

# Modélisation, Simulation et Commande des systèmes électriques



***Bruno FRANCOIS***  
**Bruno.francois@centralelille.fr**



## Plan

Cours: Généralité sur les systèmes physiques

Cours: Le Graphe Informationnel de Causalité +

Modélisation de la machine à courant continu

TD : Modélisation d'une bobine non linéaire  
Modélisation d'une ligne de transport électrique  
Modélisation d'une essoreuse  
Modélisation d'un convoi ferroviaire

Cours: Des principes d'inversion aux principes de commande +

Commande de la machine à courant continu

TD : Exemples d'application

TP : Application à la simulation numérique, utilisation d'un logiciel métier

3

## Objectif

### Élaborer des modèles simples permettant la compréhension qualitative et quantitative d'un phénomène ou d'un système

Apprendre à adapter la modélisation à l'objectif visé et aux moyens disponibles

Acquisition d'un esprit critique vis-à-vis des résultats établis à l'aide d'un modèle.

Savoir dimensionner les éléments d'un système en vue de sa conception

Structurer l'architecture de sa commande

5

## Contenu

Modéliser = Représenter et expliquer un phénomène ou un système à l'aide d'équations mathématiques

Intérêts ? :

- \_ Meilleure compréhension
- \_ Prédire les événements
- \_ Dimensionner
- \_ Aider à la décision

4

Sujets :

TP No1 : Modélisation d'un filtre passe bas pour la connexion de panneaux photovoltaïques

TP No2 : Modélisation d'un transformateur pour un réseau électrique de distribution

TP No3 : Modélisation d'une chaîne de traction d'un véhicule électrique

Livrable individuel:

- Protocole de simulation avec le fichier réalisé
- Compte rendu sur les résultats calculés obtenus

6

# ***Généralités sur les systèmes physiques***



***Bruno FRANCOIS***



Introduction

Les fondements philosophiques

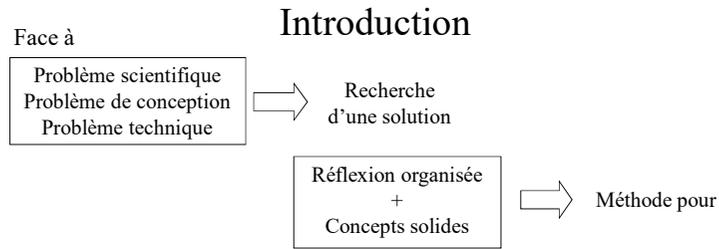
Définitions propres aux systèmes physiques

Utilité de la modélisation

Les grands principes

Vocabulaire

Les problèmes et les méthodes

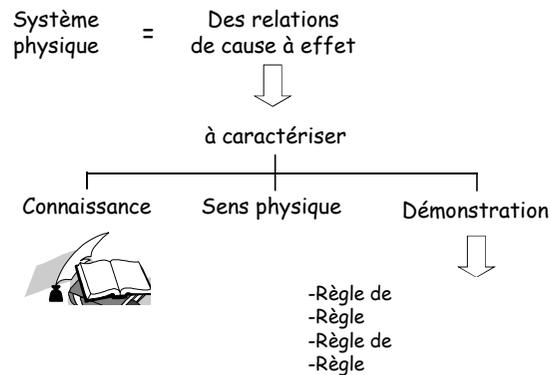


Et, si on avait une méthode systématique pour réaliser:

Objectif : 
 Etablir, sans contresens, un modèle de connaissance  
 en mettant en œuvre les lois de la Physique  
 dans le strict respect de la causalité

3

## Les fondements philosophiques



Objectif :

**Comprendre les relations  
 qui s'établissent entre des éléments physiques interconnectés**

5

## Introduction

*“ Ceux qui s'entêtent de pratique sans science sont  
 comme des marins sur un navire sans timon ni boussole et qui ne  
 savent jamais où ils vont.  
 Toujours la pratique doit être édifiée sur la bonne théorie. ”*



4

## Les fondements philosophiques

### Le principe de causalité

*"Jamais rien n'arrive sans qu'il y ait une cause ou du moins une raison déterminante,  
 c'est à dire qui puisse servir à rendre raison a priori  
 pourquoi cela est existant plutôt que non-existant,  
 et pourquoi cela est ainsi plutôt que de toute façon"*



Les «choses» sont ordonnées,  
 l'action précède la réaction et  
 l'action exige un effort lorsqu'il s'agit de passer d'un état à un autre

*Si il y a un effet, c'est ...*

C'est un principe à respecter, règle de qualification

6

## Les fondements philosophiques

### Le principe de décomposition

*Le second (principe) est de diviser chacune des difficultés que j'examinais en autant de parcelles qu'il se pourrait et qu'il serait requis pour les mieux résoudre*



Une approche analytique tente de en **plusieurs éléments**, qui pourront être étudiés séparément

Un système **complexe peut être décomposé en sous ensembles plus facile à analyser et à modéliser.**

7

## Définitions d'un système ...

**Système** : c'est une organisation logique d'un groupe d'objets, de fonctions...

**Système physique** : c'est une organisation logique d'objets

**Système physique qui fonctionne** : c'est une organisation logique d'objets qui obéissent naturellement au principe de causalité qui induit la réaction à l'action.

**Système physique qui réagit** : c'est une organisation logique d'objets où se produisent des échanges énergétiques : le comportement résulte de ces échanges.

**Système dynamique** :

- Système dont **les effets sont fonction** de

**Système statique** :

- Système dont **les effets ne sont pas fonction** de la grandeur **temps**

**Système non-stationnaire** :

Système dont les paramètres ...



9

## Le déterminisme

- determinismus fin XVIII<sup>e</sup>

**Ordre** suivant lequel les **conditions d'existence** d'un phénomène **sont déterminées**,

fixées absolument de telle façon que,

ces **conditions étant posées**,

le phénomène ne peut que **se produire**.

- Doctrine philosophique suivant laquelle tous les événements, et en particulier les actions humaines, sont liés et déterminés par la totalité des événements antérieurs

- Ant. Système probabiliste, système aléatoire

## Les mêmes causes produisent les mêmes effets

8

**Équifinalité** :

Principe selon lequel des conditions initiales différentes ...

**Homéostasie** :

Propension d'un système à rester dans sa norme, c'est à dire à maintenir un équilibre tendant vers ...

**Approche réductionniste** :

qui décompose les problèmes en sous problèmes plus simples.

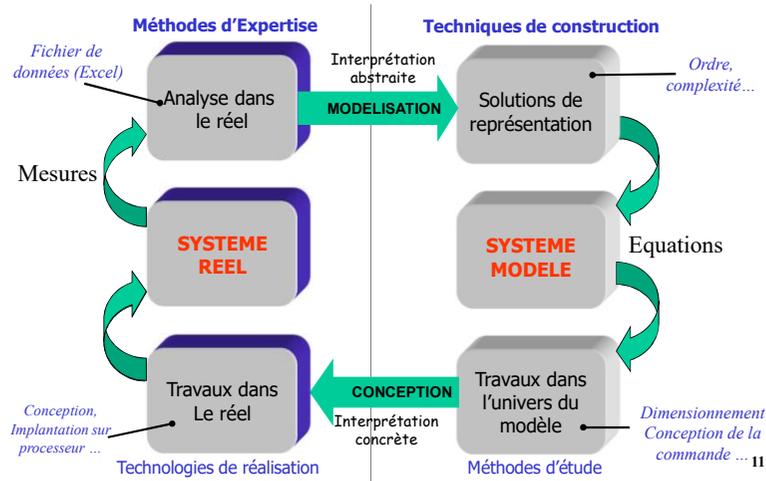
Cela suppose le fait que "le tout soit la somme des parties"

-> Vision macroscopique

10

## Utilité de la modélisation

Extraire de la connaissance, comment ?



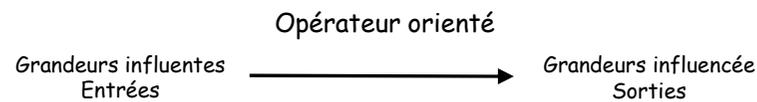
## Quelques grands principes pour la modélisation

- Mettre en évidence les causes et les effets du système mais aussi des différentes sous-parties ou composants de ce système
- Par nature, la causalité physique des accumulateurs d'énergie est intégrale
- Il n'existe pas un modèle unique d'un système réel  
Pour chaque problème à étudier, il y a des hypothèses qui conduisent à l'établissement d'un modèle qui n'est valable que dans ces conditions

12

## Les définitions propres aux systèmes physiques

Ensemble d'éléments interconnectés de manière logique en accord avec le principe de causalité



Représentation

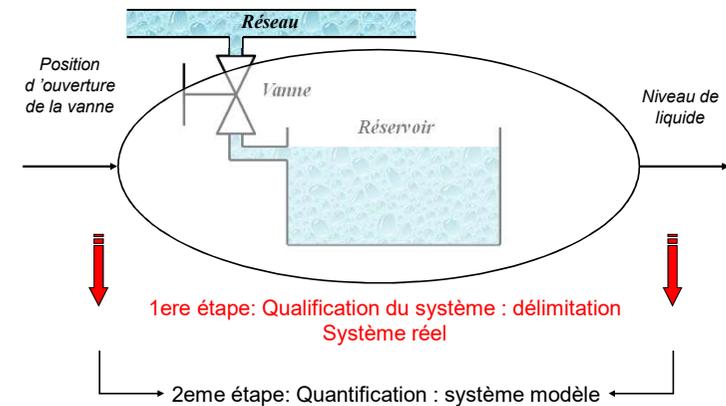
Flèche entrante = Grandeur influente

Flèche sortante = Grandeur influencée

Ce dessin permet le respect du principe de causalité externe au système <sup>13</sup>

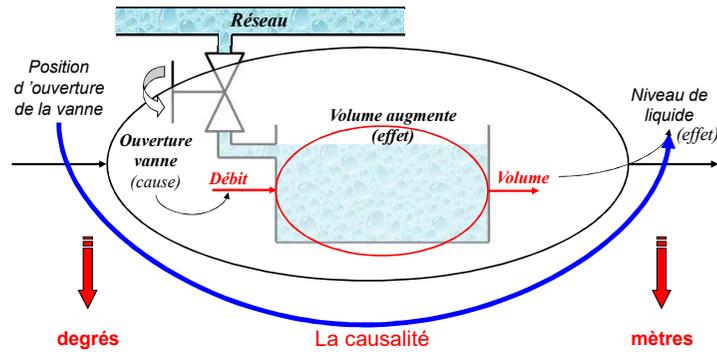
## Les définitions propres aux systèmes physiques

Exemple d'un système élémentaire : un réservoir



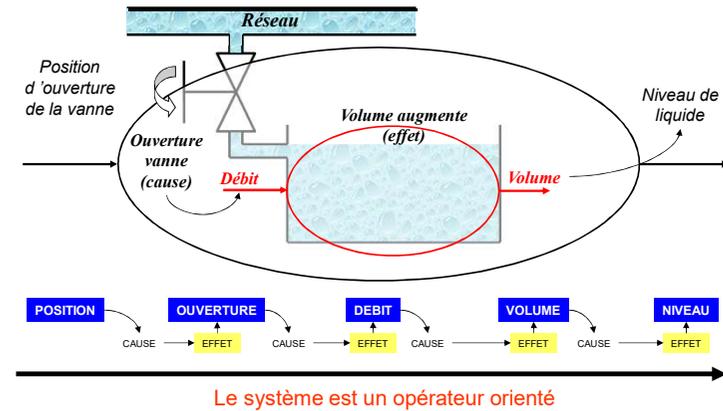
14

Les définitions propres aux systèmes physiques  
Exemple d'un système élémentaire : un réservoir



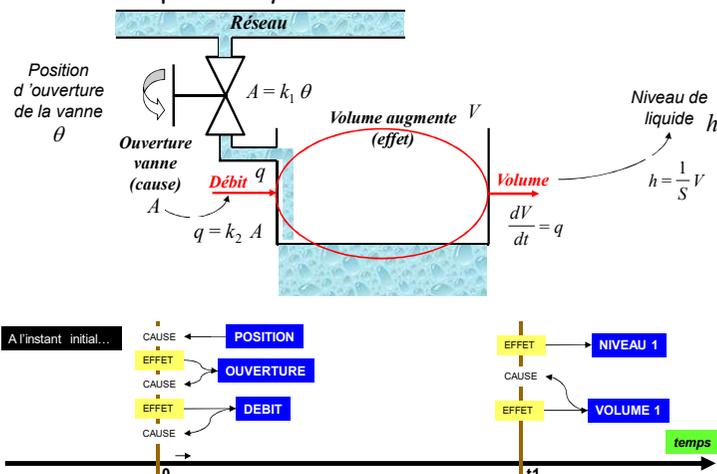
Représentation

Les définitions propres aux systèmes physiques  
Exemple d'un système élémentaire : un réservoir



Obtention d'un enchaînement causal structurel qui respecte la causalité

Les définitions propres aux systèmes physiques  
Exemple d'un système élémentaire : un réservoir

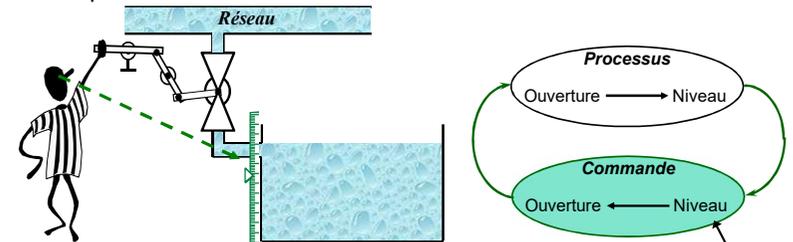


Influence du temps sur l'effet !

Les définitions propres aux systèmes physiques  
Le système asservi

Objectif assigné  
Réglage de la cause (pour y arriver)  
Quelque soit les perturbations

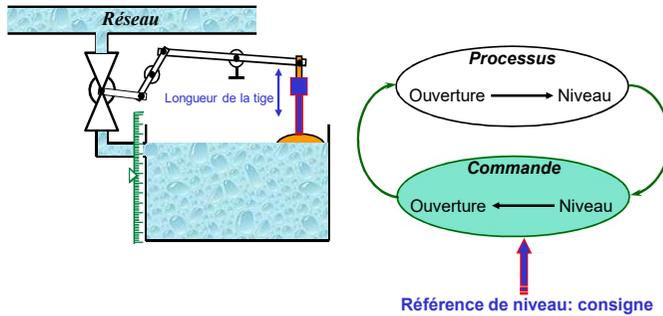
Exemple : le réservoir



Ce système est composé de deux constituants principaux : Niveau désiré

Les définitions propres aux systèmes physiques  
Le système asservi

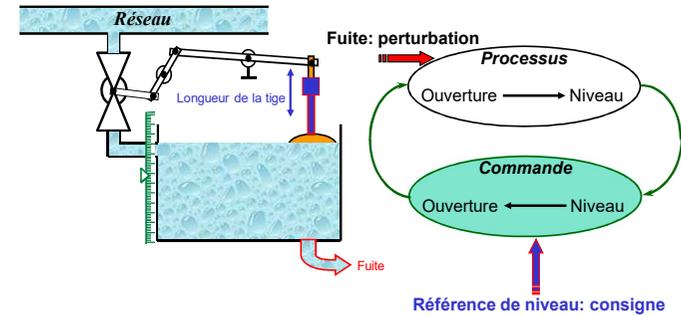
Exemple : la chasse d'eau  
La poursuite (de référence)



19

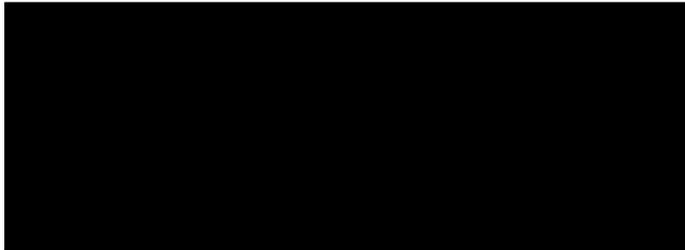
Les définitions propres aux systèmes physiques  
Le système asservi

Exemple : la chasse d'eau  
La régulation (face à une perturbation)

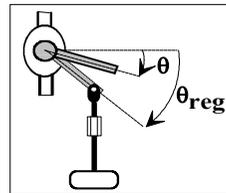


20

Les définitions propres aux systèmes physiques  
Le système asservi



Grandeur de réglage  
Grandeur de perturbation  
Grandeur de mesure



21

Vocabulaire

**Entrée de commande / de réglage :**

- Entrée influençable d'un système

**Entrée de perturbation :**

- Entrée non influençable d'un système.

**Le modèle de connaissance :**

**Le modèle de commande :**

modèle simplifié du modèle de connaissance  
sous certaines hypothèses permettant la conception de la commande  
Il résulte d'un compromis entre complexité et précision.

22

## Vocabulaire

### Énergie :

(du grec energia, force en action)

En physique, grandeur caractérisant un système et exprimant sa capacité à modifier l'état d'autres systèmes avec lequel il entre en interaction (unité SI le Joule).

Énergie ...

Un système isolé a une énergie constante.

Il ne peut y avoir création ou disparition d'énergie, mais seulement transformation d'une forme d'énergie en une autre ou un transfert d'énergie d'un système à un autre

23

## Vocabulaire

COMMANDER UN SYSTEME

= CONTROLER LES ENERGIES STOCKEES ET LES PERTES



MODELISER

= REPRESENTER LES ENERGIES

24

## Les problèmes et les méthodes

Quelle est la problématique globale ?



Comment aborder un problème de modélisation en vue de la commande ?  
 Comment éviter les méthodes de type essais-erreurs ?  
 Comment éviter le piège des investigations hâtives ?  
 Comment respecter une démarche scientifique assurant la cohérence ?  
 Et surtout....Comment se poser les bonnes questions ?

$$f(x+\Delta x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\Delta x)^n}{n!} f^{(n)}(x) = 2.7182818284$$



25

## Les problèmes et les méthodes

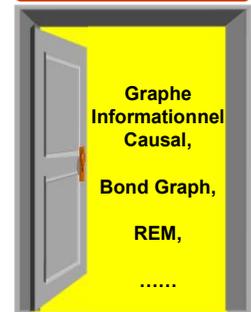
Solutions



Il faut des solutions naturellement simples.....



**METHODOLOGIE**



# ***Le Graphe Informationnel de Causalité***

Ce cours utilise de nombreux ouvrages et cours sur lesquels j'ai repris des photos ou des diagrammes.  
Je tiens à remercier toutes les personnes qui directement et/ou indirectement ont contribué à l'enrichissement de ce cours.



***Bruno FRANCOIS***

1

## ***Plan***

Les difficultés et les besoins  
Qu'est ce que le GIC ?  
Les propriétés  
Représentation et signification  
Les processeurs  
    Synthèse  
    Les accumulateurs  
    Les dissipateurs  
    Les coupleurs  
Établissement d'un modèle

2

## LES DIFFICULTES / LES BESOINS

Difficultés pour établir les équations dynamiques des systèmes électromécaniques

(Quelles sont les variables indispensables ? Comment définir les conventions de signe ? ...)

Méthode :

Difficultés pour analyser les systèmes électromécaniques

(Comment décomposer le système en sous systèmes ? Comment caractériser les liens entre sous systèmes ? ...)

Vision globale des différents traitements appliqués aux grandeurs physiques

Difficultés pour utiliser les modèles mathématiques

(Mise sous une forme intégrable, ...)

Modèle orienté par la causalité naturelle

- ☺ Simulation dynamique des systèmes
- ☺ Établissement des algorithmes de commande

3

## LES DIFFICULTES / LES BESOINS

Et donc, il faudrait une méthode globale de modélisation des systèmes physiques

- pour la mise en équation,
- l'ordonnancement et
- la mise en causalité intégrale des modèles
- la conception des dispositifs de commande

## Le Graphe Informationnel de Causalité

Qu'est ce que le GIC ?



Définition

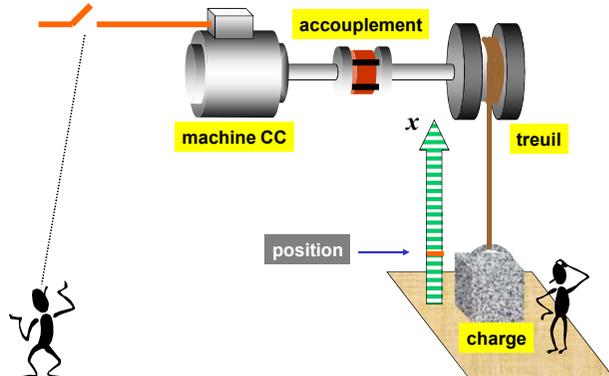
Le Graphe Informationnel de Causalité est une représentation graphique de l'information énergétique transitant au sein d'un système

4

## Qu'est ce que le GIC ?

Analyser = Définir la causalité

Exemple : Le treuil

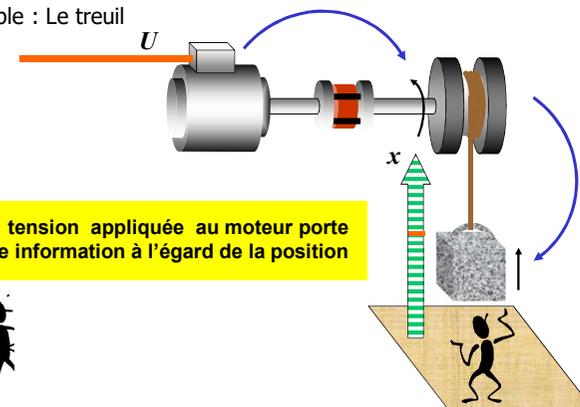


5

## Qu'est ce que le GIC ?

Analyser = Définir la causalité

Exemple : Le treuil

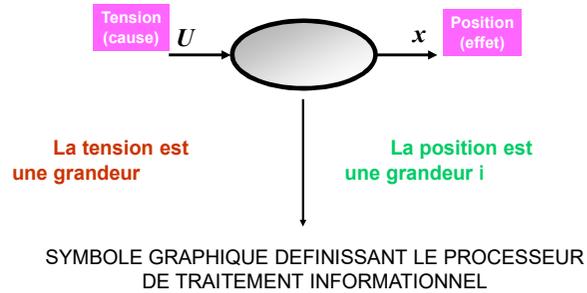


6

## Qu'est ce que le GIC ?

La causalité évidente

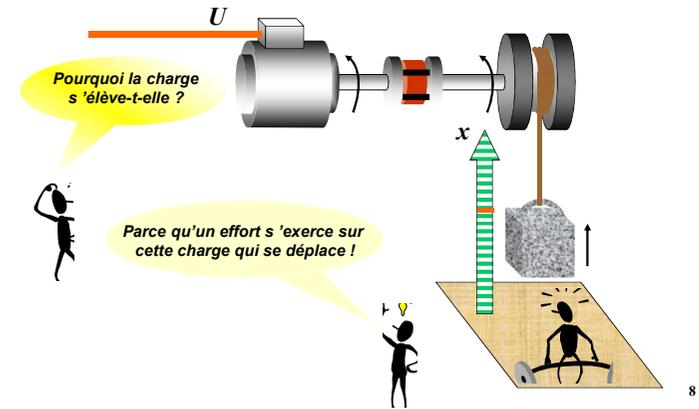
La charge se soulève parce que le moteur est alimenté



7

## Qu'est ce que le GIC ?

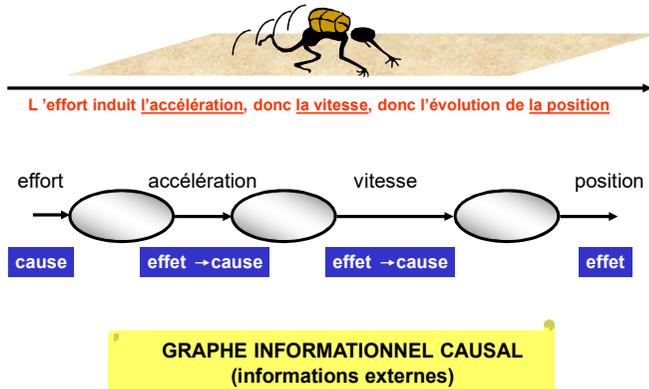
La genèse de la causalité



8

## Qu'est ce que le GIC ?

La genèse de la causalité



9

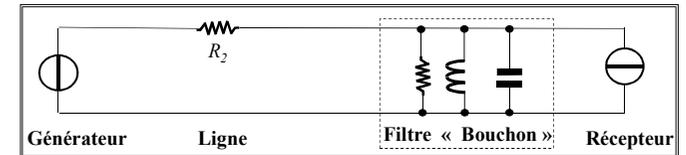


## 1<sup>ère</sup> propriétés

Le GIC est un outil de qualification

\* Identifier les grandeurs influentes et les grandeurs influencées

Exemple : Application à l'étude d'un réseau électrique



\* Ordonner les phénomènes physiques en respectant la causalité naturelle



10

**2ème propriétés**  
Le GIC est un outil de quantification

\* Caractériser les traitements effectués sur les grandeurs

Expliciter des relations mathématiques entre grandeurs influentes et grandeurs influencées

L'ensemble montre le transit de l'information à travers le système physique

11

**2ème propriétés**  
Le GIC est un outil de quantification

La connaissance des lois fondamentales de la physique enrichit la structure du GIC

12

**Représentation et signification**  
Le Graphe Informationnel de causalité

Que représente les ?

Le support des relations de transformations énergétiques

Le GIC est une représentation graphique de l'information énergétique au sein d'un système

13

**Représentation et signification**

G.I.C. = représentation graphique de l'information transitant au sein d'un système

Un objet ou un groupement d'objets est représenté par un processeur de traitement des grandeurs influentes

Le processeur agit suivant la procédure cause-effet  
l'évolution du vecteur repéré comme sortie ne dépend que

La relation  $R$  est explicitée par une équation différentielle linéaire ou non, présentant un ordre de dérivation plus élevé sur les sorties que sur les entrées

14

### Les processeurs

Les constituants systémiques



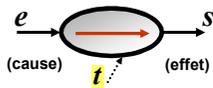
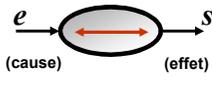
**PROCESSEURS - RELATIONS : LE PRINCIPE DE CAUSALITE NATURELLE**

En physique, le principe de causalité découle d'un concept énergétique

15

### Les processeurs

Fonctions énergétiques d'un objet physique

ACCUMULATION		DISSIPATION
<p>L'effet dépend du temps</p> $s(t) = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} e(t) dt + s(t_0)$	P = e × s	<p>L'effet ne dépend pas du temps</p> $s(t) = f(e(t))$
<p style="background-color: #ff0000; color: white; padding: 2px;">Relation temporelle</p> 		<p style="background-color: #ff0000; color: white; padding: 2px;">Relation instantanée</p> 
Causalité interne (caractéristique de l'objet)		Causalité externe (caractéristique du milieu)

16

### Les processeurs

La base de données des modèles

Base de données  
Concepts énergétiques  
de la causalité

- Objets accumulateurs  
Dualité - Analogie
- Objets dissipateurs  
Dualité - Analogie
- Objets de couplage  
Dualité - Couplage
- Opérateurs  
Neutralité énergétique

Non linéarités  
Fonctionnelles ou Intrinsèques

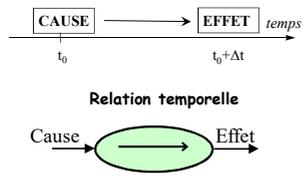
Superposition des causes  
capteurs particuliers

} Lois de la physique

17

### Les accumulateurs

ACCUMULATION D'ENERGIE



Relation temporelle

Qualification

Objectif

Obtenir un modèle qui respecte la **causalité intégrale** naturelle des processus accumulateurs

Leur causalité est interne (imposée par la nature du processeur)

18

### Les accumulateurs

**Le condensateur**

$Q$  (quantité d'électricité)

**Élément potentiel électrique**

$$\frac{dQ}{dt} = i(t)$$

Hypothèse:  
La charge est proportionnelle à la tension

$$Q(t) = C v(t)$$

$C$  : la capacité (Farad)

Équation différentielle

$$C \frac{dv}{dt} =$$

Solution :

$$v(t) = v(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} i(t) dt$$

**Causalité interne**

Energie potentielle :  $\frac{1}{2} C v^2$

19

### Les accumulateurs

**Le condensateur**

**Qualification**

CAUSE:  $i$     EFFET:  $v$

Relation temporelle

**Quantification**

$$v(t) = v(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} i(t) dt$$

Relation temporelle

entrée

temps

$$sortie(t) = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} entrée(t) dt + sortie(t_0)$$

L'INTEGRATION RESPECTE LA CAUSALITE NATURELLE

20

### Les accumulateurs

**Le condensateur**

**Qualification**

CAUSE:  $i$     EFFET:  $v$

Relation temporelle

**Quantification**

$$i(t) = C \cdot \frac{dv(t)}{dt}$$

**Ce qu'il ne faut pas écrire**

Relation non causale !

Relation non causale !

sortie

temps

entrée (t) =  $\frac{dsortie(t)}{dt}$

LA DERIVATION N EST PAS CAUSALE

21

### Les accumulateurs

**La bobine**

$\phi$  (flux)

**Élément cinétique électrique**

$$\frac{d\phi}{dt} = v(t)$$

$\mathfrak{R} \phi = n^2 i$

$v$  est la tension appliquée et imposées aux bornes de la bobine (les potentiels sont différents)

$\mathfrak{R}$  : la réluctance  
 $n$  : le nombre de spires

Hypothèse de linéarité :  $\mathfrak{R}$  constante

$$\phi(t) = L i(t) \quad L = \frac{n^2}{\mathfrak{R}} \text{ : l'inductance}$$

Équation différentielle

$$L \frac{di}{dt} =$$

Solution :

$$i(t) = i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} v(t) dt$$

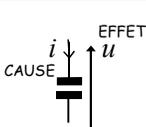
**Causalité interne**

Energie cinétique :  $\frac{1}{2} L i^2$

22

### RESUME: Les accumulateurs électriques

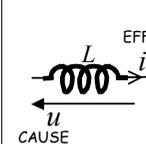
Deux types de processeurs accumulateurs électriques  
Ce qu'il faut retenir



$u(t) = \frac{1}{C} \cdot \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} i(t) dt + u(t_0)$



$i$ , courant, grandeur cinétique  
(déplacement d'électrons)



$i(t) = \frac{1}{L} \cdot \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} u(t) dt + i(t_0)$

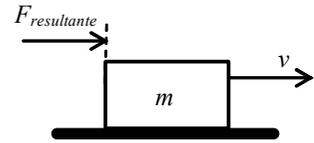


$u$ , tension, grandeur potentielle

23

### Les accumulateurs La mécanique

La masse, solide en translation



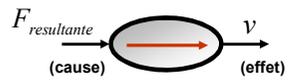
**Élément cinétique mécanique**

Équation différentielle

$$m \frac{dv}{dt} = F_{resultante}$$

$F_{resultante}$  est la force résultante appliquée sur le solide

Solution

$$v(t) = v(t_0) + \frac{1}{m} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} F_{resultante}(t) dt$$


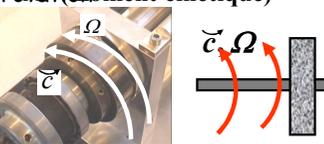
**Causalité interne**

Energie cinétique :  $\frac{1}{2} mv^2$

24

### Les accumulateurs La mécanique

L'inertie, solide en rotation (moment cinétique)



**Élément cinétique mécanique**

$$\frac{dM}{dt} = c_{resultant}(t)$$

$c_{resultant}(t)$  est le couple résultant appliqué sur l'axe

Hypothèse :  
Le moment est proportionnel à la vitesse  
 $J$  est le moment d'inertie constant (masse indéformable)

$$M(t) = J\Omega(t)$$

Équation différentielle

$$J \frac{d\Omega}{dt} = c_{resultant}$$

Solution :

$$\Omega(t) = \Omega(t_0) + \frac{1}{J} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} c_{resultant}(t) dt$$


**Causalité interne**

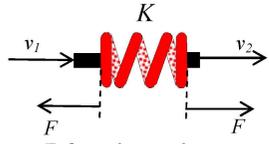
Energie cinétique :  $\frac{1}{2} J\Omega^2$

25

### Les accumulateurs La mécanique

Raideur en translation

$K$  : la raideur



$F$ : force de rappel

**Élément potentiel mécanique**

Hypothèse de linéarité :  $K$  constante

Équation différentielle :

$$\frac{1}{K} \frac{dF}{dt} = v_{resultante}$$

Solution :

$$F(t) = F(t_0) + K \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} v_{resultante}(t) dt$$

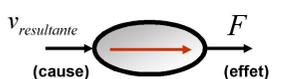
$\Delta x(t) = \frac{1}{K} F(t)$

$\Delta x(t) = x_1(t) - x_2(t)$

$\frac{dx}{dt} = v_{resultante}(t)$

$v_{resultante}(t) = v_1(t) - v_2(t)$

$\Delta v$ : vitesse résultante, les vitesses sont différentes



**Causalité interne**

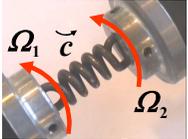
Energie potentielle :  $\frac{1}{2} \frac{1}{K} F^2$

26

### Les accumulateurs

#### La mécanique

Raideur en torsion  $\Delta\theta$  (Angle de torsion)




**Hypothèse de linéarité :**  $K$  constante

Équation différentielle :

$$\frac{1}{K} \frac{dc}{dt} = \Delta\Omega$$

Solution :

$$c(t) = c(t_0) + K \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \Omega_{resultante}(t) dt$$

**Élément potentiel mécanique**

$$\frac{d\theta}{dt} = \Delta\Omega(t) \quad \Delta\theta(t) = \frac{1}{K} c(t)$$

$$\Delta\Omega(t) = \Omega_1(t) - \Omega_2(t) \quad \Delta\theta(t) = \theta_1(t) - \theta_2(t)$$

$K$  : la raideur  
 $\Delta\Omega$  : vitesse résultante, les vitesses sont différentes



**Causalité interne**

Energie potentielle :  $\frac{1}{2} \frac{1}{K} c^2$

27

### Les dissipateurs

#### DISSIPATION D' ENERGIE



Relation instantanée

**Objectif**

**Obtenir un modèle qui respecte la causalité imposée aux processus dissipateurs**

Leur causalité est externe (imposée par les éléments extérieurs)

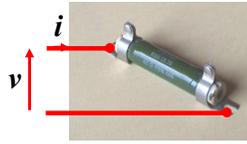
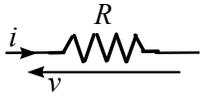
28

### Les dissipateurs

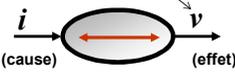
#### Dissipateur électrique

#### La résistance

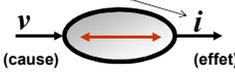
$R$  : la résistance

**Élément dissipatif électrique**

$$v(t) = R i(t) \quad \text{ou} \quad i(t) = \frac{1}{R} v(t)$$


**ou**



**Causalité externe**

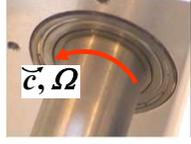
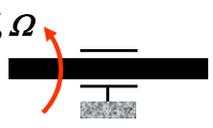
29

### Les dissipateurs

#### Dissipateur mécanique

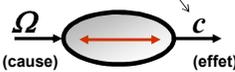
#### Frottements

$f$  : le coefficient de frottement

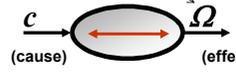



ou

**Élément dissipatif mécanique**

$$c(t) = f \Omega(t) \quad \text{ou} \quad \Omega(t) = \frac{1}{f} c(t)$$


**ou**



**Causalité externe**

30

## Les dissipateurs Dissipateur mécanique

Frottements d'un solide en translation

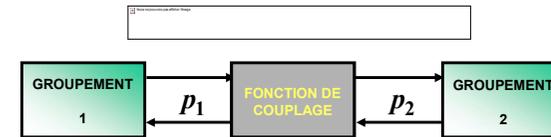
31

## Les éléments de couplage

Le transfert de puissance



Un dispositif transférant de la puissance d'un domaine à un autre comprend intrinsèquement une fonction de couplage parfait telle que :

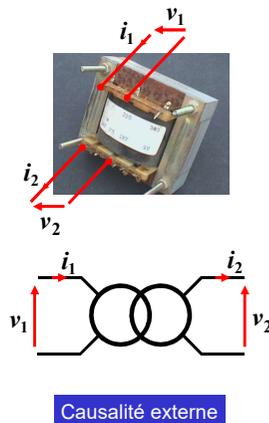


La définition de la puissance conduit à deux classes de fonctions

32

## Les éléments de couplage

Couplage électrique Le transformateur idéal

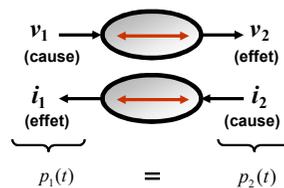


Causalité externe

### Élément modulateur électrique

Hypothèse : ni pertes, ni accumulation

$m$  : rapport de transformation



$$v_2(t) = m v_1(t), \quad i_1(t) = m i_2(t)$$

Causes imposées par l'extérieur

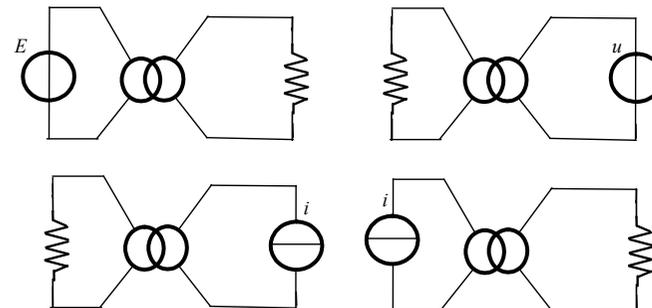
33

## Les éléments de couplage

$$v_2(t) = m v_1(t), \quad i_1(t) = m i_2(t)$$

Exercice:

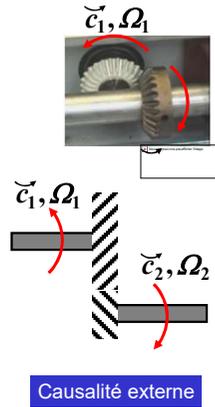
Pour chaque exemple, indiquez où se trouvent  $v_1(t), i_1(t), i_2(t)$



34

## Les éléments de couplage

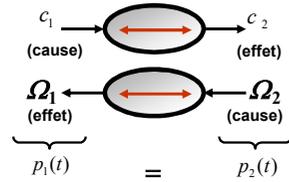
Couplage mécanique



### Élément modulateur mécanique

Hypothèse : ni pertes, ni accumulation

$m$  : rapport de réduction ou de multiplication



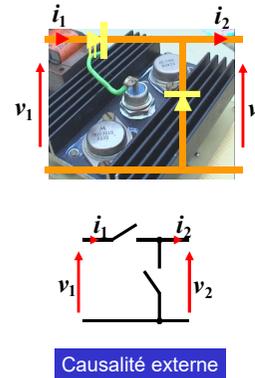
$$c_2(t) = m c_1(t), \quad \Omega_1(t) = m \Omega_2(t)$$

Causes imposées par l'extérieur

35

## Les éléments de couplage

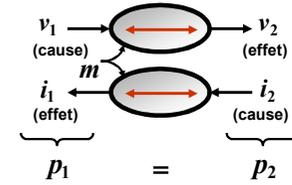
Le hacheur



### Élément modulateur électronique

Hypothèse : ni pertes, ni accumulation

$m$  : fonction de conversion



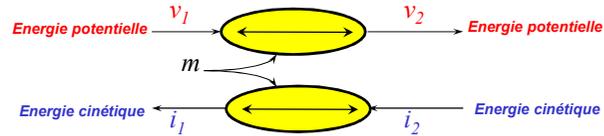
$$v_2(t) = m v_1(t), \quad i_1(t) = m i_2(t)$$

Causes imposées par l'extérieur

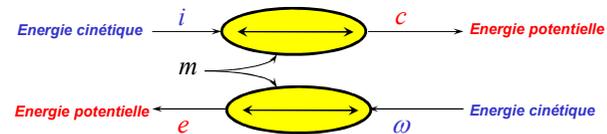
36

Remarque : Pour les éléments de couplage, on distingue

**LES MODULATEURS : Transformateur, réducteurs mécaniques ...**



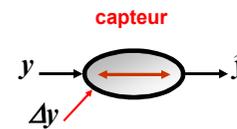
**LES GYRATEURS : Machine à courant continu ...**



Couplage idéal : La puissance est conservée

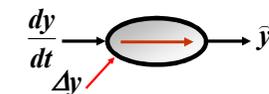
37

## Les capteurs



$$\hat{y} = y + \Delta y$$

capteur intégrateur



$$\hat{y} = \Delta y + \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} (dy/dt) dt$$

$\Delta y$  : bruit et erreurs (linéarité, décalage,...)

38

## Les opérateurs (neutralité énergétique)

Les opérateurs sont une représentation des lois de la physique propre à l'association d'objets élémentaires qui constituent un système (circuit électrique, système mécanique, ...)

Ce ne sont pas des objets !

Les lois de la physique sont générales. Par rapport à un système étudié, il faut l'appliquer et faire le tri des grandeurs

Les grandeurs imposées par les autres processeurs (correspondant aux objets isolés) sont des causes pour les lois de la physique !

Il faut donc identifier les grandeurs imposées par les autres processeurs

**Objectif**  
Obtenir un modèle qui respecte la **causalité** imposée par les autres processus

39

## Les opérateurs électriques

Objectif: Déterminer une **grandeur électrique** en fonction des autres

Loi des nœuds :

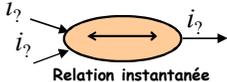


$$\sum_{k=1}^K i_k = 0$$

Ensuite, il faut déterminer quel est le courant à calculer en fonction des autres,

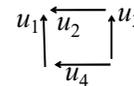
Il faut identifier les grandeurs déjà déterminées

Les courants imposés par les autres processeurs sont des causes pour cet opérateur électrique



Relation instantanée

Loi des mailles :

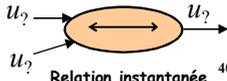


$$\sum_{k=1}^K u_k = 0$$

Ensuite, il faut déterminer quel est le courant à calculer en fonction des autres.

Il faut identifier les grandeurs déjà déterminées

Les tensions imposées par les autres processeurs sont des causes pour cet opérateur électrique



Relation instantanée

40

## Les opérateurs électriques

Remarque pratique; les lois de l'électricité permettent très souvent de déterminer la cause appliquée à un accumulateur

Pour une bobine, sa cause est une tension appliquée à ces bornes.

Elle résulte très souvent d'une loi des mailles

Pour un condensateur, sa cause est ...

Cette cause résulte très souvent d'une loi des ...

41

## Les opérateurs électriques

Exercice

42

## Les opérateurs mécaniques

43

Objectif: Déterminer une **grandeur mécanique** en fonction des autres  
Les lois de la mécanique permettent de déterminer la cause appliquée à un accumulateur mécanique (le couple résultant ou la force résultante)

Cas d'une inertie en rotation:

Il s'agit de déterminer le couple résultant appliqué comme cause à cette inertie

Conseil : Distinguer les couples entraînants et les couples résistants

Si l'inertie tourne à vitesse constante, bilan des couples en statique :

$$\sum_{k=1}^K C_k = 0$$

Dans le cas général, bilan des couples en dynamique

$$\sum_{k=1}^K C_k = C_{\text{resultant}}(t) \quad \text{ou} \quad C_{\text{entraînant}}(t) - C_{\text{résistant}}(t) = C_{\text{resultant}}(t)$$

## Les opérateurs mécaniques

44

Remarque : Principe Fondamental de la Statique

Bilan des forces :  $\sum_{k=1}^K \vec{F}_k = 0$

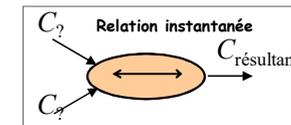
En dynamique, le résultat n'est pas nul !

Il correspond à la force résultante (des autres) et appliquée à l'objet

Bilan des couples :  $\sum_{k=1}^K C_k = 0$

En dynamique, le résultat n'est pas nul !

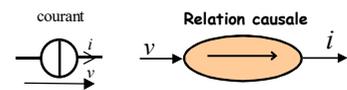
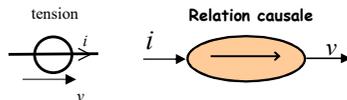
Il correspond au couple résultant (des autres) et appliqué à l'objet



## Et les autres ...

### SOURCES D'ENERGIE :

Exemple :  
Source de tension

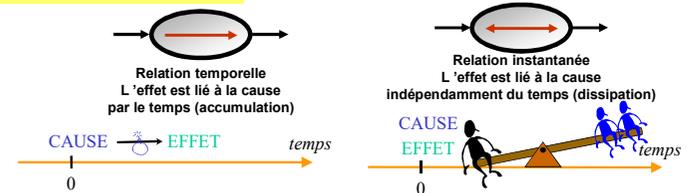


Il ne faut rien de plus.....

45

## Que faut-il retenir ?

### Deux natures de relation



### La dérivation n'est pas causale, car non naturelle

~~☹️ entrée(t) =  $\frac{dsortie(t)}{dt}$~~

☺️ sortie(t) =  $\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \text{entrée}(t) dt + \text{sortie}(t_0)$

La seule à utiliser pour une modélisation physique

Pas de choix possible !

46

## Bibliothèque

		ACCUMULATEURS ENERGIE CINETIQUE	ENERGIE POTENTIELLE	DISSIPATEURS
CORRELS ELECTRIQUES ↕ ANALOGIE	BOBINE	 $\phi(t) = \phi(t_0) + \int_{t_0}^t v(t) dt$ $\phi(t) = L \cdot i(t)$ , le flux avec L l'inductance en Henry $i(t)$ est la tension imposée aux bornes de la bobine	 $Q(t) = Q(t_0) + \int_{t_0}^t i(t) dt$ $Q(t) = C \cdot v(t)$ , la quantité d'électricité avec C la capacité en Farad $v(t)$ est la tension imposée aux bornes de la bobine	 <b>AUTODUALITE</b> $v(t) = R \cdot i(t)$ ou $i(t) = \frac{1}{R} \cdot v(t)$ Avec R, la résistance en Ohm
	CORRELS MECANIQUES ↕ DUALITE	MASSE TOURNANTE	 $M(t) = M(t_0) + \int_{t_0}^t c(t) dt$ $c(t)$ est le couple résultant imposé sur la masse issu du bilan des couples appliqués. Sur cet exemple, $c(t) = c_1 \cdot \Omega + c_2 \cdot \Omega$ $M(t) = J \cdot \Omega(t)$ , le moment cinétique avec J le moment d'inertie	 $\theta(t) = \theta(t_0) + \int_{t_0}^t \Omega(t) dt$ $\Omega(t)$ est la vitesse résultante imposée sur le ressort et est issue du bilan des vitesses appliquées. Sur cet exemple, $\Omega(t) = \Omega_1(t) - \Omega_2(t)$ $\theta(t) = \frac{1}{k} \cdot F(t)$ , l'angle de torsion avec K la raideur
	MASSE en translation	 $v(t) = v(t_0) + \frac{1}{m} \int_{t_0}^t F_{resultante}(t) dt$ $m$ est la masse du solide en translation	 $F_x(t) = F_s(t) + K \int v_{resultante}(t) dt$ $v_{resultante}(t) = v_1(t) - v_2(t)$ $v_{resultante}$ est la vitesse résultante	 $F(t) = f \cdot v(t)$ ou $v(t) = \frac{1}{f} \cdot F(t)$

47

## Les éléments de couplage Bibliothèque

		COUPLEURS ELECTRIQUES	ANALOGIE	COUPLEURS MECANIQUES
MODULATEURS	TRANSFORMATEUR PARFAIT	 $v_1 i_1 = v_2 i_2$ avec : $v_2 = m v_1$ et $i_1 = m i_2$ (m rapport de transformation) $m \in \mathbb{R}$	CELLULE DE COMMUTATION	REDUCTEUR MECANIQUE
DUALITE	CONVERSION ELECTROMECHANIQUE	$c \Omega = e i$ avec : $c = k i$ et $e = k \Omega$ (k constante de conversion électromécanique) $k \in \mathbb{R}$	$v_1 i_1 = v_2 i_2$ avec : $v_2 = f v_1$ et $i_1 = f i_2$ (f fonction de conversion) $f \in \{0,1\}$	$c_1 \Omega_1 = c_2 \Omega_2$ avec : $\Omega_1 = m \Omega_2$ et $c_2 = m c_1$ (1/m rapport de réduction) $m \in \mathbb{R}$
GYRATEURS				

48

## Etablissement d'un modèle

- ETAPE 1 :**  
**Localiser les sources et les accumulateurs** Déterminer leurs grandeurs influentes et leurs grandeurs influencées
- ETAPE 2 :**  
**Localiser les dissipateurs** Déterminer leurs grandeurs influentes à partir des grandeurs de sortie des sources et des accumulateurs
- ETAPE 3 :**  
**Localiser les autres objets** Déterminer leurs grandeurs influentes à partir des grandeurs de sortie des sources et des accumulateurs
- ETAPE 4 :**  
**Ordonner les lois de la physique** Déterminer les grandeurs imposées par les autres processeurs, en déduire la grandeur calculée par la loi
- ETAPE 5 :**  
**Etablir le graphe** Réaliser l'interconnexion des entrées aux sorties en introduisant des opérateurs neutres si nécessaire

49

## Exercice d'application Exercice d'entraînement

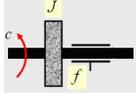
Déterminez le G.I.C. de ce circuit électrique

Déterminez le G.I.C. de ce circuit électrique

50

## Exercice d'application

Déterminez le G.I.C.  
de ce système mécanique



51

## Détermination des équations différentielles

Intérêt :

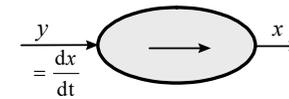
Quand on a des équations différentielles, on peut les résoudre pour trouver les solutions

Principe :

On peut faire correspondre une équation différentielle à toute équation intégrale, c'est-à-dire à toute équation temporelle

$$x(t) = \int_t^{t+\Delta t} y(t)dt + x(t_0) \longrightarrow \frac{dx}{dt} = y(t)$$

c'est-à-dire à tout processeur accumulateur



Pour faire apparaître les équations différentielles, il faut étudier d'abord les accumulateurs

Application :

Trouvez les équations différentielles à l'exemple précédent

52

## Représentation dans le domaine de Laplace

Intérêt :

On remplace les intégrations en fonction du temps ( $t$ ) par des divisions par la variable de Laplace ( $s$ )

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} v_L dt + i_L(t_0) \xrightarrow{\text{Transformée de Laplace}} i_L(s) = \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{s} \cdot v_L(s) + i_L(t_0)$$

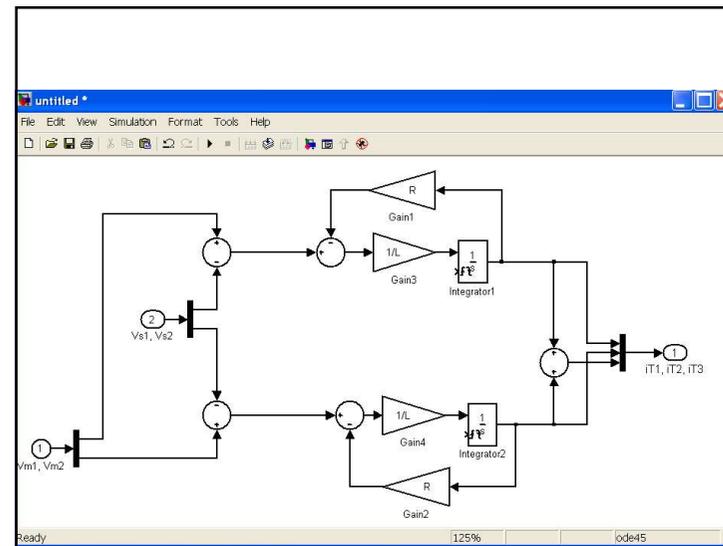
$$v_R(t) = R \cdot i_R(t) \xrightarrow{\text{Transformée de Laplace}} v_R(s) = R \cdot i_R(s)$$

### Représentation sous forme de schéma bloc

Application :

Représentez la représentation par schéma bloc de l'exemple précédent

53



## Conclusion

# POURQUOI UTILISER LE G.I.C ?

**UN PROBLEME BIEN POSE EST  
DEJA A MOITIE RESOLU**

**UN PETIT DESSIN VAUT MIEUX  
QU'UN LONG DISCOURS**

- Le GIC force l'intuition, impose la réflexion
- Le GIC impose le respect de la causalité naturelle
- Le GIC structure la transcription de la pensée

55

## Que faut il retenir ?

**Deux natures de relation**

Relation temporelle  
L'effet est lié à la cause par le temps (accumulation)

Relation instantanée  
L'effet est lié à la cause indépendamment du temps (dissipation)

**La dérivation n'est pas causale, car non naturelle**

☹️ ~~entrée(t) = dsortie(t)/dt~~

☺️  $sortie(t) = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} entrée(t) dt + sortie(t_0)$

La seule à utiliser pour une modélisation physique  
Pas de choix possible !

56

## Bibliothèque

	ACCUMULATEURS ENERGIE CINETIQUE	ENERGIE POTENTIELLE	DISSIPATEURS
OBJETS ELECTRIQUES	<b>BOBINE</b>  $\phi(t) = \phi(t_0) + \int_{t_0}^t i(t) dt$ <small><math>\phi(t) = L \cdot i(t)</math>, le flux avec L l'inductance en Henry <math>i(t)</math> est la tension imposée aux bornes de la bobine.</small>	<b>CONDENSATEUR</b>  $Q(t) = Q(t_0) + \int_{t_0}^t i(t) dt$ <small><math>Q(t) = C \cdot u(t)</math>, la quantité d'électricité avec C le capacité en Farad <math>i(t)</math> est le courant imposé traversant la condensation.</small>	<b>AUTODUALITE</b>  <small>Avec R, la résistance en Ohm</small>
OBJETS MECANQUES	<b>MASSE TOURNANTE</b>  $M(t) = M(t_0) + \int_{t_0}^t c(t) dt$ <small><math>c(t)</math> est le couple résultant imposé sur la masse au fil du temps des couples appliqués. Soit cet exemple, <math>c(t) = c_0 \cdot \sin(\omega t)</math> <math>M(t) = J \cdot \Omega(t)</math>, le moment cinétique avec J le moment d'inertie</small>	<b>ELASTICITE (TORSION)</b>  $\phi(t) = \phi(t_0) + \int_{t_0}^t \Omega(t) dt$ <small><math>\Omega(t)</math> est la vitesse résultante imposée sur le ressort et est issu du bilan des vitesses appliquées. Soit cet exemple, <math>\Omega(t) = \Omega_0 \cdot \sin(\omega t)</math> <math>\phi(t) = \frac{1}{k} \cdot \int c(t) dt</math>, l'angle de torsion avec K la raideur</small>	<b>PROTETEMENTS VISQUEUX</b>  $\Omega(t) = \frac{1}{f} \cdot c(t)$ ou $c(t) = f \cdot \Omega(t)$ $D(t) = \frac{1}{f} \cdot c(t)$ ou $c(t) = f \cdot D(t)$
	<b>MASSE en translation</b>  $v(t) = v(t_0) + \frac{1}{m} \int_{t_0}^t F_{résultante}(t) dt$ <small>m est la masse du solide en translation</small>	<b>ELASTICITE</b>  $F_e(t) = F_e(t_0) + K \int_{t_0}^t v_{résultante}(t) dt$ $v_{résultante}(t) = v_1(t) - v_2(t)$ <small>est la vitesse résultante</small>	<b>PROTETEMENTS VISQUEUX</b>  $F(t) = f \cdot v(t)$ ou $v(t) = \frac{1}{f} \cdot F(t)$

57

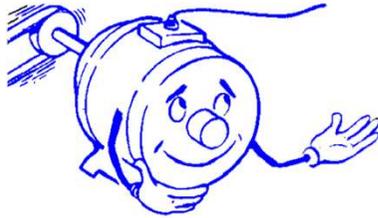
## Les éléments de couplage Bibliothèque

	COUPLEURS ELECTRIQUES	ANALOGIE	COUPLEURS MECANQUES
MODULATEURS	<b>TRANSFORMATEUR PARFAIT</b>  $v_1 i_1 = v_2 i_2$ avec : $v_2 = m v_1$ et $i_1 = m i_2$ <small>(m rapport de transformation) <math>m \in R</math></small>	<b>CELLULE DE COMMUTATION</b>  $v_1 i_1 = v_2 i_2$ avec : $v_2 = f v_1$ et $i_1 = f i_2$ <small>(f fonction de conversion) <math>f \in \{0,1\}</math></small>	<b>REDUCTEUR MECANIQUE</b>  $c_1 \Omega_1 = c_2 \Omega_2$ avec : $\Omega_2 = m \Omega_1$ et $c_2 = m c_1$ <small>(1/m rapport de réduction) <math>m \in R</math></small>
DUALITE	<b>CONVERSION ELECTROMECHANIQUE</b>  $c \Omega = e i$ avec : $c = k i$ et $e = k \Omega$ <small>(k constante de conversion électromécanique) <math>k \in R</math></small>		
GYRATEURS			

58

## Application

### Modélisation causale de la machine à courant continu



59

## Plan

- Principe de la machine électrique (rappel, cours EQUI1)
- Modélisation causale de la machine à courant continu
- Utilisation du modèle
- Macro modèle de la machine à courant continu

60

## Principe de la machine électrique (rappel)

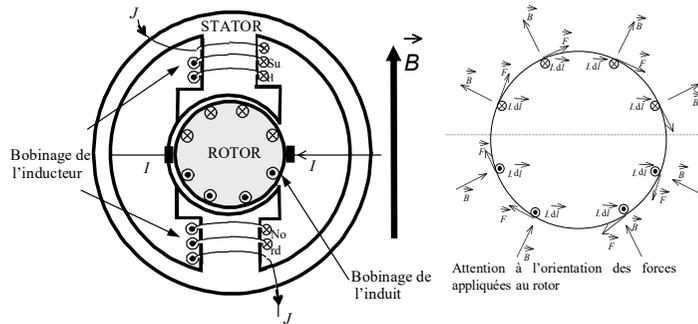
Forces de Laplace :

$$\vec{F} = i \cdot (\vec{l} \Delta \vec{B})$$

Circuit d'induit

Circuit d'inducteur

Composée de deux circuits bobinés (un circuit inducteur et un circuit induit) et d'un dispositif de commutation (collecteur et balais)



## Conversion électromécanique d'une machine idéale

Hypothèse :

Le champ magnétique ( $\phi$ ) est constant, donc le courant inducteur ( $J$ ) est constant. On peut faire apparaître une constante  $k$ .

En résumé

$$C_{em}(t) = k \cdot i(t) \quad (4)$$

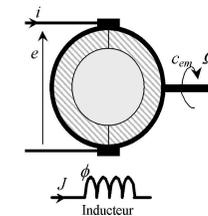
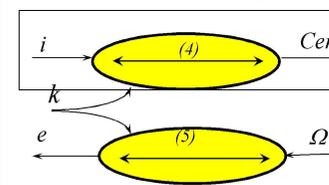
Grandeurs potentielles

Grandeurs cinétiques

$$e(t) = k \cdot \Omega(t) \quad (5)$$

C' est un ...

gyrateur

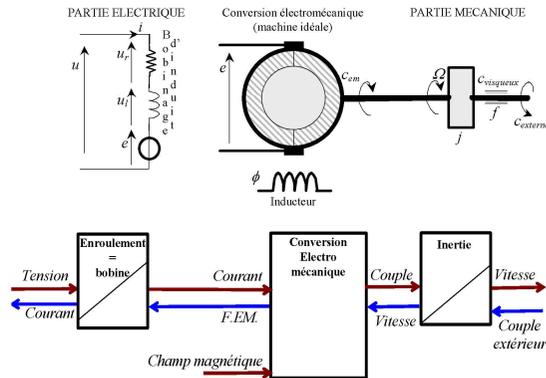


62

## Principe de la machine électrique

La machine réelle comporte trois parties :

- \_ la création d'un courant par un circuit électrique (nécessité d'une bobine = source de courant  $i$ )
- \_ la création d'une force ou d'un couple (Force de Laplace) par conversion électromécanique
- \_ la création d'une vitesse (nécessité d'une inertie = source de vitesse  $\Omega$ )



63

## Application de la machine électrique

On veut utiliser une machine à courant continu en moteur, quel type de source électrique faut il utiliser pour alimenter électriquement la machine ?

Un générateur de .....

On veut utiliser une machine à courant continu en générateur, quel type de source mécanique faut il utiliser pour l'entraîner ?

Une source .....

64

## Modélisation de la partie électrique

ON étudie la machine en fonctionnement « moteur ». Le circuit d'induit possède une inductance, une résistance et est relié à une source de tension ( $u$ ).

La machine à courant continu est alors un **récepteur de tension**.

**ETAPE 1** : Localiser les sources et les accumulateurs

**ETAPE 2** : Localiser les dissipateurs

**ETAPE 3** : Localiser les autres objets

**ETAPE 4** : Ordonner les lois de la physique

65

66

### Modélisation de la partie mécanique

#### ETAPE 1 : Localiser les sources et les accumulateurs

Une source de ....

Une source de ....

$j$  : moment d'inertie totalisé de toutes les masses ramenées sur l'arbre tournant à la vitesse  $\Omega$

$$\Omega(t) = \frac{1}{j} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} C_{resultant}(t) dt + \Omega(t_0) \quad (6)$$

#### ETAPE 2 : Localiser les dissipateurs

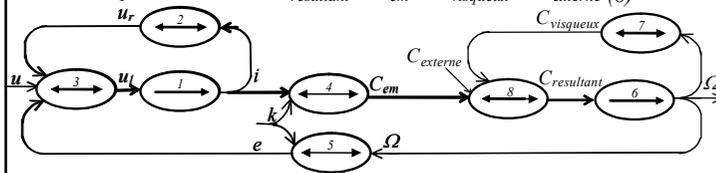
$f$  : coefficient frottement visqueux angulaire

$$C_{visqueux}(t) = f \cdot \Omega(t) \quad (7) \quad \text{ou} \quad \Omega(t) = (1/f) \cdot C_{visqueux}(t) \quad (7')$$

#### ETAPE 3 : Localiser les autres objets

#### ETAPE 4 : Ordonnancer les lois de la physique

Bilan des couples sur l'inertie  $C_{resultant} = C_{em} - C_{visqueux} - C_{externe} \quad (8)$



### Utilisation du modèle

Détermination du schéma bloc

68

### Utilisation du modèle

Détermination des équations différentielles

Détermination des équations d'état et exprimer les matrices et vecteurs

$R=0.1 \text{ Ohm}, L=0.01 \text{ H}, k=1.2, J=2 \text{ S.I.}, f=0,1 \text{ S.I.},$

69

### Conclusion sur les entrées de commande

La vitesse est influencée par deux couples.

Pour l'asservir, il faut donc compenser l'effet du couple externe et visqueux dans l'action du couple électromoteur.

Ceci constitue une première difficulté car la mesure du couple résistant est difficilement réalisable en pratique

70

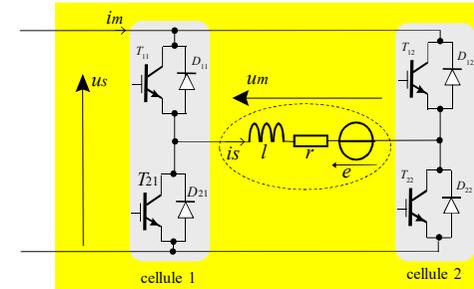
## Application

### Modélisation causale d'un convertisseur de puissance

71

## Convertisseur pour l'alimentation

La commande en vitesse de la machine nécessite le réglage de la tension  $u$  appliquée à son enroulement d'induit.  
L'enroulement d'induit correspond à un circuit série  $r, l, e$ .

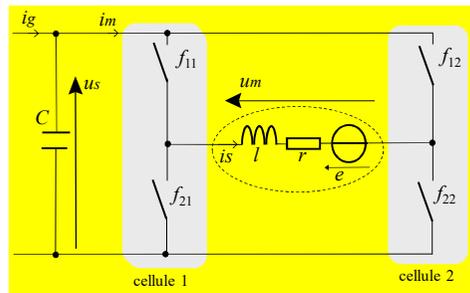


Chaque association d'un transistor en antiparallèle d'une diode est un interrupteur synthétisé, bidirectionnel en courant et unidirectionnel en tension.

Hypothèse : Conduction continue

-> chaque association (Transistor-Diode) est équivalent à un interrupteur idéal

## Convertisseur équivalent avec interrupteurs idéaux

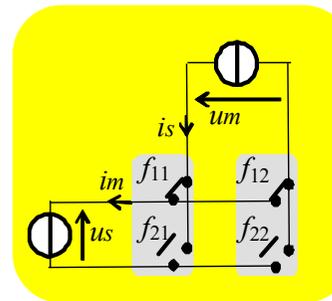


Nombre de configurations ?

$f_{11}$	$f_{12}$	$um$	$im$
0	0	0	0
0	1	-us	-is
1	0	us	is
1	1	0	0

73

## CONVERSION EN TENSION



Hypothèse

$$f_{21} = 1 - f_{11}$$

$\underline{s}$  :

$$f_{22} = 1 - f_{12}$$

Résultats :

$$um = (f_{11} - f_{12}) \cdot us$$

Fonction de conversion :

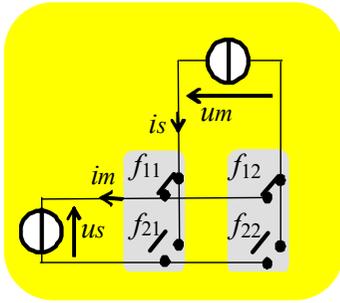
$$m = f_{11} - f_{12} \quad (1)$$

$um = m \cdot us \quad (2)$

Tension modulée ← Source de tension

74

**CONVERSION EN COURANT**



Hypothèse  $f_{21} = 1 - f_{11}$   
 $f_{22} = 1 - f_{12}$

Résultats :  $i_m = (f_{11} - f_{12}) \cdot i_s$

Fonction de conversion :  $m = f_{11} - f_{12}$

$i_m = m \cdot i_s \quad (3)$

**Courant modulé Source de courant**

75

**GIC du modèle**

**Modèle moyen dans le repère naturel**

La tension  $u_m$  ne pouvant prendre que les trois valeurs discrètes, comment concevoir sa variation entre  $-u_s$  et  $u_s$  ?

C'est sa valeur moyenne  $\langle u_m \rangle$  qui peut être réglée, de sorte que :

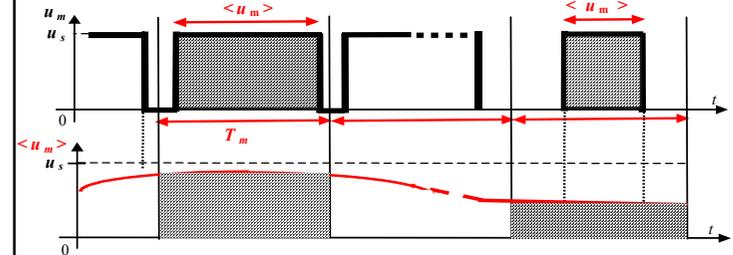
- pour  $u_m \in \{-u_s, u_s\}$   $\langle u_m \rangle \in [-u_s, u_s]$  ;
- pour  $u_m \in \{-u_s, 0\}$   $\langle u_m \rangle \in [-u_s, 0]$  ;
- pour  $u_m \in \{0, u_s\}$   $\langle u_m \rangle \in [0, u_s]$ .

$$\langle u_m(t) \rangle = \lim_{T_m \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{T_m} \int_{k.T_m}^{(k+1).T_m} u_m(t).dt \right]$$

77

**Modèle moyen dans le repère naturel**

$$\langle u_m(t) \rangle = \lim_{T_m \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{T_m} \int_{k.T_m}^{(k+1).T_m} u_m(t).dt \right]$$



Si  $T_m$ , appelée période de **commutation** ou encore de **modulation**, est suffisamment faible devant la constante de temps électrique de la machine, il apparaît très commode de considérer que celle-ci est alimentée par la « **valeur moyenne -instantanée** » définie comme la limite de lorsque  $T_m$  tend vers 0.

**Modèle moyen dans le repère naturel**

**LES FONCTIONS GENERATRICES**

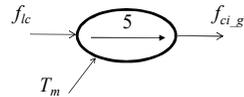
Les grandeurs électriques modulées sont appliquées à des charges du type ' filtre passe-bas ' (processeurs intégrateurs)

C'est la valeur moyenne des grandeurs modulées qui conditionne l'évolution temporelle des grandeurs d'état de la partie continue

On peut obtenir un « modèle moyen » du convertisseur en utilisant la notion de fonction génératrice de connexion sur une période de commutation  $T_m$

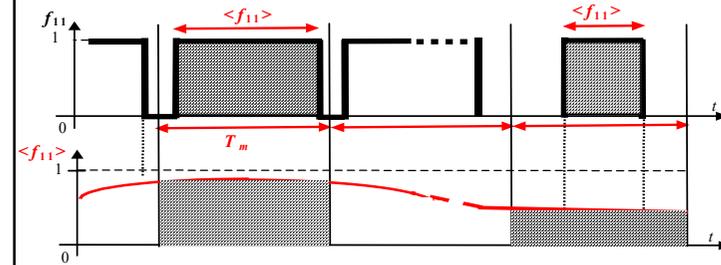
**Fonction génératrice de connexion** (sur une période de commutation  $T_m$ )

$$\langle f_{lc}(k,t) \rangle = \frac{1}{T_m} \cdot \int_{k \cdot T_m}^{(k+1) \cdot T_m} f_{lc}(\tau) d\tau$$



**Modèle moyen dans le repère naturel**

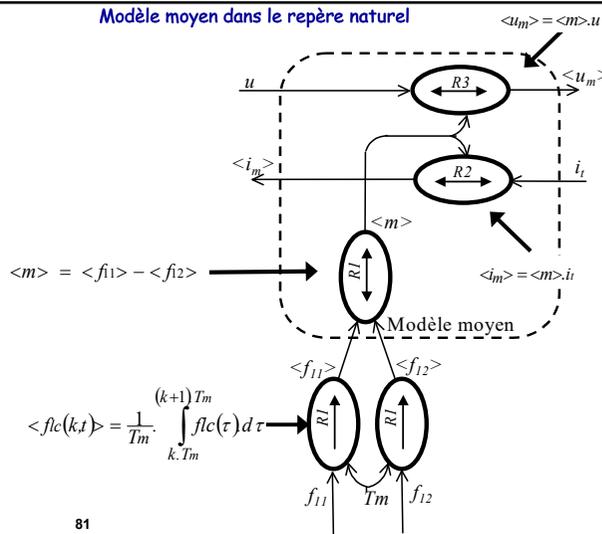
**LES FONCTIONS GENERATRICES**



**Fonction génératrice de connexion** (sur une période de commutation  $T_m$ ) est équivalente au **rapport cyclique**

$$\langle f_{lc}(k,t) \rangle = \frac{1}{T_m} \cdot \int_{k \cdot T_m}^{(k+1) \cdot T_m} f_{lc}(\tau) d\tau$$

**Modèle moyen dans le repère naturel**



81

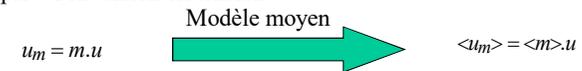
**Modèle moyen dans le repère naturel**

Par extension

**Fonction génératrice de conversion** (sur une période de commutation  $T_m$ )

$$\langle mc(k,t) \rangle = \frac{1}{T_m} \cdot \int_{k \cdot T_m}^{(k+1) \cdot T_m} mc(\tau) d\tau$$

Exemple : Conversion en tension

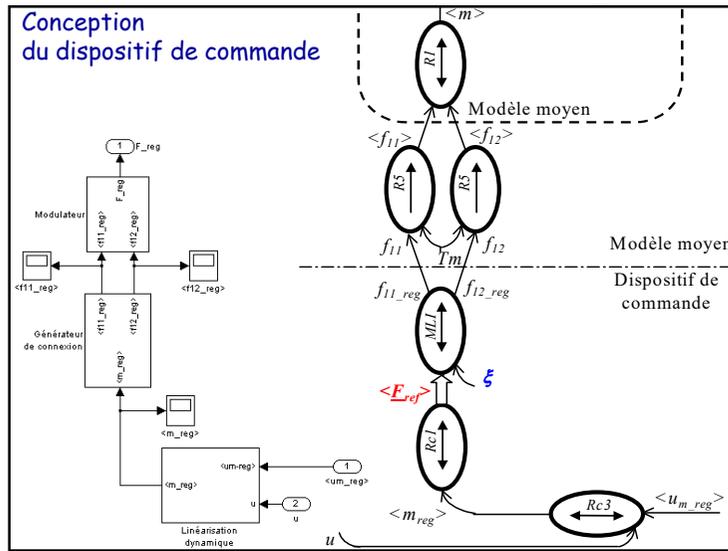
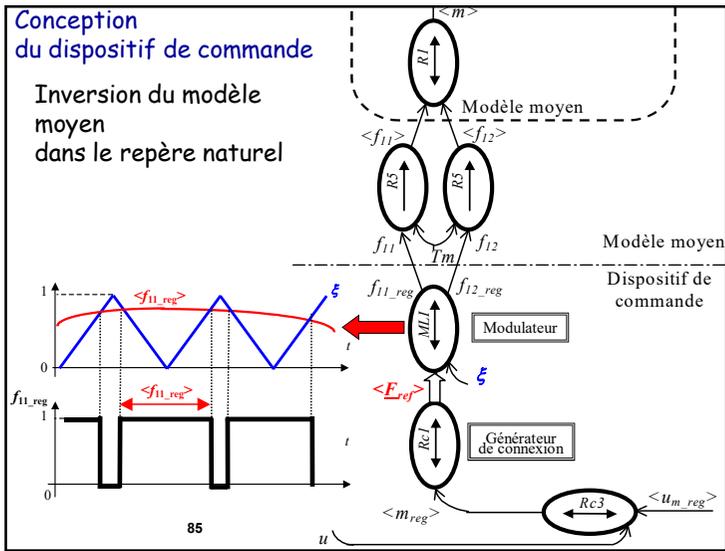
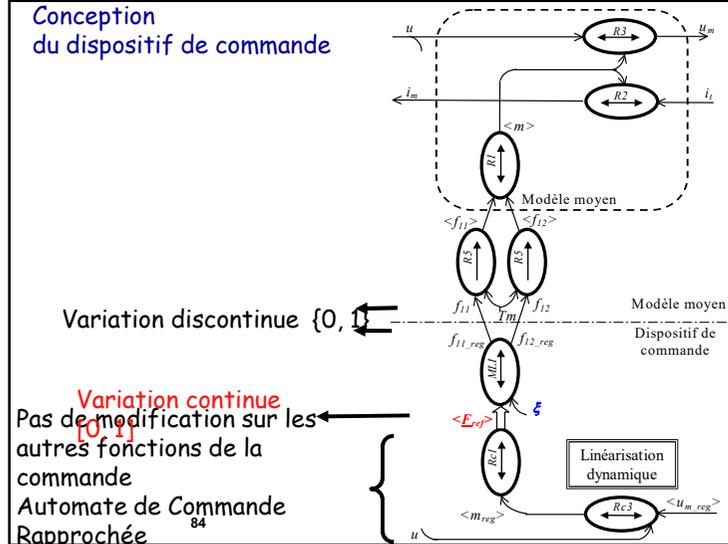
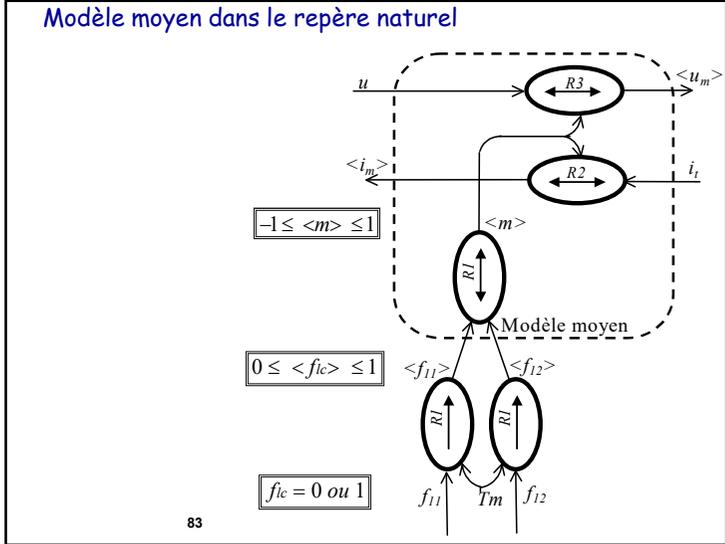


Grandeur sans dimension

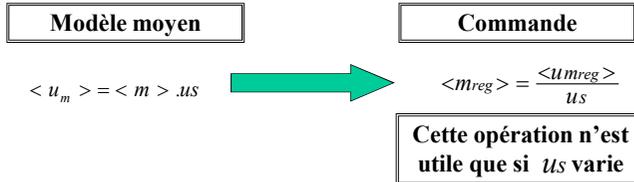
$$\langle m \rangle = \frac{\langle u_m \rangle}{\langle u \rangle}$$

Rapport cyclique signé

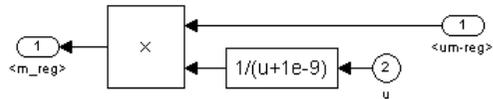
82



Conception du dispositif de commande  
**LINEARISATION DYNAMIQUE**



Exemple :



87

Conception du dispositif de commande  
**GENERATEUR DE CONNEXION**

Générateur de conversions  $\langle m \rangle = \langle f_{i1} \rangle - \langle f_{i2} \rangle$

Générateur de connexions  $\langle f_{i1\_reg} \rangle = ?$   
 $\langle f_{i2\_reg} \rangle = ?$  **Il existe une infinité de solutions**

Le choix fait au niveau du générateur de connexion a une grande importance sur l'optimisation de l'utilisation du convertisseur :

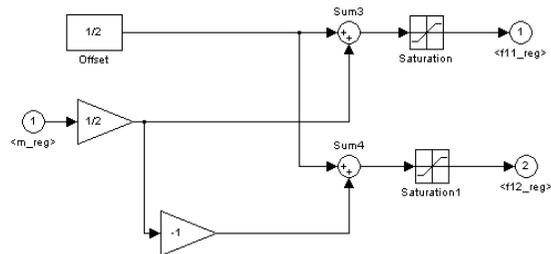
- Nombre de commutation des interrupteurs
- Niveau de saturation du convertisseur

88

Conception du dispositif de commande  
**GENERATEUR DE CONNEXION**

Générateur de conversions  $\langle m \rangle = \langle f_{i1} \rangle - \langle f_{i2} \rangle$

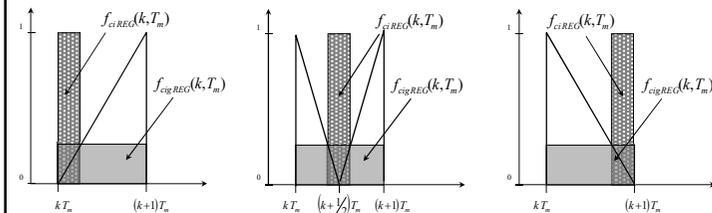
Générateur de connexions : exemple



89

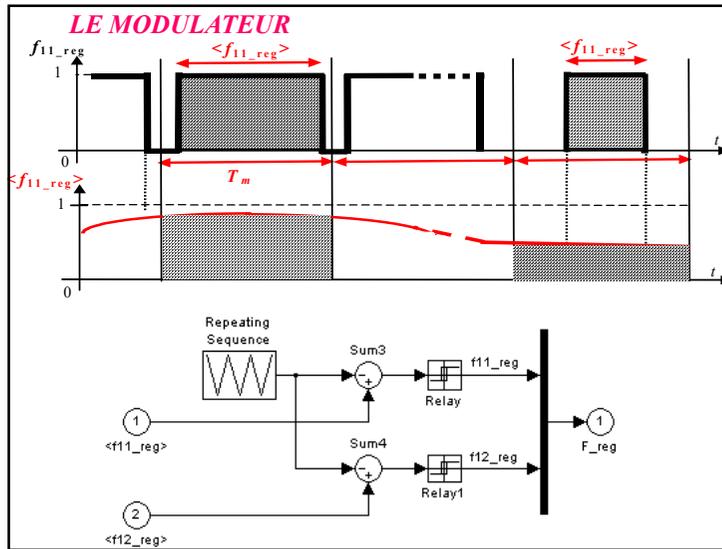
**LE MODULATEUR**

Position de l'impulsion



L'association d'une impulsion à droite puis d'une impulsion à gauche permet de diviser le nombre de commutation par 2  
 $T_e = T_c/2$

90



Déterminez la représentation sous forme de schéma-blocs du dispositif de commande complet