

Equipements électriques 2

Modélisation des machines électriques en régime transitoire

Introduction à la commande vectorielle



Bruno FRANCOIS



1

Plan

1 Rappels et Principe du contrôle vectoriel,

2 Machine Synchrone

3 Machine Asynchrone

Annexe : Application à une machine diphasée alternative

4 Onduleurs

Équipement Électrique

1

Introduction

Rappels

2^{ème} année

D'après une présentation de Xavier KESTELYN

3

Modèle en régime permanent – Modèle en régime transitoire

Fondamentaux :

Pour contrôler la vitesse, quelle est la grandeur d'un moteur qu'il faut être capable de contrôler ?

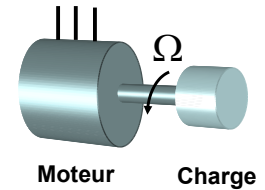
Équation fondamentale de la dynamique :

$$J \frac{d\Omega(t)}{dt} =$$

Bilan des couples :

$$\sum C_{\text{couple}}(t) =$$

$$\Omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$$



Pour **contrôler la vitesse** ou la position instantanée de l'ensemble, il faut être **capable** de **maîtriser le couple instantané** fourni par le moteur

4

Modèle en régime permanent – Modèle en régime transitoire

Fondamentaux :

On ne contrôle bien que ce que l'on connaît bien.

A partir des équations physiques ou de l'observation du fonctionnement d'un système, on établit un modèle qui peut être plus ou moins complexe.

On peut donc décider de modéliser le système en :

⇒ Régime permanent =

- tensions et courants sinusoïdaux et équilibrés de fréquence constante
- vitesse de rotation et couple résistant constant

Modèle simple et en pratique valable pour des grandeurs lentement variables

⇒ Régime transitoire =

Modèle valable en permanence mais plus complexe ...

5

Modèle en régime permanent – Modèle en régime transitoire

Exemples d'application :

Commande en $U/f = \text{constante}$

Algorithme de commande basé sur le modèle en régime permanent :

seule la valeur du couple en régime permanent est contrôlée

Prix intéressant, mise en oeuvre simple mais performances dynamiques limitées :

(Applications : pompes, ventilateurs, ...)

Commande vectorielle

Algorithme de commande basé sur le modèle en régime transitoire :

la valeur du couple instantané est contrôlée

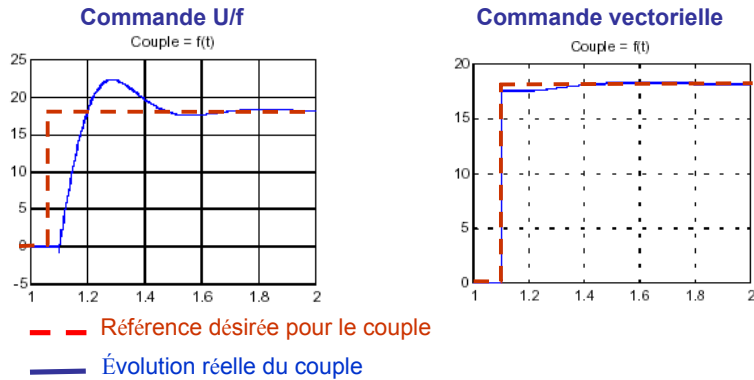
Prix plus élevé mais performances dynamiques accrues

(Applications : couple à l'arrêt nécessaire, déplacements rapides, ...)

6

Modèle en régime permanent – Modèle en régime transitoire

Réponse à un même échelon de couple des deux types de commande :



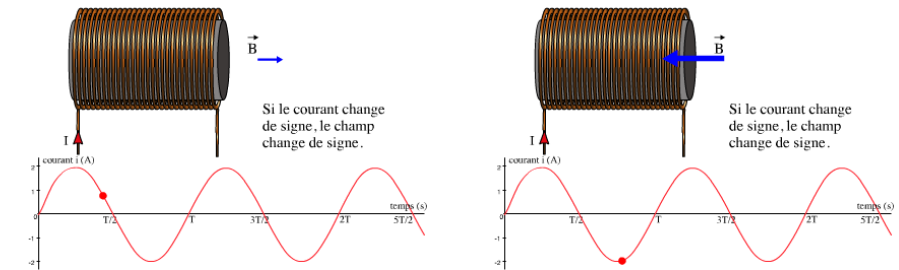
Si les deux commandes permettent d'obtenir les mêmes valeurs en régime permanent, seule la commande vectorielle

7

Représentation vectorielle des champs magnétiques

Une bobine alimentée en courant variable

Une bobine alimentée en courant sinusoïdal



Animations réalisées par Claude Divoux :

http://www.physique-appliquee.net/phyapp/champ_tournant/champ_frames.htm

8

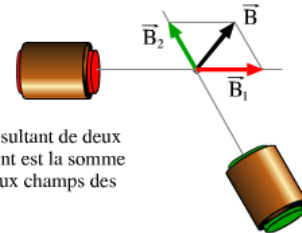
Représentation vectorielle des champs magnétiques

Deux bobines alimentées en courant continu

Le champ magnétique est une grandeur vectorielle.

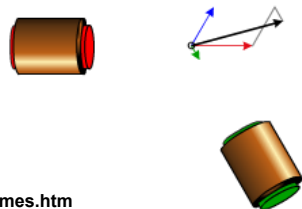
$$\vec{B} = \vec{B}_2 + \vec{B}_1$$

Donc le champ résultant de deux bobines en un point est la somme vectorielle des deux champs des bobines.



Trois bobines alimentées par des courants sinusoïdaux équilibrés

La somme vectorielle de ces trois champs donne un champ résultant de module constant mais tournant.



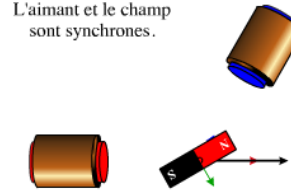
Animations réalisées par Claude Divoux :

http://www.physique-appliquee.net/phyapp/champ_tournant/champ_frames.htm

Représentation vectorielle des champs magnétiques

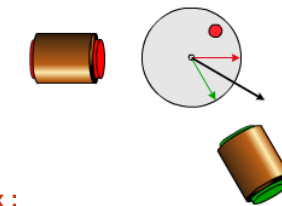
Principe de la Machine synchrone

L'aimant et le champ sont synchrones.



Principe de la machine asynchrone

C'est le principe du MOTEUR ASYNCHRONE.



Le disque subit les effets du champ magnétique, mais il n'est pas contraint de le suivre

On dit qu'il y a glissement entre le champ tournant et le rotor.

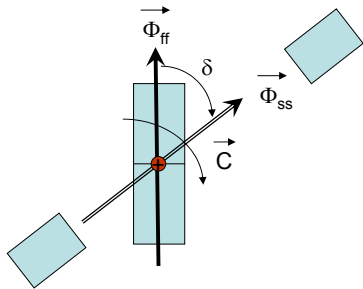
Animations réalisées par Claude Divoux :

http://www.physique-appliquee.net/phyapp/champ_tournant/champ_frames.htm

0

Contrôle Vectoriel du Flux ???

Couple électromagnétique instantané :



$$\vec{C} = k \vec{\Phi}_{ff} \wedge \vec{\Phi}_{ss}$$

$$C = k \Phi_{ff} \Phi_{ss} \sin \delta$$

(k dépend de la géométrie du système)

Contrôle du couple instantané
=
Contrôle des VECTEURS Flux
=
COMMANDE VECTORIELLE

11

Équipement Électrique

3

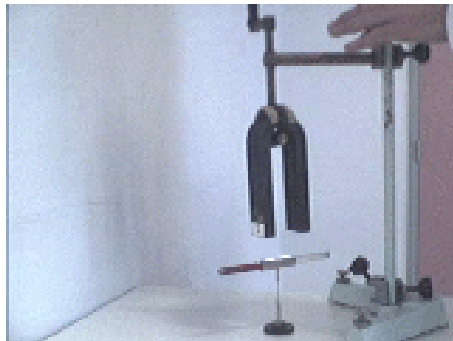
Machine Synchrone



D'après une présentation de Xavier KESTELYN

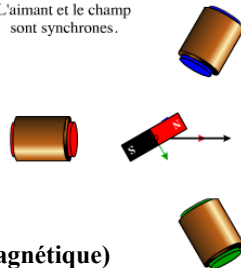
12

Principe physique



Principe de la Machine synchrone

L'aimant et le champ sont synchrones.

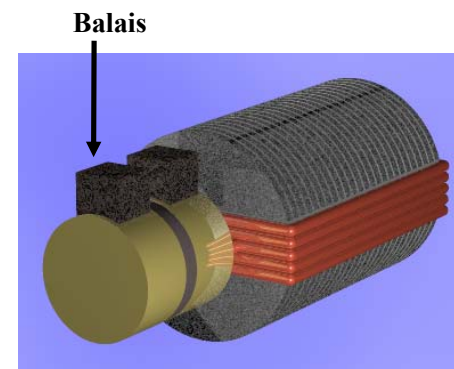


Le rotor peut être réalisé à partir :

- _ d'un aimant ou
- _ d'une bobine (électroaimant, électromagnétique)

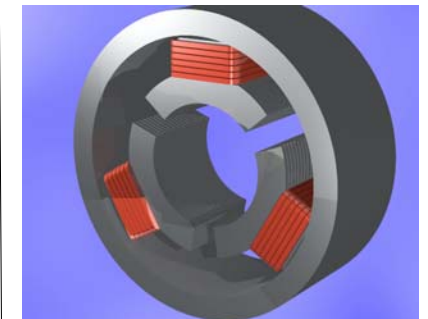
13

Réalisation d'un rotor bobiné



Bobine mobile alimentée par un courant continu (Inducteur)

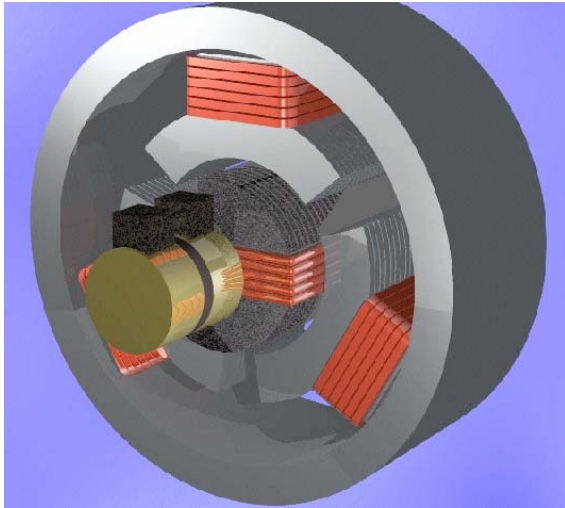
Réalisation du champ magnétique tournant



Stator triphasé où circulent trois courants sinusoïdaux

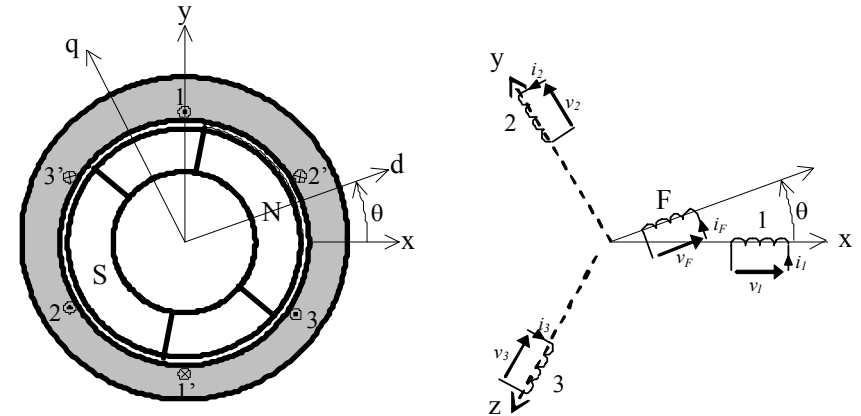
14

**Machine synchrone :
Constitution de la machine**



15

**Machine synchrone : 3 bobines fixes décalées de 120°
et 1 bobine mobile en courant continu**



1,2,3 :
Enroulements statoriques fixes
couplés en étoile
Alimentation variable

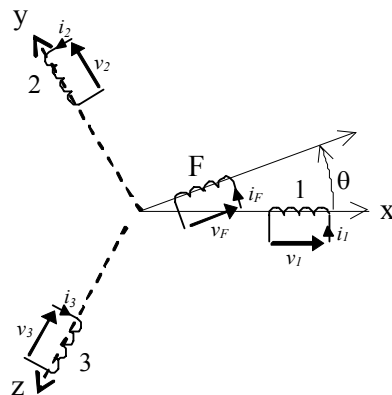
F :
Enroulement rotorique
mobile (Excitation – Field)
Alimentation continue

16

Machine synchrone :

Expression du flux dans une bobine d'une stator

$$\Phi_1(t) = L_S i_1(t) + M_S i_2(t) + M_S i_3(t) + M_{1F}(t) I_F$$



$$M_{1F} = M \cos \theta$$

17

Machine synchrone :

Notation matricielle (« vectorielle ») : Stator

$$\begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_S & M_S & M_S \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{1F} \\ \\ \end{pmatrix} I_F$$

Avec :

$$M_{1F} = M \cos \theta$$

$$M_{2F} = M \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$M_{3F} =$$

18

Machine synchrone :

Notation matricielle (« vectorielle ») : Rotor

$$\Phi_F = L_F I_F + \begin{pmatrix} M_{F1} & M_{F2} & M_{F3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix}$$

$$M_{F1} = M_{1F} = M \cos \theta$$

$$M_{F2} = M_{2F} = M \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$M_{F3} = M_{3F} =$$

19

Sur les deux autres phases

$$v_2 = R.i_2 + L_c \cdot \frac{di_2}{dt} + e_2 \quad e_2 = \frac{dM_{2F}}{d\theta} \cdot p \cdot \Omega \cdot i_F$$

$$v_3 = \quad e_3 =$$

21

Expression des tensions (au stator !!!)

En convention récepteur la tension sur la phase a s'écrit:

$$v_1 = R.i_1 + \frac{d\Phi_1}{dt} =$$

En supposant que les courants sont équilibrés (neutre non relié) :

$$i_3 = -i_1 - i_2$$

L'équation précédente devient:

$$v_1 =$$

$$v_1 = R.i_1 + L_c \cdot \frac{di_1}{dt} + \frac{d(M_{1F} \cdot I_F)}{dt}$$

$$\text{A vide } (i_1 = 0) \text{ , on obtient } e_1 = v_1(i_1 = 0) = \frac{d(M_{1F} \cdot I_F)}{dt} =$$

$$e_1 = \frac{dM_{1F}}{d\theta} \cdot p \cdot \Omega \cdot I_F$$

$$\text{La tension aux bornes de la phase a s'écrit : } v_1 = R.i_1 + L_c \cdot \frac{di_1}{dt} + e_1$$

20

Expression du couple instantané

La puissance électromagnétique instantanée s'écrit:

$$p_e = e_1.i_1 + e_2.i_2 + e_3.i_3$$

Celle ci est transformée en puissance mécanique, d'où le couple électromagnétique

$$c_{em}(t) = \frac{p_e}{\Omega} = \frac{e_1.i_1 + e_2.i_2 + e_3.i_3}{\Omega}$$

En remplaçant les fem par leurs expressions en fonction des flux, on obtient:

$$c_{em}(t) = M \left[i_1 \cdot \frac{d\cos(\theta)}{d\theta} + i_2 \cdot \frac{d\cos(\theta - 2\pi/3)}{d\theta} + i_3 \cdot \frac{d\cos(\theta - 4\pi/3)}{d\theta} \right] \cdot p \cdot I_F$$

Couple électromagnétique instantané (p=1) :

$$c_{em}(t) = -M I_F [i_1(t) \sin \theta(t) + i_2(t) \sin(\theta(t) - 2\pi/3) + i_3(t) \sin(\theta(t) - 4\pi/3)]$$

22

ANNEXE: Expression du couple en régime permanent

On alimente les trois enroulements du stator avec trois courants sinusoïdaux de fréquence f et équilibrés :

$$i_1(t) = I_{\max} \sin(2\pi f t) \quad i_2(t) = I_{\max} \sin(2\pi f t - 2\pi/3) \quad i_3(t) =$$

On définit l'angle électrique (au stator) :

$$\theta_s(t) = 2\pi f t$$

$$i_1(t) = I_{\max} \sin(\theta_s(t)) \quad i_2(t) = I_{\max} \sin(\theta_s(t) - 2\pi/3) \quad i_3(t) =$$

Alors :
$$c_{em}(t) = -\frac{3}{2} M I_F I_{\max} \cos(\theta_s(t) - \theta(t))$$

Il faut donc **autopiloter** l'angle électrique $\theta_s(t)$ par rapport à l'angle mécanique $\theta(t)$ pour que le couple moyen ne soit pas nul.

Le couple est constant et max pour $\theta_s(t) = \theta(t)$

23

ANNEXE: Expression du couple en régime permanent

Régime permanent (couple choisi maximum) : $\theta_s(t) = \theta(t)$

$$C = -\frac{3}{2} M I_F I_{\max} = -\frac{3}{2} M I_F \sqrt{2} I_{eff}$$

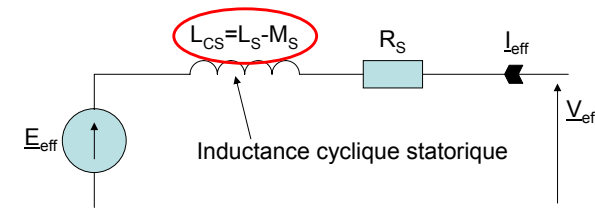
Remarque : à vide ($i=0$)

$$e_1 = p \cdot \Omega \cdot I_F \cdot \frac{dM_{1F}}{d\theta} = p \cdot \Omega \cdot I_F \cdot \frac{d(M \cos \theta)}{d\theta} = \sqrt{2} E_{eff}^{vide} \sin \theta$$

$$E_{eff}^{vide} =$$

$$C = 3 E_{eff}^{vide} I_{eff} \frac{1}{p \cdot \Omega}$$

La valeur efficace du courant vient du schéma monophasé équivalent.



$$C \Omega = 3 E_{eff} I_{eff}$$

24

Rappel de l'objectif

On veut imposer la vitesse à une valeur de référence, comment faire ?

$$J \frac{d\Omega(t)}{dt} = \sum C_{Couple}(t)$$

$$\sum C_{Couple}(t) = C_{moteur}(t) - C_{charge}(t) - C_{frottement}(t)$$

\downarrow
 $f\Omega$

$$c_{em}(t) = -MI_F [i_1(t) \sin \theta(t) + i_2(t) \sin(\theta(t) - 2\pi/3) + i_3(t) \sin(\theta(t) - 4\pi/3)]$$

Pour contrôler la vitesse, il faut **contrôler le couple instantané**. Cela :
 _ nécessite le contrôle **instantané** des courants triphasés,
 _ dépend de la position **instantanée** du rotor

CONCLUSION :

En l'état, dû à la complexité du modèle de la machine, il est difficile de contrôler le couple instantané de la machine synchrone en régime quelconque

27

Mise en équation dans le repère diphasé orthogonal

Le contrôle du couple est difficile car le flux d'une phase dépend des courants de chacune des trois phases.

SOLUTION :

« déplacer » le problème en un autre plus simple

=
UTILISER une **TRANSFORMATION**

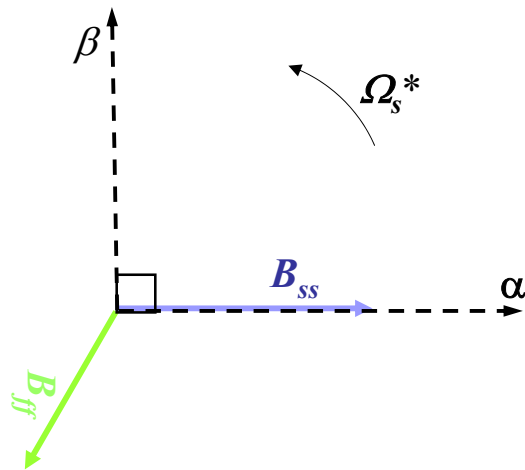
Au lieu de contrôler les courants de la machine réelle, on préfère contrôler les courants d'une machine « fictive » équivalente.

IDEE :

La machine **couplée en étoile** perd un degré de liberté (car $i_1+i_2+i_3=0$) donc la machine **triphasée** couplée en étoile est équivalente à une machine **diphasée** (2 phases)

28

Mise en équation dans le repère diphasé orthogonal



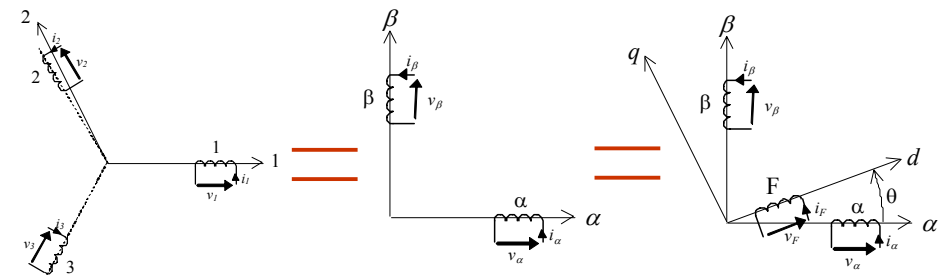
B_{ss} , champ magnétique tournant créé par les trois bobines du stator
 B_{ff} , champ magnétique tournant créé par la bobine du rotor

C'est la course !

Angle quelconque entre les deux champs

29

Mise en équation dans le repère diphasé orthogonal



Les axes α et β sont perpendiculaires et on considère 2 enroulements virtuels perpendiculaires.

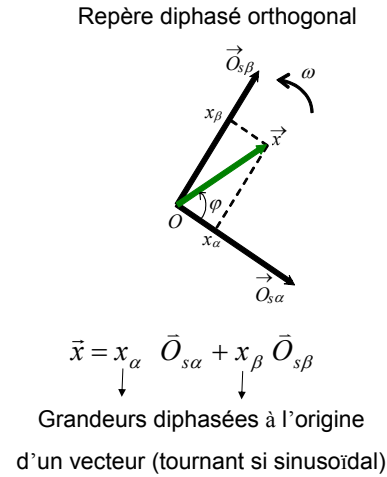
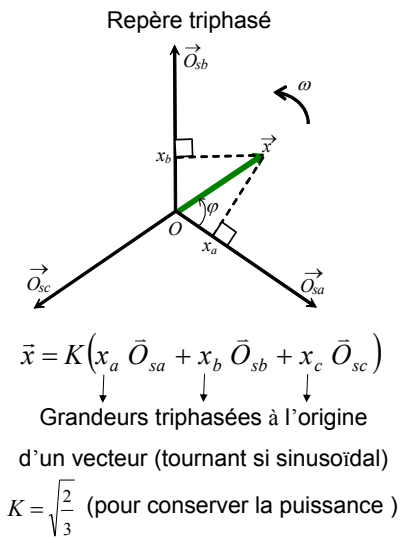
Les flux de chaque enroulement sont perpendiculaires aussi !

Il n'y a plus d'interactions et donc les **inductances mutuelles** sont nulles :

Φ_α dépend uniquement de i_α qui dépend de v_α
 Φ_β dépend uniquement de i_β qui dépend de v_β

Le système est découplé et il est donc plus facile de régler le couple instantané de la machine

30



31

Expression de la transformée de Concordia :

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(0) & \cos(\frac{2\pi}{3}) & \cos(\frac{4\pi}{3}) \\ \sin(0) & \sin(\frac{2\pi}{3}) & \sin(\frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}$$

$$x_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}(x_a + x_b + x_c)$$

Généralisation :

$$[X_{\alpha,\beta,0}] = [C][X] \quad [C] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Application aux courants :

$$i_\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(i_1 - \frac{1}{2} i_2 - \frac{1}{2} i_3 \right)$$

$$i_\beta = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} i_2 - \frac{\sqrt{3}}{2} i_3 \right)$$

32

Machine synchrone : TRANSFORMATION de CONCORDIA

En effectuant le changement de variables OU changement de base, on obtient :

En ne considérant que le stator :

$$\begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_S & M_S & M_S \\ M_S & L_S & M_S \\ M_S & M_S & L_S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix}$$

$$[C]^{-1} \begin{pmatrix} \Phi_\alpha \\ \Phi_\beta \\ \Phi_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_S & M_S & M_S \\ M_S & L_S & M_S \\ M_S & M_S & L_S \end{pmatrix} [C]^{-1} \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{pmatrix}$$

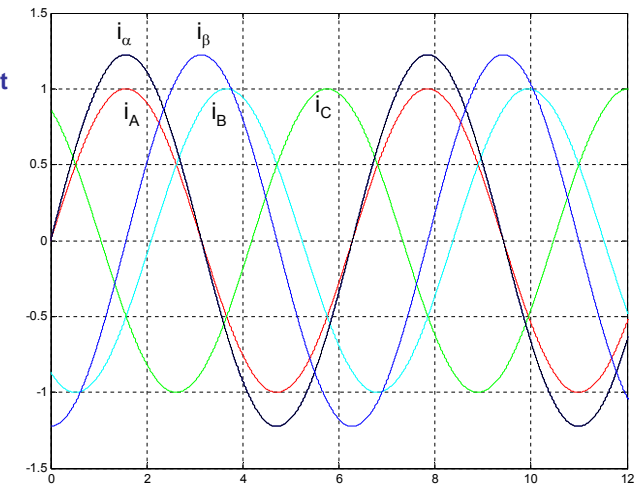
$$\begin{pmatrix} \Phi_\alpha \\ \Phi_\beta \\ \Phi_0 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \Phi_\alpha \\ \Phi_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_S - M_S & 0 \\ 0 & L_S - M_S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix} + \sqrt{\frac{3}{2}} M I_F \begin{pmatrix} \cos \theta(t) \\ \sin \theta(t) \end{pmatrix}$$

33

Machine synchrone : TRANSFORMATION de CONCORDIA

Tracé des courants en régime permanent Pour $I_{\max} = 1A$



34

Expression du couple instantané

$$c_{em}(t) = -MI_F \left(i_1(t) \sin \theta + i_2(t) \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_3(t) \sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \right)$$

et : $i_1(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} i_\alpha(t)$ $i_2(t) =$

d'où :

$$c_{em}(t) = -\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot M \cdot I_F \left(i_\alpha(t) \cdot \sin \theta(t) - i_\beta(t) \cdot \cos \theta(t) \right)$$

Rappel de l'objectif

Pour contrôler la vitesse, il faut **contrôler le couple instantané**. Cela :
 _ nécessite le contrôle
 _ dépend de la position

CONCLUSION :

En l'état, dû à la complexité du modèle de la machine, il est encore difficile de contrôler le couple instantané de la machine synchrone en régime quelconque

35

ANNEXE: Expression du couple en régime permanent

Régime permanent (couple max) :

$$i_1(t) = I_{max} \sin \theta \quad i_2(t) = I_{max} \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \quad i_3(t) = I_{max} \sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right)$$

d'où :

$$i_\alpha(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(i_1(t) - \frac{1}{2} i_2(t) - \frac{1}{2} i_3(t) \right) = \sqrt{\frac{3}{2}} I_{max} \sin \theta$$

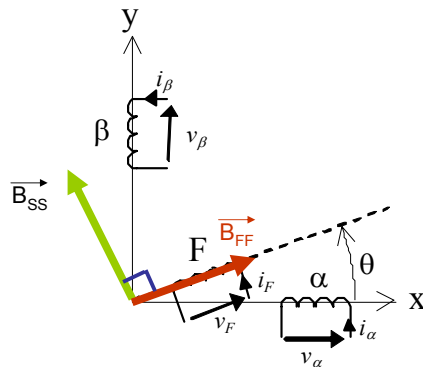
$$i_\beta(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} i_2(t) - \frac{\sqrt{3}}{2} i_3(t) \right) = -\sqrt{\frac{3}{2}} I_{max} \cos \theta$$

$$C = \dots$$

36

Machine synchrone : TRANSFORMATION de CONCORDIA

Diagramme vectoriel :
 Régime permanent
 (couple max)



37

Mise en équation dans le repère diphasé orthogonal tournant

Même si le problème de départ est simplifié, il faut encore contrôler **deux courants** qui même en régime permanent restent **sinusoïdaux**.

SOLUTION :

Déplacer le problème en un autre encore (!!!) plus simple

=

UTILISER une deuxième TRANSFORMATION

IDEE :

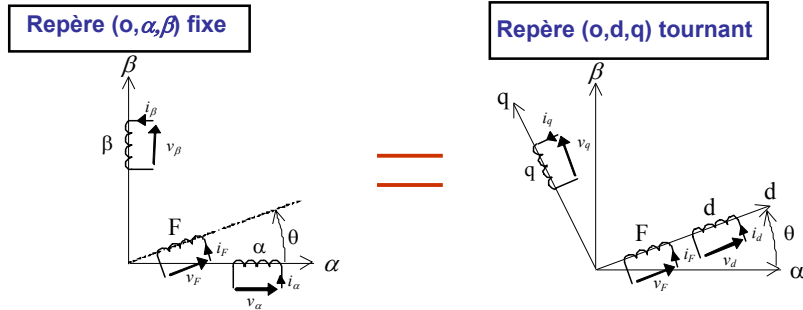
Si je me déplace à la même vitesse qu'un objet mobile, il me paraît être fixe.

38

Machine synchrone : TRANSFORMATION de PARK

Rotation d'angle θ :

La machine diphasée à enroulements fixes est équivalente à une autre machine diphasée



A la condition :

$$i_d = i_\alpha(t) \cdot \cos \theta(t) + i_\beta(t) \cdot \sin \theta(t)$$

$$i_q = -i_\alpha(t) \cdot \sin \theta(t) + i_\beta(t) \cdot \cos \theta(t)$$

39

Relation générale d'une matrice de rotation

$$[X_{dqo}] = [R_p(\psi)][X_{\alpha\beta o}]$$

$$[R_p(\psi)] = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$\psi(t)$ est l'angle du repère tournant et est quelconque a priori.

Matrice de Concordia :

$$[X_{\alpha\beta o}] = [C][X_{abc}]$$

$$[C] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Transformée de Park :

$$[X_{dqo}] = [P(\psi)][X_{abc}]$$

$$[P(\psi)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \cos\left(\psi - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\psi - \frac{4\pi}{3}\right) \\ -\sin(\psi) & -\sin\left(\psi - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\psi - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

40

Machine synchrone : TRANSFORMATION de PARK

Expression du couple instantané :

$$c_{em}(t) = -\sqrt{\frac{3}{2}} MI_F (i_\alpha(t) \cdot \sin \theta(t) - i_\beta(t) \cdot \cos \theta(t))$$

et : $i_\alpha(t) =$

$$\text{d'où : } c_{em}(t) = -\sqrt{\frac{3}{2}} MI_F i_q$$

Le couple instantané ne dépend plus de la position du rotor !
(mais on est dans un repère qui tourne avec le rotor)

Le couple instantané se règle uniquement par i_q (et I_F) et pour obtenir un couple constant, il faut que i_q soit constant ($i_d=0$)

En effectuant une rotation $\psi(t) = \theta(t)$ pour immobiliser les grandeurs, on obtient :

En ne considérant que le stator :

$$\begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_S & M_S & M_S \\ M_S & L_S & M_S \\ M_S & M_S & L_S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} L_S & M_S & M_S \\ M_S & L_S & M_S \\ M_S & M_S & L_S \end{pmatrix} \cdot$$

$$\begin{pmatrix} \Phi_d \\ \Phi_q \\ \Phi_0 \end{pmatrix} = [P(\theta)] \cdot \begin{pmatrix} L_S & M_S & M_S \\ M_S & L_S & M_S \\ M_S & M_S & L_S \end{pmatrix} \cdot [P(\theta)]^{-1} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix}$$

constant !

$$\begin{pmatrix} \Phi_d \\ \Phi_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_S - M_S & 0 \\ 0 & L_S - M_S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} + \sqrt{\frac{3}{2}} MI_F \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

41

42

Machine synchrone : TRANSFORMATION de PARK

La transformation de Park appliquée à la machine synchrone permet de montrer l'équivalence entre une machine synchrone et une machine à courant continu.

D'ailleurs, la machine synchrone est souvent appelée :

DC Brushless Machine (Machine à courant continu sans balais)
ou
MCC à collecteur électronique

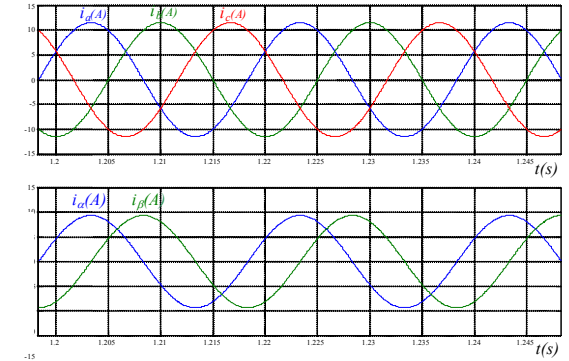
43

Comparaisons

$$[I] = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = I \sqrt{2} \begin{bmatrix} \sin(\omega t) \\ \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \end{bmatrix}$$

$$[I_{\alpha\beta 0}] = \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = [C] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

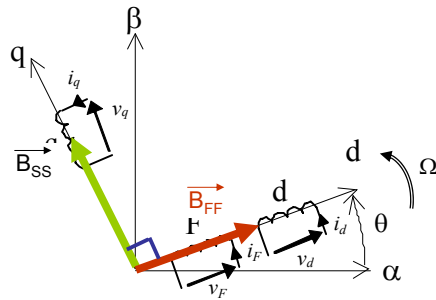
$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \sqrt{3} I \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



44

Machine synchrone : RESUME

Rappel MCC

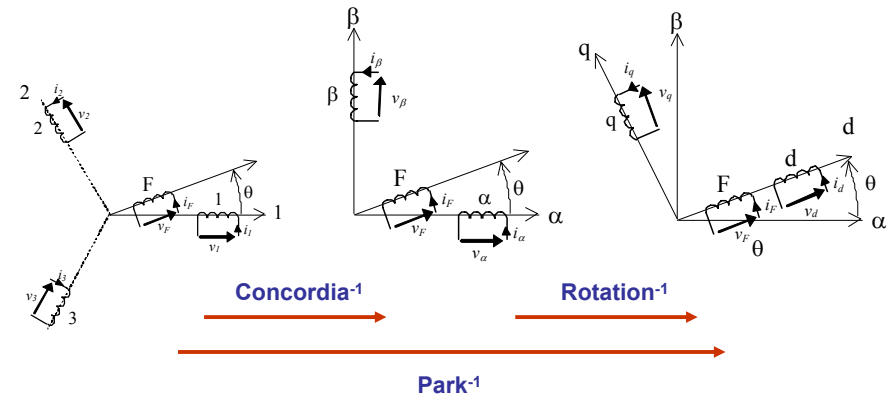


Choisir une rotation d'un angle θ revient à « caler » l'axe d sur le flux rotorique
 =
 COMMANDE à FLUX ROTORIQUE ORIENTE

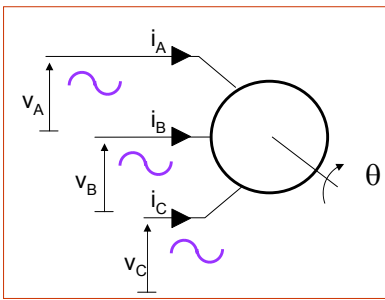
45

Machine synchrone : RESUME

Pour contrôler plus facilement le couple instantané de la machine synchrone, on réalise une transformation de Park.
 Dans ce cas, la machine synchrone se commande comme une MCC.



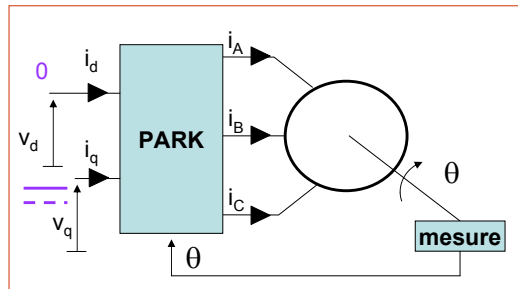
46



Machine synchrone : RESUME

Park inverse

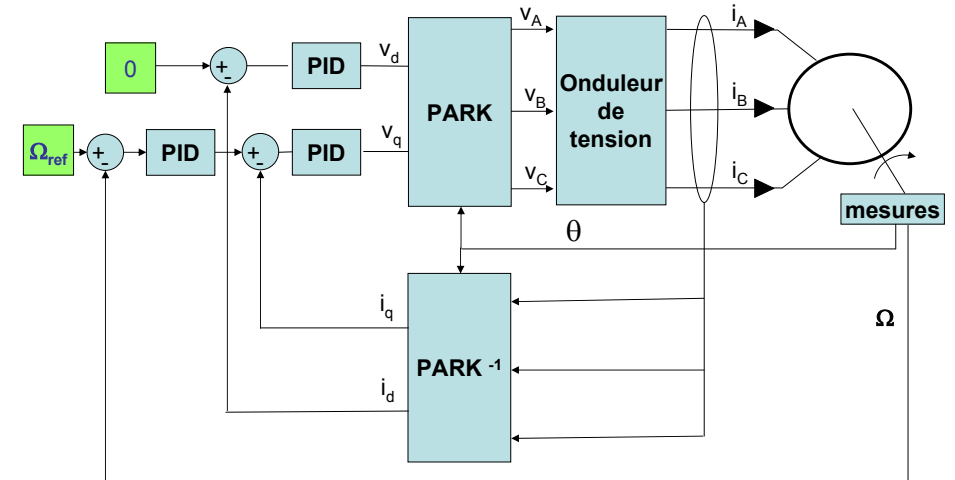
Park



Modèle de la machine dans le repère de Park tournant
-> nécessité de mesurer la position avec un codeur

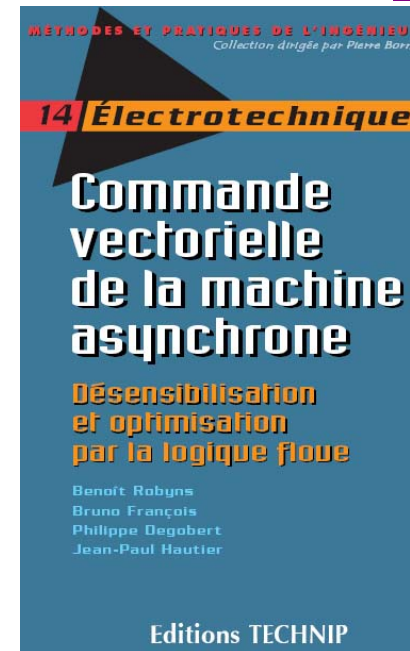
47

Machine synchrone : Synoptique de commande



48

BIBLIOGRAPHIE



• Electrotechnique industrielle.
G.Séguier Editions Tech et doc

• Introduction à la commande vectorielle des machines asynchrones.
Patrick Brunet

• Cours machines asynchrones. *
Alain Cunière. Gilles Feld.

49

50

Annexe

Application à une machine diphasée
alternative
Exemple didactique

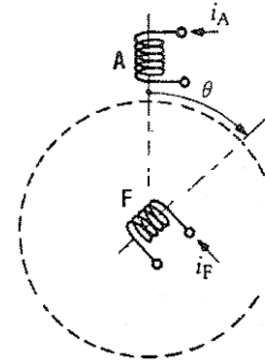


D'après une présentation de Xavier KESTELYN

51

Exemple 1 : Deux bobines : 1 fixe – 1 mobile

Modélisation :



A : enroulement fixe
F : enroulement mobile

L'enroulement A perçoit son champ magnétique propre (créé à l'origine par le courant i_A) et le champ magnétique issu de l'autre enroulement

Expression des flux :

$$\Phi_A = \Phi_{AA} + \Phi_{AF} =$$

$$\Phi_F = \Phi_{FF} + \Phi_{FA} =$$

L_A, L_F : inductance propre (constante)

$M_{AF} = M_{FA} = M \cos \theta$: inductance mutuelle dépendant de la position du rotor

52

Deux bobines : 1 fixe – 1 mobile

Equation en tension (stator) :

$$v_A = r_A i_A + \frac{d\Phi_A}{dt} =$$

r_A, r_F : résistance (constante)

$$v_A = r_A i_A + L_A \frac{di_A}{dt} + \cancel{i_A \frac{dL_A}{dt}} + M_{AF} \frac{di_F}{dt} + i_F \frac{dM_{AF}}{dt}$$

car

L_A est

M_{AF}

$$v_A = r_A i_A + L_A \frac{di_A}{dt} + M_{AF} \frac{di_F}{dt} + i_F \frac{dM_{AF}}{dt}$$

53

Deux bobines : 1 fixe – 1 mobile

Equation en tension (rotor) :

$$v_F = r_F i_F + \frac{d\Phi_F}{dt} =$$

$$v_F =$$

$$v_F = r_F i_F + L_F \frac{di_F}{dt} + M_{FA} \frac{di_A}{dt} + i_A \frac{dM_{FA}}{dt}$$

54

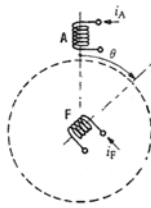
Deux bobines : 1 fixe – 1 mobile

Bilan de puissance

$$p_e = p_j + p_{mag} + p_{méc}$$

$$p_e = v_A i_A + v_F i_F = r_A i_A^2 + \frac{d\Phi_A}{dt} i_A + r_F i_F^2 + \frac{d\Phi_F}{dt} i_F$$

$$p_{mag} + p_{méc} =$$



55

Deux bobines : 1 fixe – 1 mobile

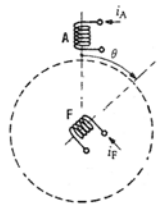
Bilan de puissance

Dans cette expression, on identifie la puissance mécanique à :

$$p_{méc} = \frac{1}{2} \left(2i_A i_F \frac{dM_{AF(=FA)}}{dt} \right)$$

D'une manière générale, on retiendra que la puissance mécanique est proportionnelle à :

- produit des courants (partie fixe – partie mobile)
- à la dérivée des inductances (on ne tiendra donc compte que des inductances qui varie avec la position)



56

Deux bobines : 1 fixe – 1 mobile

Bilan de puissance :

$$p_{méc} = c_{em} \Omega$$

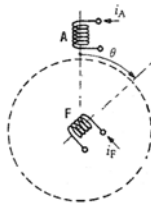
$$= c_{em} \frac{d\theta}{dt} = i_A i_F \frac{dM_{AF(=FA)}}{dt}$$

$$=$$

$$c_{em} = -$$

Remarque 1 : Le couple est maximum pour $\theta=90^\circ$

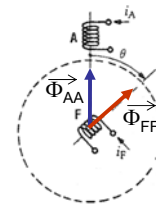
Remarque 2 : Il n'existe pas de combinaison (i_A, i_F) permettant d'obtenir un couple constant quelque soit l'angle θ



57

Deux bobines : 1 fixe – 1 mobile

Remarque 3 : L'expression du couple permet bien de retrouver :



$$c = k \vec{\Phi}_{FF} \wedge \vec{\Phi}_{AA}$$

$$= -k \Phi_{FF} \Phi_{AA} \sin \theta$$

$$\Phi_{FF} = L_F i_F$$

$$\Phi_{AA} = L_A i_A$$

$$\text{Avec : } k = \frac{(1-\sigma)}{M}$$

$$\sigma =$$

Coefficient de dispersion entre les enroulements A et F

58

3 Machine Asynchrone (induction machine)



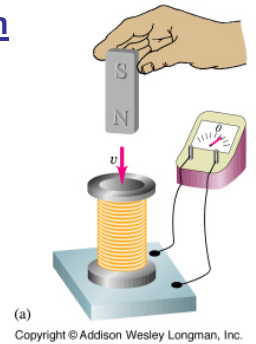
1

Rappel sur l'auto-induction

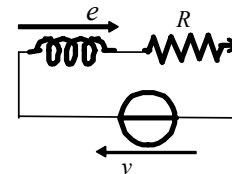
Déplacement d'un aimant devant une bobine

- La loi de Faraday (et de Lenz) explique qu'en cas de **variation du flux magnétique** à l'intérieur de ce circuit, une force contre électromotrice est induite (générée):

$$e = - \frac{d\Phi}{dt}$$



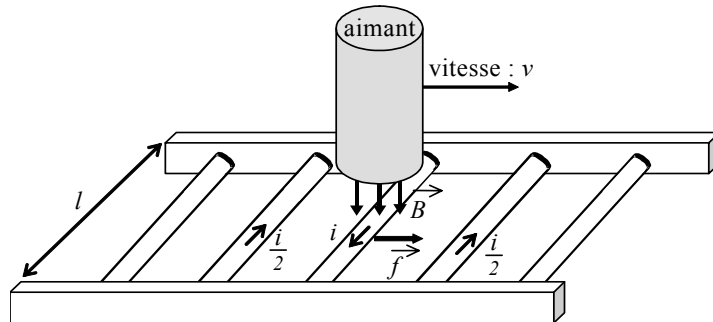
- Si la bobine a une résistance R et est alimentée sous une tension v :
 e est générée et additionnée à v



Si la bobine est linéaire $\phi = Li$

2

Déplacement d'un aimant devant un rail en court circuit



D'après la loi de Faraday, **une tension est induite** dans chaque conducteur coupé par le champ magnétique.

Comme chaque conducteur est court-circuité, le conducteur qui est momentanément en dessous du champ magnétique (ou de l'aimant).

Comme ce courant traverse le champ magnétique, d'après la loi de Laplace, une **force mécanique est appliquée** sur ce conducteur.

3

Déplacement d'un aimant devant un rail en court circuit

Cette force entraîne le conducteur dans le sens du déplacement du champ magnétique.

Si ces conducteurs sont mobiles ces derniers accélèrent. A mesure qu'ils atteignent de la vitesse, la vitesse à laquelle le champ magnétique est coupé par ces conducteurs ralentit. La **variation du flux diminue** et la tension induite diminue, de même que le courant i .

Cet effet de la loi de Lenz

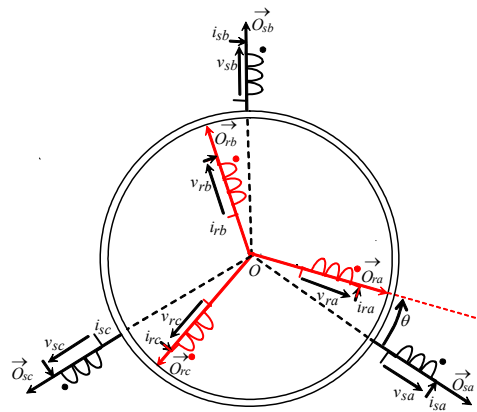
conséquence de diminuer la force de Laplace.

Ainsi si les conducteurs se déplaçaient à la même vitesse que le champ magnétique, la tension induite, le courant i et la force s'annuleraient.

La vitesse du rotor est donc légèrement inférieure à la vitesse du champ magnétique.

4

Machine asynchrone :
3 bobines fixes décalées de 120°
et 3 bobines mobiles décalées de 120°



sa, sb, sc :
 Enroulements **statoriques** fixes

ra, rb, rc :
 Enroulements **rotoriques** mobiles
 Court-circuités
 Alimentation **induite** par les enroulements statoriques

5

Tensions statoriques (notation matricielle)

$$\begin{pmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_S & 0 & 0 \\ 0 & R_S & 0 \\ 0 & 0 & R_S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{pmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \phi_{sa} \\ \phi_{sb} \\ \phi_{sc} \end{pmatrix}$$

$$\left\{ \frac{d[\phi_s]}{dt} = \right.$$

Tensions rotoriques (notation matricielle)

$$\begin{pmatrix} v_{ra} \\ v_{rb} \\ v_{rc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_R & 0 & 0 \\ 0 & R_R & 0 \\ 0 & 0 & R_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{pmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \phi_{ra} \\ \phi_{rb} \\ \phi_{rc} \end{pmatrix}$$

Si rotor en CC

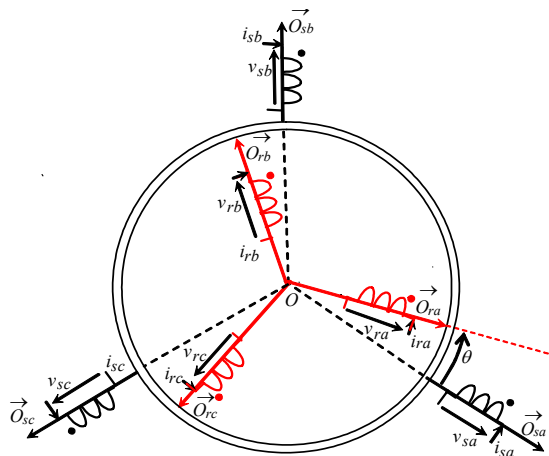
$$\begin{pmatrix} v_{ra} \\ v_{rb} \\ v_{rc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left\{ \frac{d[\phi_r]}{dt} = [V_r] - [R_r][I_r] \right\}_{\text{rotor}} \rightarrow \text{dans le repère triphasé du rotor}$$

6

Flux statorique dans un enroulement statorique

$$\phi_{sa} = \underbrace{l_s i_{sa}} + \underbrace{M_s i_{sb} + M_s i_{sc} + M_{sr} \left(i_{ra} \cos(\theta) + i_{rb} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + i_{rc} \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \right)}$$



7

Flux statorique (notation matricielle)

$$\left\{ \begin{bmatrix} \phi_{sa} \\ \phi_{sb} \\ \phi_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + M_{sr} [R(\theta)] \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} \right\}_{\text{stator}}$$

$$[R(\theta)] = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{4}{3}\pi) & \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{4}{3}\pi) \\ \cos(\theta - \frac{4}{3}\pi) & \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

Remarque

$$M_{sr} \cos(\vec{O}_{sa}, \vec{O}_{ra}) = M_{sr} \cos(\theta)$$

$$M_{sr} \cos(\vec{O}_{sa}, \vec{O}_{rb}) =$$

$$M_{sr} \cos(\vec{O}_{sa}, \vec{O}_{rc}) = M_{sr} \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) = M_{sr} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

8

Hypothèse :

Les courants sont équilibrés $\rightarrow i_{sc} = -i_{sa} - i_{sb}$

$$\phi_{sa} =$$

$$\left\{ \begin{bmatrix} \phi_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{sa} \\ \phi_{sb} \\ \phi_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 \\ 0 & 0 & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + M_{sr} [R(\theta)] \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} \right\}_{stator}$$

$$\text{avec } L_s = l_s - M_s = \frac{3}{2} l_{sp} + l_{s\sigma}$$

9

Flux rotorique (notation matricielle)

$$\left\{ \begin{bmatrix} \phi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{ra} \\ \phi_{rb} \\ \phi_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_r & 0 & 0 \\ 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} + M_{sr} [R(\theta)]^T \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} \right\}_{rotor}$$

10

Expression générale des flux rotoriques (notation matricielle)

$$\begin{bmatrix} \phi_s \\ \phi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M_{sr}(\theta) \\ M_{sr}(\theta)^T & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$L_s = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 \\ 0 & 0 & L_s \end{bmatrix} \quad M_{sr}(\theta) = M_{sr} [R(\theta)] \quad L_r = \begin{bmatrix} L_r & 0 & 0 \\ 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & L_r \end{bmatrix}$$

Problème: On a deux modèles dans deux repères triphasés différents

11

Modélisation dans un repère tournant de Park

Régime transitoire :

Comme pour la machine synchrone, on cherche à simplifier le modèle de la machine.

Tout d'abord, il faut utiliser un

On va utiliser la transformation de Park

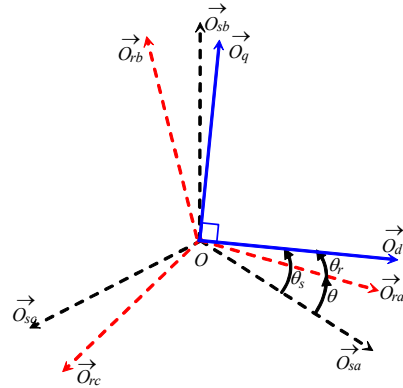
12

Grandeurs statoriques :

Comme pour la machine synchrone (le stator étant identique), on applique aux grandeurs statoriques une transformation de Park d'angle $\theta_s(t)$

Grandeurs rotoriques :

Pour se ramener dans ce repère de Park, on applique aux grandeurs rotoriques une transformation de Park d'angle $\theta_r(t) = \theta_s(t) - \theta(t)$



13

Transformée de Park sur les grandeurs du stator

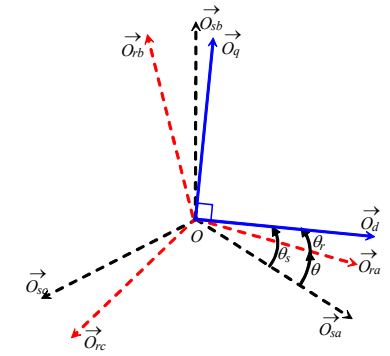
$$\left\{ \frac{d[\phi_s]}{dt} = [V_s] - [R_s][I_s] \right\}_{\text{stator}}$$

$$\frac{d([P(\theta_s)]^{-1}[\phi_{s_dq0}])}{dt} =$$

Rotation d'un angle θ_s dans le repère de Park

Tous calculs faits, on obtient :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\phi_{sd}}{dt} &= v_{sd} - R_s i_{sd} + \omega_s \phi_{sq} \\ \frac{d\phi_{sq}}{dt} &= v_{sq} - R_s i_{sq} - \omega_s \phi_{sd} \\ \frac{d\phi_{s0}}{dt} &= v_{s0} - R_s i_{s0} \end{aligned} \right\}$$



14

Transformée de Park sur les grandeurs du rotor

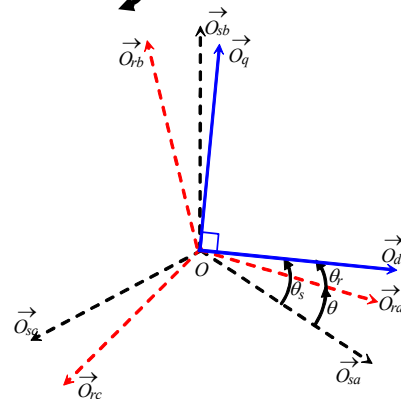
$$\left\{ \frac{d[\phi_r]}{dt} = [V_r] - [R_r][I_r] \right\}_{\text{rotor}}$$

$$\frac{d([P(\theta_r)]^{-1}[\phi_{r_dq0}])}{dt} =$$

Rotation d'un angle θ_r dans le même repère de Park

Tous calculs faits on obtient :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\phi_{rd}}{dt} &= v_{rd} - R_r i_{rd} + \omega_r \phi_{rq} \\ \frac{d\phi_{rq}}{dt} &= v_{rq} - R_r i_{rq} - \omega_r \phi_{rd} \\ \frac{d\phi_{r0}}{dt} &= v_{r0} - R_r i_{r0} \end{aligned} \right\}$$



15

Transformée de Park sur les flux

$$\begin{bmatrix} \phi_s \\ \phi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_s] & [M_{sr}(\theta)] \\ [M_{sr}(\theta)]^T & [L_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} [P(\theta_s)]^{-1}[\phi_{s_dq0}] \\ [P(\theta_r)]^{-1}[\phi_{r_dq0}] \end{bmatrix} =$$

Tous calculs faits on obtient :

$$\begin{bmatrix} \phi_{s_dq0} \\ \phi_{r_dq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{ps}] & [M_{psr}] \\ [M_{psr}]^T & [L_{pr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s_dq0} \\ I_{r_dq0} \end{bmatrix}$$

$$[L_{ps}] = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 \\ 0 & 0 & L_{s0} \end{bmatrix} \quad [L_{pr}] = \begin{bmatrix} L_r & 0 & 0 \\ 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & L_{r0} \end{bmatrix} \quad [M_{psr}] = \frac{3}{2} M_{sr} [R_r] \quad [R_r] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

16

En résumé :

$$v_{Sd} = R_s i_{Sd} + \frac{d\phi_{Sd}}{dt} - \omega_s \phi_{Sq}$$

$$v_{Sq} = R_s i_{Sq} + \omega_s \phi_{Sd} + \frac{d\phi_{Sq}}{dt}$$

$$v_{Rd} = R_r i_{Rd} + \frac{d\phi_{Rd}}{dt} - \omega_r \phi_{Rq} = 0$$

$$v_{Rq} = R_r i_{Rq} + \omega_r \phi_{Rd} + \frac{d\phi_{Rq}}{dt} = 0$$

$$\phi_{Sd} = L_s i_{Sd} + M i_{Rd}$$

$$\phi_{Sq} = L_s i_{Sq} + M i_{Rq}$$

$$\phi_{Rd} = L_r i_{Rd} + M i_{Sd}$$

$$\phi_{Rq} = L_r i_{Rq} + M i_{Sq}$$

$$M = \frac{3}{2} M_{sr}$$

Même si ces équations paraissent lourdes, elles sont bien plus simples que celles écrites au début de l'étude !!!

Machine asynchrone : calcul du couple

On peut maintenant pour un régime quelconque, calculer le couple instantané en faisant un bilan de puissance :

On obtient :

$$c = M (i_{rd} i_{sq} - i_{rq} i_{sd})$$

$$c = p \frac{M}{L_r} (i_{sq} \phi_{rd} - i_{sd} \phi_{rq})$$

$$c = p (i_{sq} \phi_{sd} - i_{sd} \phi_{sq})$$

Machine asynchrone : commande vectorielle

Stratégies de commande par orientation du flux

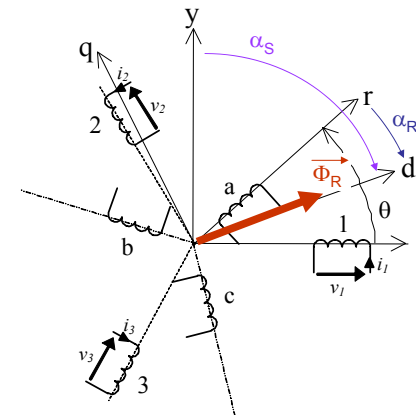
Si on aligne le repère de Park avec un des deux flux, on annule une composante

4 idées pour simplifier l'expression du couple

Expression avec les flux rotoriques	Expression avec les flux statoriques
$c = p \frac{M}{L_r} (i_{sq} \phi_{rd} - i_{sd} \phi_{rq})$	$c = p (i_{sq} \phi_{sd} - i_{sd} \phi_{sq})$
Commande à flux rotorique orienté	Commande à flux statorique orienté
sur l'axe direct $\phi_{rq}=0$	sur l'axe direct $\phi_{sq}=0$
$c = p \frac{M}{L_r} (i_{sq} \phi_{rd})$	$c = p i_{sq} \phi_{sd}$
sur l'axe en quadrature $\phi_{rd}=0$	sur l'axe en quadrature $\phi_{sd}=0$
$c = -p \frac{M}{L_r} (i_{sd} \phi_{rq})$	$c = -p i_{sd} \phi_{sq}$

Machine asynchrone : commande vectorielle

Stratégie la plus utilisée : Orientation à flux rotorique orienté sur l'axe direct



$\Phi_{Rq}=0$, le couple devient :

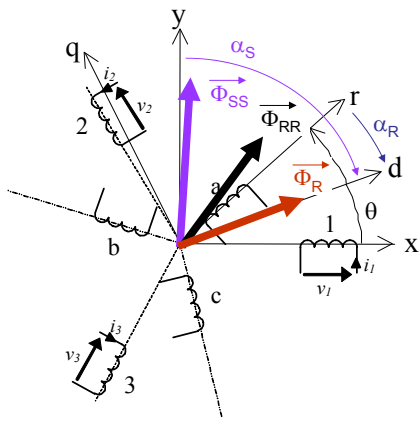
$$c = p \frac{M}{L_r} (i_{sq} \phi_{rd})$$

On montre (et on voit) que :

c ne dépend que de i_{sq} si Φ_R est maintenu constant

Machine asynchrone : commande vectorielle

En régime permanent :



On constate que (par rapport à la machine synchrone) le flux statorique ne peut plus être perpendiculaire au flux rotorique.

En effet, il n'y a qu'une source d'alimentation pour :

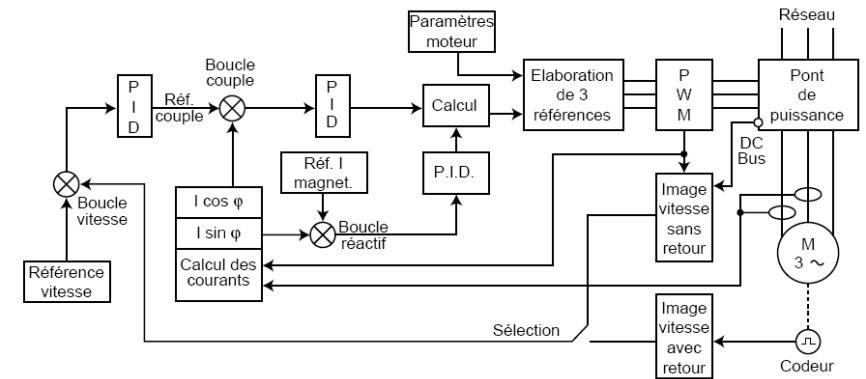
- Magnétiser la machine (comme le fait l'enroulement inducteur d'une MS) par la **composante de l'axe d**
- Produire du couple par la **composante de l'axe q**

21

Machine asynchrone : Synoptique de commande

Schéma fonctionnel

- UMV 3301



22

BILAN :

Machine synchrone + variateur :

- Commande performante plus aisée car la machine est magnétisée par le rotor. Il ne faut contrôler que le couple
- Rapport puissance/masse élevé
- Machine au prix plus élevé (aimants ou bobinage rotorique + bagues collectrices)

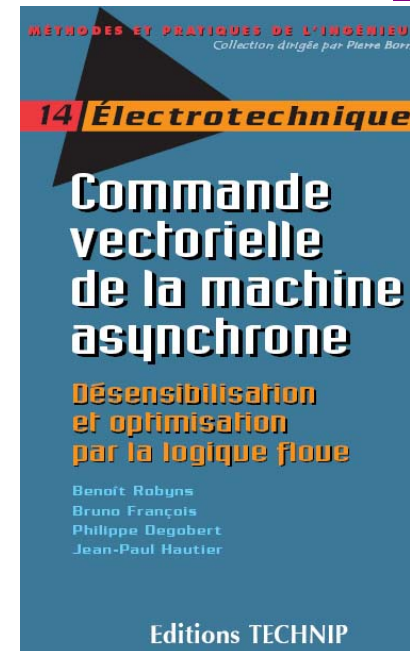
Machine asynchrone + variateur :

- Commande performante plus exigeante car il faut magnétiser et contrôler le couple en même temps et de façon indépendante
- Rapport puissance/masse moins élevé - ventilation plus importante
- Machine au prix le plus bas du marché
- Possibilité d'utiliser des commandes moins performantes

Il n'y a pas de bon choix. Tout dépend de l'application envisagée et des performances attendues.

23

BIBLIOGRAPHIE



• Electrotechnique industrielle.
G.Séguier Editions Tech et doc

• Introduction à la commande vectorielle des machines asynchrones.
Patrick Brunet

• Cours machines asynchrones. *
Alain Cunière. Gilles Feld.

24