L.Petit, P.Gonnard, B.Lemaire-Semail, F.Giraud, Ph.Kapsa. Matériaux électroactifs et génie biomédical : étude d'une prothèse de la main actionnée par une motorisation piézo-électrique. *MGE2000*, pages 27–31, décembre 2000.
- [50] Pamela. Site internet. <http://www.eureka.br/ifs/files/ifs/jsp-bin/eureka/ifs/jsps/projectForm.jsp?enumber=1978>.
- [51] M.Lazeroms, A.Van der Harm, W. Jongkind, G.Honderd. Force feedback for minimal invasive instruments. *Symposium on robotics and cybernetics CESA'96*.
- [52] T. Schulte, H.Grostollen, H.-P. Schöner, J.-T. Audren. Active control stick driven by a piezo electric actuator. *3rd Int. symposium on advanced electromechanical motion systems*, 1 :583–588, 1999.

Annexe A

Calcul des énergies du stator

A.1 Introduction

Cet annexe détaille les calculs nécessaires pour exprimer les énergies potentielle cinétique et électrique du stator. Ils aboutissent à la définition des paramètres de l'équation de la masse vibrante.

Un calcul préliminaire est nécessaire pour la suite. Il s'agit de :

$$\begin{aligned} I &= \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} (x_{\alpha} \cos(k\theta) + x_{\beta} \sin(k\theta))^2 d\theta \\ &= \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} (x_{\alpha}^2 \cos^2(k\theta) + x_{\beta}^2 \sin^2(k\theta) + 2x_{\beta}x_{\alpha} \cos(k\theta) \sin(k\theta)) \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Où x_{α} et x_{β} sont deux fonctions ne dépendant pas de θ .

Sachant que $\cos(2k\theta)$ est périodique de période $\frac{\pi}{k}$, nous avons :

$$\begin{aligned} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \cos^2(k\theta) d\theta &= \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \sin^2(k\theta) d\theta = k \int_{\theta=0}^{\theta=\frac{2\pi}{k}} \frac{1 - \cos(2k\theta)}{2} d\theta \\ &= k \frac{2\pi}{2k} = \pi \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

et de la même manière, sachant que $\sin(2k\theta)$ est elle aussi périodique de période $\frac{\pi}{k}$,

$$\begin{aligned} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \cos(k\theta) \sin(k\theta) d\theta &= k \int_{\theta=0}^{\theta=\frac{2\pi}{k}} \frac{1}{2} \sin(2k\theta) d\theta \\ &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Alors, I prends la valeur :

$$I = 2\pi \frac{x_{\alpha}^2 + x_{\beta}^2}{2} \quad (\text{A.4})$$

A.2 Calcul de l'énergie cinétique.

Le calcul de l'énergie cinétique se décompose en deux intégrales volumiques distinguant chaque volume :

$$\xi_c = \frac{1}{2} \int_{V_s} \rho_s (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) dV + \frac{1}{2} \int_{V_c} \rho_c (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) dV \quad (\text{A.5})$$

En dérivant les équations 2.8, 2.6, 2.9 par rapport au temps, nous pouvons calculer l'énergie cinétique contenue dans le substrat :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{V_s} \rho_s (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) dV &= \frac{\rho_s}{2} \int_{z=z_0-\frac{h_s}{2}}^{z=z_0+\frac{h_s}{2}} \int_{r=a}^{r=b} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \left[4 \frac{(r-a)^2}{(b-a)^4} z^2 (\dot{w}_\alpha \cos(k\theta) + \dot{w}_\beta \sin(k\theta))^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(k^2 \frac{(r-a)^4}{(b-a)^4} \frac{z^2}{r^2} + 1 \right) (-\dot{w}_\alpha \sin(k\theta) + \dot{w}_\beta \cos(k\theta))^2 \right] r dr d\theta dz \\ &= \frac{\rho_s}{2} \left[\frac{(\frac{h_s}{2} + z_0)^3 + (\frac{h_s}{2} - z_0)^3}{3} \left(\frac{3b+a}{3(b-a)} \right) \right. \\ &\quad \left. + k^2 \frac{3b^4 - 16ab^3 + 36a^2b^2 - 48a^3b - (7 - 12\ln\frac{b}{a})a^4}{12(b-a)^4} \right. \\ &\quad \left. + h_s \frac{b^2 - a^2}{2} \right] 2\pi \frac{\dot{w}_\alpha^2 + \dot{w}_\beta^2}{2} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

et de la même manière, celle contenue dans le matériau piézo-électrique.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{V_c} \rho_c (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) dV &= \frac{\rho_c}{2} \left[\frac{(h_p + \frac{h_s}{2} - z_0)^3 - (\frac{h_s}{2} - z_0)^3}{3} \left(\frac{3b+a}{3(b-a)} \right) \right. \\ &\quad \left. + k^2 \frac{3b^4 - 16ab^3 + 36a^2b^2 - 48a^3b - (7 - 12\ln\frac{b}{a})a^4}{12(b-a)^4} \right. \\ &\quad \left. + h_p \frac{b^2 - a^2}{2} \right] 2\pi \frac{\dot{w}_\alpha^2 + \dot{w}_\beta^2}{2} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

L'énergie cinétique totale peut s'exprimer de manière simple, en utilisant la masse vibrante m :

$$\xi_c = m \frac{\dot{w}_\alpha^2 + \dot{w}_\beta^2}{2} \quad (\text{A.8})$$

l'expression de m étant donnée par :

$$\begin{aligned}
m = & \rho_s \pi \left[\frac{(\frac{h_s}{2} + z_0)^3 + (\frac{h_s}{2} - z_0)^3}{3} \left(\frac{3b+a}{3(b-a)} + k^2 \frac{3b^4 - 16ab^3 + 36a^2b^2 - 48a^3b - (7 - 12\ln\frac{b}{a})a^4}{12(b-a)^4} \right) \right. \\
& \left. + h_s \frac{b^2 - a^2}{2} \right] \\
& + \rho_c \pi \left[\frac{(h_p + \frac{h_s}{2} - z_0)^3 - (\frac{h_s}{2} - z_0)^3}{3} \left(\frac{3b+a}{3(b-a)} \right. \right. \\
& \left. \left. + k^2 \frac{3b^4 - 16ab^3 + 36a^2b^2 - 48a^3b - (7 - 12\ln\frac{b}{a})a^4}{12(b-a)^4} \right) + h_p \frac{b^2 - a^2}{2} \right]
\end{aligned} \tag{A.9}$$

A.3 Calcul de l'énergie potentielle élastique.

L'énergie potentielle élastique se calcule elle aussi en distinguant chaque domaine du stator :

$$\xi_p = \frac{1}{2} \int_{V_s} S^T T dV + \frac{1}{2} \int_{V_c} S^T T dV \tag{A.10}$$

L'équation 2.28 permet d'exprimer les contraintes en fonction des déplacement dans le substrat ; elle permet de calculer :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} \int_{V_s} S^T dV &= \frac{1}{2} \int_{V_s} (c_{s11} S_1^2 + c_{s22} S_2^2 + 2c_{s12} S_1 S_2 + c_{s66} S_6^2) dV \\
&= \frac{1}{2} \int_{z=z_0 - \frac{h_s}{2}}^{z=z_0 + \frac{h_s}{2}} \int_{r=a}^{r=b} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} (c_{s11} S_1^2 + c_{s22} S_2^2 + 2c_{s12} S_1 S_2 + c_{s66} S_6^2) r dr d\theta dz
\end{aligned} \tag{A.11}$$

Nous remplaçons les déplacements par leur expression données par les équations 2.34, 2.35, 2.36. Ce calcul donne :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} \int_{V_s} S^T dV &= \frac{1}{6} \frac{(\frac{h_s}{2} + z_0)^3 + (\frac{h_s}{2} - z_0)^3}{(b-a)^4} [4c_{s11}(b^2 - a^2) \\
&+ k^4 c_{s22} (\frac{b^2 - a^2}{2} - 4a(b-a) + 6a^2 \ln \frac{b}{a} + 4a^3 (\frac{1}{b} - \frac{1}{a}) + \frac{a^4}{2} (\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2})) \\
&+ 2k^2 c_{s12} (\frac{b^2 - a^2}{2} - 2a(b-a) + a^2 \ln \frac{b}{a}) \\
&+ 4k^2 c_{s66} (\frac{b^2 - a^2}{2})] 2\pi \frac{w_\alpha^2 + w_\beta^2}{2}
\end{aligned} \tag{A.12}$$

L'énergie potentielle élastique contenue dans la couche de céramique piézo-électrique possède une expression un peu plus consistante, car il faut prendre en compte les termes propor-

tionnels au champ électrique (équations 2.39) :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{V_c} S^T dV &= \frac{1}{2} \int_{V_c} (c_{11}^E S_1^2 + c_{22}^E S_2^2 + 2c_{12}^E S_1 S_2 + c_{66}^E S_6^2 - e_{31} E_3 S_1 - e_{31} E_3 S_2) dV \\ &= \frac{1}{2} \int_{V_c} (c_{11}^E S_1^2 + c_{22}^E S_2^2 + 2c_{12}^E S_1 S_2 + c_{66}^E S_6^2 \\ &\quad - e_{31} E_3 S_1 - e_{31} E_3 S_2) dV \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Par analogie avec les calculs menés pour l'équation A.12, nous avons :

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \int_{V_c} (c_{11}^E S_1^2 + c_{22}^E S_2^2 + 2c_{12}^E S_1 S_2 + c_{66}^E S_6^2) dV \\ &= \frac{1}{6} \frac{(h_p + \frac{h_s}{2} - z_0)^3 - (\frac{h_s}{2} - z_0)^3}{(b-a)^4} [4c_{11}^E (b^2 - a^2) \\ &\quad + k^4 c_{22}^E (\frac{b^2 - a^2}{2} - 4a(b-a) + 6a^2 \ln \frac{b}{a} + 4a^3 (\frac{1}{b} - \frac{1}{a}) + \frac{a^4}{2} (\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2})) \\ &\quad + 2k^2 c_{12}^E (\frac{b^2 - a^2}{2} - 2a(b-a) + a^2 \ln \frac{b}{a}) \\ &\quad + 4k^2 c_{66}^E (\frac{b^2 - a^2}{2})] 2\pi \frac{w_\alpha^2 + w_\beta^2}{2} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Nous calculons à présent le terme

$$J = \int_{V_c} e_{31} E_3 S_1 + e_{31} E_3 S_2 dV = \int_{V_c} e_{31} E_3 (S_1 + S_2) dV \quad (\text{A.15})$$

Le champ électrique n'est pas constant dans tout le matériau piézo électrique, sa valeur dépend de θ ; la figure 2.5, qui décrit la répartition des phases statoriques, nous permet d'exprimer la valeur du champ électrique E_3 en fonction des tensions des sources électriques et de l'angle θ :

$$E_3 = \begin{cases} \frac{v_\alpha}{h_p} \text{ si } \frac{\pi}{18} < \theta < \frac{17\pi}{18} \\ \frac{v_\beta}{h_p} \text{ si } \frac{10\pi}{9} < \theta < 2\pi \end{cases} \quad (\text{A.16})$$

Alors, en ayant recours à l'équation 000 définissant la valeur de e_{31} en fonction de l'angle θ , nous pouvons écrire :

$$J = K_\alpha + K_\beta \quad (\text{A.17})$$

avec,

$$K_\alpha = \int_{z=z_0-\frac{h_s}{2}}^{z=z_0-\frac{h_s}{2}-h_p} \int_{r=a}^{r=b} \int_{\theta=\frac{\pi}{18}}^{\theta=\frac{17\pi}{18}} e_{31}^0 \Theta_\alpha \frac{v_\alpha}{h_p} (S_1 + S_2) r dr d\theta dz \quad (\text{A.18})$$

et

$$K_\beta = \int_{z=z_0-\frac{h_s}{2}}^{z=z_0-\frac{h_s}{2}-h_p} \int_{r=a}^{r=b} \int_{\theta=\frac{10\pi}{9}}^{\theta=2\pi} e_{31}^0 \Theta_\beta \frac{v_\beta}{h_p} (S_1 + S_2) r dr d\theta dz \quad (\text{A.19})$$

En prenant en compte les expressions de Θ_α d'une part et de S_1 et S_2 d'autre part, nous pouvons calculer K_α . Pour cela, nous découpons cette intégrale en $\frac{k-1}{2}$ intégrales élémentaires calculées sur un intervalle où la fonction Θ_α est constante.

$$K_\alpha = \int_{z=z_0-\frac{h_s}{2}-h_p}^{z=z_0-\frac{h_s}{2}} \frac{z}{(b-a)^2} dz \int_{r=a}^{r=b} \left(-2r + k^2 \frac{(r-a)^2}{r} \right) dr + e_{31}^0 \frac{v_\alpha}{h_p} \sum_{i=0}^{\frac{k-1}{2}-1} \left(\int_{\frac{\pi}{18}+i\frac{2\pi}{9}}^{\frac{3\pi}{18}+i\frac{2\pi}{9}} w_\alpha \cos(k\theta) + w_\beta \sin(k\theta) d\theta - \int_{\frac{3\pi}{18}+i\frac{2\pi}{9}}^{\frac{5\pi}{18}+i\frac{2\pi}{9}} w_\alpha \cos(k\theta) + w_\beta \sin(k\theta) d\theta \right) \quad (\text{A.20})$$

Tous calculs faits, nous obtenons :

$$K_\alpha = -e_{31}^0 \frac{(h_p + \frac{h_s}{2} - z_0)^2 - (\frac{h_s}{2} - z_0)^2}{2h_p(b-a)^2} \left[(b^2 - a^2)(k^2 - 2) - 2k^2 a(b-a) + a^2 \ln \frac{b}{a} \right] 2 \frac{k-1}{k} v_\alpha w_\alpha \quad (\text{A.21})$$

Un calcul analogue permet d'aboutir à :

$$K_\beta = -e_{31}^0 \frac{(h_p + \frac{h_s}{2} - z_0)^2 - (\frac{h_s}{2} - z_0)^2}{2h_p(b-a)^2} \left[(b^2 - a^2)(k^2 - 2) - 2k^2 a(b-a) + a^2 \ln \frac{b}{a} \right] 2 \frac{k-1}{k} v_\beta w_\beta \quad (\text{A.22})$$

Alors, J peut être écrite de manière simple en faisant apparaître le facteur de force N :

$$J = -\frac{N}{2} (v_\alpha w_\alpha + v_\beta w_\beta) \quad (\text{A.23})$$

avec

$$N = 2e_{31}^0 \frac{(h_p + \frac{h_s}{2} - z_0)^2 - (\frac{h_s}{2} - z_0)^2}{2h_p(b-a)^2} \left[(b^2 - a^2)(k^2 - 2) - 2k^2 a(b-a) + a^2 \ln \frac{b}{a} \right] 2 \frac{k-1}{k} \quad (\text{A.24})$$

Nous pouvons alors exprimer l'énergie potentielle élastique totale contenue dans le stator. Elle s'exprime en fonction du paramètre c , que l'on appelle *raideur du stator* et de N :

$$\xi_p = c \frac{w_\alpha^2 + w_\beta^2}{2} + \frac{N}{2} (v_\alpha w_\alpha + v_\beta w_\beta) \quad (\text{A.25})$$

avec

$$\begin{aligned}
c = & \frac{2\pi}{6} \frac{(\frac{h_s}{2} + z_0)^3 + (\frac{h_s}{2} - z_0)^3}{(b-a)^4} [4c_{s11}(b^2 - a^2) \\
& + k^4 c_{s22} (\frac{b^2 - a^2}{2} - 4a(b-a) + 6a^2 \ln \frac{b}{a} + 4a^3 (\frac{1}{b} - \frac{1}{a}) + \frac{a^4}{2} (\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2})) \\
& + 2k^2 c_{s12} (\frac{b^2 - a^2}{2} - 2a(b-a) + a^2 \ln \frac{b}{a}) \\
& + 4k^2 c_{s66} (\frac{b^2 - a^2}{2})] \\
& + \frac{2\pi}{6} \frac{(h_p + \frac{h_s}{2} - z_0)^3 - (\frac{h_s}{2} - z_0)^3}{(b-a)^4} [4c_{11}^E (b^2 - a^2) \\
& + k^4 c_{22}^E (\frac{b^2 - a^2}{2} - 4a(b-a) + 6a^2 \ln \frac{b}{a} + 4a^3 (\frac{1}{b} - \frac{1}{a}) + \frac{a^4}{2} (\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2})) \\
& + 2k^2 c_{12}^E (\frac{b^2 - a^2}{2} - 2a(b-a) + a^2 \ln \frac{b}{a}) \\
& + 4k^2 c_{66}^E (\frac{b^2 - a^2}{2})]
\end{aligned} \tag{A.26}$$

A.4 Calcul de l'énergie électrique.

Le bronze est un matériau conducteur, aucune charge électrique ne s'y accumulent. si bien que l'énergie électrique est calculée en ne prenant en compte que la couche de céramique piézo-électrique ; son expression est donnée par :

$$W_E = \frac{1}{2} \int_{V_c} E^T D dV_c = \frac{1}{2} \int_{V_c} (e_{31} S_1 + e_{32} S_2 + \epsilon_{33}^S E_3) E_3 dV_c = J + \frac{1}{2} \int_{V_c} \epsilon_{33}^S E_3 E_3 dV_c \tag{A.27}$$

Nous calculons :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} \int_{V_c} \epsilon_{33}^S E_3 E_3 dV_c &= \frac{1}{2} \int_{z=z_0 - \frac{h_s}{2} - h_p}^{z=z_0 - \frac{h_s}{2}} \int_{r=a}^{r=b} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \epsilon_{33}^S E_3^2 r dr d\theta dz \\
&= \frac{1}{2} \int_{z=z_0 - \frac{h_s}{2} - h_p}^{z=z_0 - \frac{h_s}{2}} \int_{r=a}^{r=b} \left(\int_{\theta=\frac{\pi}{2k}}^{\theta=\frac{2k-1}{2k}\pi} \epsilon_{33}^S \frac{v_\alpha^2}{h_p^2} d\theta + \int_{\theta=\frac{\pi}{2k}}^{\theta=\frac{2k-1}{2k}\pi} \epsilon_{33}^S \frac{v_\beta^2}{h_p^2} d\theta \right) r dr dz \\
&= \frac{1}{2} \epsilon_{33}^S \frac{k-1}{2k} \pi \frac{b^2 - a^2}{h_p} (v_\alpha^2 + v_\beta^2)
\end{aligned} \tag{A.28}$$

Nous pouvons définir C_0 , la capacité intrinsèque de la céramique, par

$$C_0 = \epsilon_{33}^S \frac{k-1}{2k} \pi \frac{b^2 - a^2}{h_p} \tag{A.29}$$

pour pouvoir écrire, compte tenu de l'équation A.23 :

$$W_E = -\frac{N}{2} (v_\alpha w_\alpha + v_\beta w_\beta) + \frac{1}{2} C_0 (v_\alpha^2 + v_\beta^2) \quad (\text{A.30})$$

Annexe B

Comparaison MPE-MCC

L'étape de modélisation, dans un repère tournant, des machines électromagnétique est presque toujours suivie par une étape de comparaison avec la machine de base, à courant continu (MCC). Dans le cas de la machine synchrone, par exemple, une analogie forte est constatée entre la voie d gouvernant le couple de cet actionneur, et la MCC.

Dans cet annexe, nous procédons de la même démarche. Notre analyse s'appuie sur l'outil de représentation par GIC, et nous rappelons figure B.1 celui de la MCC.

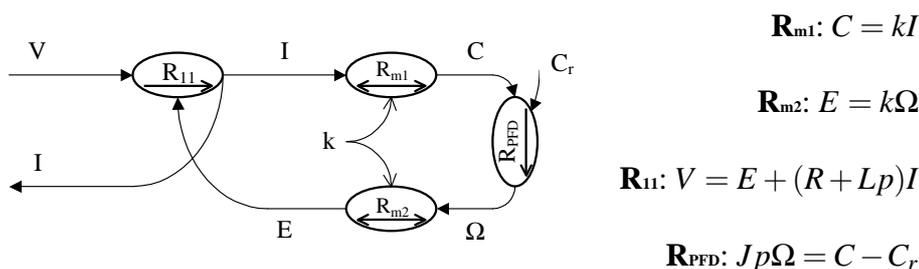


FIG. B.1 – GIC d'une MCC.

Il est vrai qu'une certaine similitude est constatée entre ce graphe et l'axe q de la figure 2.22. Cependant, certaines variables, comme le couple, qui sont des actions dans le cas de la MCC deviennent des réactions dans le cas du MPE. Il suffit pour s'en rendre compte de suivre le sens des flèches qui entrent ou sortent du convertisseur électromécanique. Le tableau B.2 fait l'inventaire des variables pour lesquelles ce changement est constaté.

	MCC	MPE
Couple C	Action	Réaction
Vitesse Ω ou Ω_{id}	Réaction	Action
Courant I ou i_{mq}	Action	Réaction
Tension E ou v_q	Réaction	Action

DUALITE

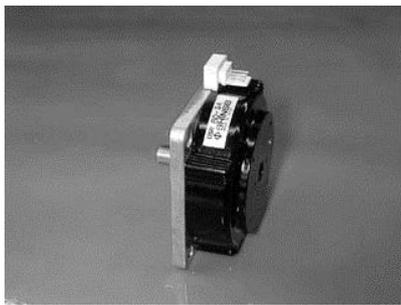
FIG. B.2 – Comparaison pour chaque modèle de la nature des variables.

Ainsi, même si une forte ressemblance existe, MCC et MPE ne sont pas analogues, mais duales l'une de l'autre.

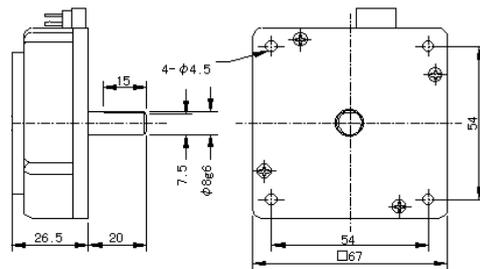
Annexe C

Constitution du moteur Shinsei USR60

Cette annexe décrit le moteur Shinsei USR60, tel qu'il est commercialisé. La photo de la figure C.1,a représente une vue externe de ce moteur, tandis que la figure C.1,b fait apparaître ses dimensions géométrique et son encombrement.



(a) Vue externe du moteur SHINSEI USR 60



(b) Dimensions et encombrement

FIG. C.1 – Présentation du Shinsei USR60.

Sa construction est simple. Un disque de céramique piézo-électrique est collé sur le stator de bronze, lui même étant encastré sur un bâti d'aluminium par l'intermédiaire de quatre vis. Sur la face supérieure du stator, nous pouvons distinguer les dents recouvertes d'un matériau de friction en blanc (figure C.2 qui présente une vue éclatée du moteur), qui permettent d'augmenter la vitesse du moteur, mais aussi d'évacuer certaines impuretés.

La figure C.3 présente la face inférieure du stator, là où est collé l'anneau de céramique piézo-électrique. Les secteurs de polarisation alternée apparaissent en clair. Une piste en sombre permet de connecter entre eux chaque secteur d'une même phase.

Le rotor en duralumin est guidé par deux roulements à billes. C'est en vissant le carter noir que l'on réalise la précontrainte axiale(figure C.4).



FIG. C.2 – Vue éclatée du moteur.



FIG. C.3 – Stator vu du dessous.



FIG. C.4 – Détail du rotor en duralumin.